РАЗДЕЛ X. МАТЕМАТИКА

Житникова Н.И., Зарипов А. А., Федорова Г.И.

Моделирование электрохимической обработки круглым электрод-инструментом в условиях непостоянства электродных потенциалов*Уфимский Государственный Авиационный Технический Университет
(Россия, Уфа)*

doi: 10.18411/lj-31-08-2017-35

idsp: 000001:lj-31-08-2017-35

Аннотация

Для моделирования процесса электрохимического формообразования в пассивирующем электролите используется немонотонная зависимость плотности тока от анодного потенциала. Для катодного потенциала используется монотонная зависимость. При этом обрабатываемая поверхность разделяется на три участка: активного растворения, отсутствия растворения и слабого растворения при малых плотностях тока.

Ключевые слова: электродные потенциалы, немонотонная зависимость, теория функций комплексного переменного.

Рассмотрим плоскую задачу о распределении электрического поля между круглым ЭИ радиуса R и плоским анодом (рис. 1,а). Центр круга находится на расстоянии h от анода ADA'' .

Рис. 1. Формы области на плоскостях: а – физической; б – комплексного потенциала; в – параметрической плоскости

Примем во внимание, что электродные потенциалы анода и катода связаны с плотностью тока, т.е. $J_n = \partial \Phi_a / \partial n = F_1(\Phi_a)$, $J_n = \partial \Phi_c / \partial n = F_2(\Phi_c)$ [1]. При этом на плоскости комплексного потенциала $W = \Phi + i\Psi$ областью соответствующей межэлектродному пространству (МЭП) является криволинейный четырехугольник максимальной ширины U (напряжение между электродами), высоты $2\Psi_0 = I/\kappa$, где I – ток, протекающий в ячейке единичной толщины, κ – электропроводность электролита (рис. 1,б).

В качестве параметрической области выберем кольцо плоскости ζ (рис. 1,в). Конформное отображение физической плоскости Z на ζ осуществляется функцией

$$\zeta = \frac{z - i\sqrt{h^2 - R^2}}{z + i\sqrt{h^2 - R^2}}, \quad p = \frac{\sqrt{h+R} - \sqrt{h-R}}{\sqrt{h+R} + \sqrt{h-R}}. \quad (1)$$

Функция, осуществляющая обратное отображение и ее производная равны

$$z = -i\sqrt{h^2 - R^2} \frac{\zeta + 1}{\zeta - 1}, \quad \frac{dz}{d\zeta} = i\sqrt{h^2 - R^2} \frac{2}{(\zeta - 1)^2}. \quad (2)$$

Конформное отображение ζ на W должно удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{aligned} & \text{Im } W = \mp \frac{I}{2\kappa}; \\ & \text{на } FA \text{ и } F'A' \\ & \text{на } ADA', J_n = F_1(\Phi_a); \\ & \text{на } ADA', J_n = F_2(\Phi_c - U). \end{aligned} \quad (3)$$

Конформное отображение $W(\zeta)$ будем искать в виде

$$W = \frac{I}{\pi\kappa} \left(\frac{1}{2} \ln \zeta + \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \zeta^m - \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m - i \frac{\pi}{2} \right),$$

где первое слагаемое производит отображение на прямоугольник, ряд используется для учета зависимости анодного и катодного потенциала. Отметим, что

$$U = -\frac{I}{\pi\kappa} \left(\frac{1}{2} \ln p - \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \right). \text{ Производная}$$

$$\frac{dW}{d\zeta} = \frac{I}{\pi\kappa} \frac{1}{\zeta} \left(\frac{1}{2} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} m c_m \zeta^m \right),$$

Величина, комплексно сопряженная напряженности, определяется производной

$$\bar{E} = \frac{dW}{dZ} = \frac{dW}{d\zeta} \left(\frac{dZ}{d\zeta} \right)^{-1} = -i \frac{I}{2\pi\kappa \sqrt{h^2 - R^2}} \left(\frac{1}{2} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} m c_m \zeta^m \right) \frac{(\zeta - 1)^2}{\zeta}. \quad (5)$$

Коэффициенты c_m выбираются так, чтобы удовлетворить условию на аноде (3) и катоде (4). Задача решается в безразмерном виде. Безразмерные переменные: координаты, комплексный потенциал, электрический потенциал и функция тока, плотность тока (напряженность)

$$z = \frac{Z}{\sqrt{h^2 - R^2}} = x + iy, \quad w = \frac{W\kappa}{I}, \quad \varphi = \frac{\Phi\kappa}{I},$$

$$\psi = \frac{\Psi\kappa}{I}, \quad j = \frac{J\kappa \sqrt{h^2 - R^2}}{I} = \left(\frac{dw}{dz} \right). \quad (6)$$

При переменных электродных потенциалах вектор плотности тока на границе электродов имеет как нормальную, так и тангенциальную составляющие. Предполагается, что электродные потенциалы зависят только от нормальной составляющей $\varphi_a = \varphi_a(j_n)$, $\varphi_c = \varphi_c(j_n)$. В качестве примера для анодного потенциала рассмотрим аппроксимирующую зависимость вида [2] (рис. 2)

$$j_n(\varphi_a) = \frac{1}{10} \operatorname{tg} \frac{5\varphi_a}{2} - \frac{\varphi_a}{24} - \frac{5\varphi_a^2}{6}. \quad (7)$$

Такая немонотонная зависимость характерна для обработки в пассивирующих электролитах.

Для катодного потенциала (4) принимается линейная зависимость

$$j_n(\varphi_c) = k_1 \varphi_c + C_0.$$

Рис. 2. График аппроксимирующей зависимости (7)

Задача решается методом коллокаций. В сумме (5) сохраняется конечное число n слагаемых, а условие (7) выполняется в дискретных точках $\zeta_m = e^{i\sigma_m}$, $m = 1, \dots, n$. Полученная таким образом система нелинейных уравнений решается методом Ньютона с регулированием шага.

Результаты решения приведены на рис. 3 – 7.

На рис. 3 показана расчетная конфигурация на плоскостях z и w .

Рис. 3. Формы области на плоскостях: а – физической; б – комплексного потенциала w

На рис. 4 показано распределение потенциала по поверхности электродов, на рис. 5 – распределение тангенциальной составляющей и полной безразмерной плотности тока на аноде, на рис. 6 – нормальной составляющей безразмерной плотности тока на аноде и катоде.

Рис. 4. Распределение потенциала:
 а – по поверхности анода; б – по поверхности катода

Рис. 5. Распределение плотности тока по поверхности анода: а – тангенциальной составляющей; б – полной плотности тока

Рис. 6. Распределение нормальной составляющей плотности тока:
 а – по поверхности анода; б – по поверхности катода

Перераспределение плотности тока иллюстрируется на рис. 7, где изображены линии тока для переменного и постоянного анодного потенциала. Видно выдавливание линий тока от центра на периферию из-за переменности анодного потенциала.

Рис. 7. Линии тока в МЭП: а – для зависимости (7); б – для эквипотенциального анода

Оценки погрешности численного решения задачи показаны на рис. 8 в виде зависимостей оценки десятичного логарифма относительной погрешности вычисленных погрешностей от десятичного логарифма числа сохраняемых слагаемых n . Точность расчетов достигает 3-4-х десятичных цифр.

Рис. 8. Оценка погрешности параметров в точке D: а – потенциала; б – плотности тока

Вывод: В данной работе предложен численно-аналитический метод и решена задача о распределении электрического поля и поля токов между круглым электродом-инструментом и плоским анодом в условии переменности электродных потенциалов с немонотонной зависимостью нормальной составляющей плотности тока от анодного потенциала.

Исследования показали, что переменность анодного потенциала приводит к уменьшению плотности тока в зоне активного растворения и вытеснению линий тока на периферию. Переменность катодного потенциала качественно не влияет на распределение параметров по поверхности анода (см. [2], [3]).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-07-00356).

1. Житников В. П., Зайцев А. Н. Импульсная электрохимическая размерная обработка. М.: Машиностроение, 2008, – 413с.
2. Муксимова Р.Р., Житников В.П., Зарипов А.А. Исследование влияния неравномерности потенциала при электрохимической обработке в пассивирующем электролите // Сб. матер III Междунар. науч.-практ. конф. Теория и практика современных электрохимических производств. СПб: 2014. С. 37 – 38.
3. Зарипов А.А. Моделирование электрохимической обработки стержневым электрод-инструментом в пассивирующем электролите // Сборник научных трудов по материалам VIII Международной научно-практической конференции «Теоретические и прикладные аспекты современной науки». Часть 1. Белгород, 2015. С. 8 – 14.