Буткай Д.В., Струков П. С., Суконщиков А.А., Бахтенко Е.А.
*Вологодский государственный университет
Вологда, Россия*

doi: 10.18411/lj-31-01-2017-1-04
idsp 000001:lj-31-01-2017-1-04

**Математический аппарат для описания и графического представления
контекстно-свободных грамматик искусственных языков:
логическая семантика формул без переменных**

Рассмотрим логическую семантику формул без переменных. Формула без переменных F метаязыка истинна относительно сети N , если F истинна на корне R сети N , а метка входной вершины формулы без переменных F совпадает с меткой класса корня R сети N .

Простая формула без переменных F (рис. 1) истинна на вершине V сети N , если V является терминальной и простой, а ее меткой является константа c .

Рис. 1. - Семантика простой формулы без переменных

Если в простой кванторной формуле без переменных описание конечного множества имеет вид $\{c_1, \dots, c_n\}$, где $c_1, \dots, c_n$ – попарно различные константы, то конечное множество состоит из элементов $c_1, \dots, c_n$; если же описание конечного множества есть конечный целый интервал, то конечное множество состоит из всех целых констант, принадлежащих этому интервалу. Если описание бесконечного множества есть название сорта, то бесконечное множество состоит из констант, представляющих все значения этого сорта; если описание бесконечного множества есть «*», то бесконечное множество состоит из всех констант специального вида. Если описание бесконечного множества есть конечный вещественный интервал, то бесконечное множество состоит из всех вещественных констант, принадлежащих этому интервалу.

Если метка входной вершины простой кванторной формулы без переменных F (рис. 2) имеет вид $\forall FS T$, где FS – описание конечного множества $\{d_1, \dots, d_n\}$, а T – термин, то F истинна на вершине V сети N , если

Является структурной и терминальной вершиной, содержащей n сетей, каждая из которых состоит из одного корня с меткой класса - T и индивидуальными метками – элементами множества $\{d_1, \dots, d_n\}$.

Рис. 2. - Семантика простой кванторной формулы без переменных с квантором $\forall$

Если метка входной вершины простой кванторной формулы без переменных F (рис. 3) имеет вид $\exists M T$, где M – описание (конечного или бесконечного) множества, а T – термин, то F истинна на вершине V сети N , если V является структурной и терминальной вершиной, содержащей непустое множество сетей, каждая из которых состоит из одного корня с меткой класса - T и индивидуальной меткой – одним из элементов множества (индивидуальные метки попарно различны).

Рис. 3. - Семантика простой кванторной формулы без переменных с квантором $\exists$

Если метка входной вершины простой кванторной формулы без переменных F (рис. 4) имеет вид $\exists 2 M T$, где M – описание (конечного или бесконечного) множества, а T – термин, то F истинна на вершине V сети N , если V является структурной и терминальной вершиной, содержащей не менее двух сетей, каждая из которых состоит из одного корня с меткой класса - T и индивидуальной меткой – одним из элементов множества (индивидуальные метки попарно различны).

Рис. 4. - Семантика простой кванторной формулы без переменных с квантором $\exists 2$

Если метка входной вершины простой кванторной формулы без переменных F (рис. 5) имеет вид $\exists ? FS T$, где FS – описание конечного множества $\{d_1, \dots, d_n\}$, а T – термин, то F истинна на вершине V сети N , если V является структурной и терминальной вершиной, содержащей менее, чем n сетей, каждая из которых состоит из одного корня с меткой класса - T и попарно различными индивидуальными метками - элементами множества $\{d_1, \dots, d_n\}$.

Рис. 5. - Семантика простой кванторной формулы без переменных с квантором $\exists$

Если метка входной вершины простой кванторной формулы без переменных F (рис. 6) имеет вид $\exists! M T$, где M – описание (конечного или бесконечного) множества, а T – термин, то F истинна на вершине V сети N , если V является простой и терминальной вершиной, а ее меткой является один из элементов множества.

Рис. 6. - Семантика простой кванторной формулы без переменных с квантором $\exists!$

Если метка входной вершины простой кванторной формулы без переменных F (рис. 7) имеет вид $\exists [] I T$, где I – конечный целый (вещественный) интервал, а T – термин, то F истинна на вершине V сети N , если V является простой и терминальной вершиной, а ее меткой является целый (вещественный) интервал, являющийся подынтервалом интервала I .

Рис. 7. - Семантика простой кванторной формулы без переменных с квантором $\exists []$

Унарная формула без переменных F (рис. 8) истинна на вершине V сети N , если V является простой вершиной, из нее выходит в точности одна дуга с меткой T и эта дуга входит в вершину V_1 , на которой истинна формула без переменных F_1 .

Рис. 8. - Семантика унарной формулы без переменных

Если пропозициональной меткой начальной вершины W пропозициональной формулы без переменных F (рис. 9) является $\&$, а некоторые дуги, выходящие из W , имеют метки $[]$, то F истинна на вершине V сети N , если V является простой вершиной, для каждой дуги с меткой T_i , выходящей из V , существует дуга с такой же меткой T_i , выходящая из W , для каждой дуги с

меткой T_i , выходящей из W и не имеющей метки $[]$, существует дуга с такой же меткой T_i , выходящая из V , а каждая формула без переменных F_i истинна на вершине, в которую входит дуга с меткой T_i , выходящая из вершины V .

Если пропозициональной меткой начальной вершины W пропозициональной формулы без переменных F (рис. 10) является $\vee$, то F истинна на вершине V сети N , если V является простой вершиной, существует подмножество дуг, выходящих из W , между которым и множеством дуг, выходящих из V , существует взаимно-однозначное соответствие, при котором метки T_i соответствующих дуг совпадают, а формулы без переменных F_i , в начальные вершины которых входят дуги, выходящие из W , истинны на вершинах, в которые входят соответствующие дуги с метками T_i , выходящие из V .

Если пропозициональной меткой начальной вершины W пропозициональной формулы без переменных F (рис. 11) является $|$, то F истинна на вершине V сети N , если V является простой вершиной, из нее выходит единственная дуга, существует дуга, выходящая из W , такая что метки T_i этих дуг совпадают, а формула без переменных F_i , в начальную вершину которой входит дуга с меткой T_i , выходящая из W , истинна на вершине, в которую входит дуга с меткой T_i , выходящая из V .

Рис. 9. - Семантика конъюнкции без переменных

Рис. 10. - Семантика дизъюнкции без переменных

Рис. 11. - Семантика исключающего ИЛИ без переменных

Если метка входной вершины структурной кванторной формулы без переменных F (рис. 12) имеет вид $\forall FS T$, где FS – описание конечного множества $\{d_1, \dots, d_n\}$, а T – термин, то F истинна на вершине V сети N , если V является структурной вершиной, содержащей n сетей, каждая из которых имеет метку класса - T и индивидуальные метки – попарно различные элементы множества $\{d_1, \dots, d_n\}$, и на корне каждой из которых истинна формула без переменных F_1 .

Рис. 12. - Семантика структурной кванторной формулы без переменных F с квантором $\forall$

Если метка входной вершины структурной кванторной формулы без переменных F (рис. 13) имеет вид $\exists M T$, где M – описание (конечного или бесконечного) множества, а T – термин, то F истинна на вершине V сети N , если V является структурной вершиной, содержащей непустое множество сетей, каждая из которых имеет метку класса - T и индивидуальные метки – попарно различные элементы множества, и на корне каждой из которых истинна формула без переменных F_1 .

Рис. 13. - Семантика структурной кванторной формулы без переменных F с квантором $\exists$

Если метка входной вершины структурной кванторной формулы без переменных F (рис. 14) имеет вид $\exists_2 M T$, где M – описание (конечного или бесконечного) множества, а T – термин, то F истинна на вершине V сети N , если V является структурной вершиной, содержащей не менее двух сетей, каждая из которых имеет метку класса - T и индивидуальные метки – попарно различные элементы множества, и на корне каждой из которых истинна формула без переменных F_1 .

Рис. 14. - Семантика структурной кванторной формулы без переменных F с квантором $\exists_2$

Если метка входной вершины структурной кванторной формулы без переменных F (рис. 15) имеет вид $\exists? FS T$, где FS – описание конечного множества $\{d_1, \dots, d_n\}$, а T – термин, то F истинна на вершине V сети N , если V является структурной вершиной, содержащей менее, чем n сетей, каждая из которых имеет метку класса - T и индивидуальные метки – попарно различные

элементы множества $\{d_1, \dots, d_n\}$, и на корне каждой из которых истинна формула без переменных F_1 .

Рис. 15. - Семантика структурной кванторной формулы без переменных F с квантором $\exists$