РАЗДЕЛ XI. ФИЗИКА

Гильц М.Э., Соловьев И.И., Свиридова И.В., Васильева Н.В.
Моделирование затухающих колебаний в электрических цепях

Белгородский государственный национальный исследовательский университет
(Россия, Белгород)

doi: 10.18411/lj-30-11-2017-31

idsp: 000001:lj-30-11-2017-31

Научный руководитель: Тарновский А.И.

Аннотация

В данной статье описано моделирование затухающих колебаний в электрических цепях. В ходе работы были смоделированы затухающие колебания, а также описан их алгоритм реализации.

Ключевые слова: колебания, электрические цепи, изображения колебаний.

Под колебаниями в настоящее время понимается повторяющийся процесс изменения состояний системы около точки равновесия. Колебания в электрических цепях классифицируют по физической природе (механические, электромагнитные, тепловые и смешанного типа) и по характеру взаимодействия с окружающей средой (вынужденные, свободные и затухающие колебания). В данной работе будут рассмотрены лишь затухающие колебания.

Все реальные контура содержат электрическое сопротивление R . Процесс свободных колебаний в таком контуре уже не подчиняется гармоническому закону. За каждый период колебаний часть электромагнитной энергии, запасенной в контуре, превращается в джоулево тепло, и колебания становятся затухающими.

Затухающие колебания в электрическом контуре аналогичны затухающим колебаниям математического маятника при наличии вязкого трения, когда сила трения изменяется прямо пропорционально скорости тела: $F_{\text{тр}} = -\beta v$. Коэффициент β в этой формуле аналогичен сопротивлению R в электрическом контуре. Уравнение свободных колебаний в контуре при наличии затухания имеет вид: $\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \omega^2 q = 0$ (1)

В зависимости от значений параметров R , L , C могут возникнуть следующие три случая:

Случай 1. В этом случае оба корня характеристического уравнения действительны, различны и отрицательны. Случай 1 представлен ниже.

$$R^2 > \frac{4L}{C} \quad (2)$$

Общее решение дифференциального уравнения определяется следующей формулой: $I(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t}$ (3)

Случай 2. Данный режим можно назвать граничным. Здесь оба корня характеристического уравнения совпадают, но при этом являются действительными и отрицательными. Случай 2 представлен ниже.

$$R^2 = \frac{4L}{C} \quad (4)$$

Общее решение уравнения выражается следующей функцией: $I(t) = (C_1 t + C_2) e^{-\beta t}$ (5). В начале процесса ток может возрастать, но в дальнейшем он быстро уменьшается по экспоненциальному закону.

Случай 3. В этом случае корни характеристического уравнения являются комплексно-сопряженными. В электрической цепи возникают затухающие колебания. Случай 3 представлен ниже.

$$R^2 < \frac{4L}{C} \quad (6)$$

В электрической цепи возникают затухающие колебания. Закон изменения тока имеет следующий вид: $I(t) = e^{-\beta t}(A \cos \omega t + B \sin \omega t)$, (7)

где величина $\beta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания; $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2}$ – частота колебаний; A, B – постоянные интегрирования, зависящие от начальных условий.

Стоит заметить, что частота затухающих колебаний ω меньше резонансной частоты ω_0 колебательного контура. Типичный вид кривой $I(t)$ в этом режиме представлен на рисунке 1.

Рисунок 1 – Вид кривой

На рисунке 2 изображен программный код, написанный в программном средстве Matlab, для построения графика затухающих колебаний.

```

clear;
clear;

R=50; % в [Ом]
C=1*10^(-6); % в [Ф]
L=0.1; % в [Гн]
I0=70*10^(-3); % в [А]
tt=0:0.01:2; % временной промежуток
a=I0; % амплитуда
b=R/2*L; % коэф. затухания

w=sqrt(1/(L*C) - (R/2*L)^2); % резонансная частота

syms t; % задаем новый символ для расчета производной
I(t) = I0*cos(w*t); % функция зависимости силы тока от времени
dI(t) = diff(I(t)); % расчет первой производной силы тока по времени
ddI(t) = diff(dI(t)); % расчет второй производной силы тока по времени
G2(t) = ddI(t) + (R/L)*dI(t) + I(t)*w^2; % уравнение затухающих электрических колебаний
k1 = -b + sqrt(b^2+w^2); % корни уравнения
k2 = -b - sqrt(b^2+w^2);
I(t) = exp(-b*t)*a*cos(w*t); % R^2<4L/C Затухающие колебания. Наш случай.

I(tt)
plot(tt,I(tt),'r'); % график
grid on

```

Рисунок 2 – Программный код для построения графика

На рисунке 3 представлено изображение затухающих колебаний, смоделированное с помощью программного средства Matlab.

Рисунок 3 – Изображение затухающих колебаний

Таким образом, в ходе данной работы были изучены и смоделированы затухающие колебания в электрической цепи. Затухающие колебания в электрическом контуре аналогичны затухающим колебаниям математического маятника при наличии вязкого трения, когда сила трения изменяется прямо пропорционально скорости тела.

1. Колебания в электрических цепях. – Режим доступа: <http://www.math24.ru/колебания-в-электрических-цепях.html> (дата обращения 15.11.2017г).
2. Справочник по Matlab. – Режим доступа: <http://matlab.exponenta.ru/ml/book2/index.php> (дата обращения 15.11.2017 г).