Литвиненкова З.Н., Осиюк Е.А.

*Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации
Санкт-Петербург, Россия*

doi: 10.18411/ij-28-02-2017-1-08

idsp 000001:ij-28-02-2017-1-08

Влияние на прочность местной потери устойчивости в зоне трещины-разреза в тонкой растянутой пластине

Аннотация

В конструкциях большинства летательных аппаратов есть тонкостенные элементы (обшивка самолета) с технологическими и эксплуатационными дефектами типа остроконечных надрезов, трещин и иных концентраторов напряжений.

Принцип безопасного повреждения, применяемый в наше время наряду с принципом безопасного ресурса, допускает наличие подобных дефектов, но ставит задачу перед конструкторами учитывать их влияние на разрушающую нагрузку при расчете прочностного ресурса воздушного судна.

В работе дается уточненное решение задачи о растянутой нормальными напряжениями пластине с трещиной–разрезом с учетом деформации (выпучивания) в зоне трещины. При расчете напряженно-деформированного состояния используются соотношения двумерной теории упругости в комплексной форме. Для оценки влияния выпучивания пластины на ее прочность применяется обобщенный метод Бубнова-Галеркина и энергетический подход Гриффитса.

Установлено, что в момент потери устойчивости предельная нагрузка резко снижается (на 25%), а при дальнейшем росте зоны выпучивания меняется незначительно. Этот эффект существенно сказывается на прочности пластинчатых элементов конструкций летательных аппаратов и должен учитываться на этапе проектирования конструкций.

Ключевые слова: прочность, обшивка самолета, пластина, трещина-разрез, концентрация напряжений, выпучивание (деформация), разрушающая нагрузка, безопасное повреждение.

Abstract

The paper gives a refined solution of the problem concerning extended by the normal strain plate that has a crack – cut with consideration of warping (buckling) in the crack zone. When calculating strain-deformed state the ratio of the two-dimensional theory of elasticity is used. To evaluate the influence of buckling of the plate on its

strength the generalized method of Bubnov-Galerkin and Griffith energy approach is applied.

Keywords: strength, aircraft covering, plate, crack - the cut, the concentration of stress, buckling (warping), breaking load, safe damage.

Введение

Современная обшивка самолетов состоит из панелей или отдельных листов из алюминиевых сплавов (или титана и нержавеющей стали), отформованных по поверхности крыльев или фюзеляжа. В наше время в основном применяется жесткая металлическая обшивка. Она воспринимает нагрузки в виде крутящих и изгибающих моментов, внешние аэродинамические нагрузки и нагрузки перерезывающих сил, действующих на каркас самолета. Для производства работающей обшивки применяют титановые, алюминиевые и стальные сплавы, композиционные материалы. В конструкциях сверхзвуковых самолетов чаще всего встречаются титан и сталь.

При обеспечении безопасности полетов на современном этапе наряду с принципом «безопасного ресурса» используется также принцип «безопасного повреждения» [1], который предусматривает наличие в элементах конструкций начальных металлургических и технологических дефектов и образование в них трещин по мере накопления эксплуатационных повреждений.

Опыт эксплуатации и ремонта летательных аппаратов показывает, что задолго до разрушения всей конструкции появляются дефекты ее элементов, такие как трещины обшивки, местная потеря устойчивости обшивки (выпучивание), выпадение заклепок и т.д.

Понятие «безопасных повреждений» относится к конструкции, спроектированной таким образом, чтобы минимизировать возможность выхода летательного аппарата из строя из-за распространения невыявленных дефектов-трещин или других повреждений.

Таким образом, прочностной ресурс воздушного судна следует определять на основе критерия прочности, учитывающего наличие дефектов в материале конструкции и развитие трещин, которые не приводили бы к катастрофическому исходу.

Определение напряженно-деформированного состояния элементов конструкций, содержащих концентраторы напряжений типа трещин, является наиболее ответственным и сложным этапом расчета на прочность. Известно, что напряженно-деформированное состояние тела с трещиной полностью характеризуется величиной коэффициента интенсивности напряжений (КИН). На понятии КИН основаны практически все известные в настоящее время критерии хрупкого и квази-хрупкого разрушения, а также зависимости, описывающие рост усталостных трещин. Кроме того, рост трещины в тонколистовом материале сопровождается локальным выпучиванием в зоне трещины, оказывающем влияние на процесс разрушения [2, 3, 4].

В этой связи актуальным представляется изучение распределения напряжений в окрестности одиночных дефектов в пластинах с использованием разрешающих уравнений уточненных классических теорий и последующее построение критериев предельного равновесия с позиций теории разрушения.

Постановка и решение задачи

В данной работе в качестве базовой рассматривается задача о растяжении

плоскости с прямолинейной трещиной – разрезом длиной $2a$

$$-a \leq x_1^0 \leq a$$

$$x_2^0 \geq 0,$$

с берегами, свободными от напряжений.

При введении локальной полярной системы координат с полюсом в конце разреза ρ, φ , получена стандартная асимптотика напряжений и смещений (для напряжений – корневая особенность $\sqrt{a/(2\rho)}$).

Подробно анализируется явление локальной потери устойчивости частей пластины, примыкающих к разрезу.

Местное выпучивание возникает в растянутой нормальными напряжениями $\sigma_y^\infty = P$ пластине в связи с наличием зоны сжимающих напряжений в области трещины, величина которых устанавливается при исследовании докритического состояния пластины по методу Вестергард.

Уравнения Вестергард имеют вид [5]:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \operatorname{Re} Z - y \operatorname{Im} Z' \\ \sigma_{22} = \operatorname{Re} Z + y \operatorname{Im} Z' \\ \tau_{12} = -y \operatorname{Re} Z' \end{cases} \quad (1)$$

где

$$Z = \frac{Pz}{\sqrt{z^2 - a^2}}, \quad z = x_1^0 + ix_2^0$$

Отметим, что функция Вестергард Z связана с комплексными потенциалами Колосова-Мусхелишвили [6] следующим образом:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2}Z, \quad \Psi(z) = -\frac{1}{2}zZ'$$

Докритические напряжения в растянутой пластине с разрезом определяются по формулам:

$$\begin{cases} \sigma_\zeta^0 = \frac{\rho^0}{\sqrt{r^0}} \cos\left(\varphi^0 - \frac{\psi^0}{2}\right) - \frac{\eta}{\sqrt{(r^0)^3}} \sin \frac{3}{2}\psi^0 - 1 \\ \sigma_\eta^0 = \frac{\rho^0}{\sqrt{r^0}} \cos\left(\varphi^0 - \frac{\psi^0}{2}\right) + \frac{\eta}{\sqrt{(r^0)^3}} \sin \frac{3}{2}\psi^0 \\ \tau_{\zeta\eta}^0 = \frac{\eta}{\sqrt{(r^0)^3}} \cos \frac{3}{2}\psi^0 \end{cases} \quad (2)$$

Здесь

$$\zeta = \frac{x_1^0}{a}; \quad \eta = \frac{x_2^0}{a}; \quad \rho^0 = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2};$$

$$r^0 = \sqrt{(\zeta^2 - \eta^2 - 1)^2 + 4\zeta^2\eta^2}; \quad \varphi^0 = \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\zeta}$$

$$\Psi^0 = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{2\zeta\eta}{\zeta^2 - \eta^2 - 1} + \pi, & \zeta < 1 \\ \operatorname{arctg} \frac{2\zeta\eta}{\zeta^2 - \eta^2 - 1}, & \zeta \geq 1 \end{cases}$$

$$\sigma_{\zeta}^0 = \frac{\sigma_{11}}{P}; \quad \sigma_{\eta}^0 = \frac{\sigma_{22}}{P}; \quad \tau_{\zeta\eta}^0 = \frac{\tau_{12}}{P}$$

Напряжения σ_{ζ}^0 , σ_{η}^0 , $\tau_{\zeta\eta}^0$ были подсчитаны на ЭВМ на прямых $x = \pm a$ при различных значениях η от 0,01 до 2,5. Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что сжимающие напряжения на кромках $x = \pm a$ максимальны при $0 \leq \eta < 0,5$ и близки к 0 при $\eta \geq 1,1$.

Критические (эйлеровы) напряжения определяются из дифференциального уравнения задачи:

$$D\nabla^4\omega - Pha^2 \left(\sigma_{\zeta}^0 \frac{\partial^2 \tilde{\omega}}{\partial \zeta^2} + \sigma_{\eta}^0 \frac{\partial^2 \varpi}{\partial \eta^2} + 2\tau_{\zeta\eta}^0 \frac{\partial^2 \varpi}{\partial \zeta \partial \eta} \right) = 0 \quad (3)$$

Здесь

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)},$$

h – толщина пластины.

Зона локального выпучивания моделируется полосой шириной $2a$, нагруженной по длинным кромкам напряжениями, полученными по формулам (2).

На длинных кромках полосы приняты условия упругого защемления с коэффициентом упругой заделки β . Это связано с тем, что при небольшом прогибе пластина (полоса) работает в условиях жесткого защемления длинных сторон ее контура, а при прогибе, соизмеримом с толщиной пластины, ее края можно считать с достаточной степенью точности шарнирно опертыми.

В дальнейшем проводится численный эксперимент для двух крайних случаев:

- а) жесткой заделки (при $\beta = \infty$);
- б) шарнирного опирания (при $\beta = 0$)

краев полосы, то есть при $\zeta = \pm 1$ выполняются граничные условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{а) } \tilde{\omega} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} = 0 \text{ при } \zeta = \pm 1 \\ \text{б) } \tilde{\omega} = 0, \quad \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \nu \frac{\partial^2 \varpi}{\partial \zeta^2} = 0 \text{ при } \zeta = \pm 1 \end{array} \right. \quad (4)$$

При $\eta = 0$ (берег трещины – разреза) граничные условия таковы:

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 \omega}{\partial \eta^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 \omega}{\partial \eta \partial \zeta^2} = 0$$

При $\eta \rightarrow \infty$, $\tilde{\omega} \rightarrow 0$

Краевая задача (3) –(4) решается вариационным методом (обобщенный метод Бубнова-Галеркина) [7].

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\infty} \left\{ \nabla^4 \omega - \lambda \left[\sigma_{\zeta}^0 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} + \sigma_{\eta}^0 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + 2\tau_{\zeta\eta}^0 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta \partial \eta} \right] \right\} \delta \omega d\zeta d\eta - \\ - \int_{-1}^1 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \delta \omega d\zeta \Big|_{\eta=0} - \int_{-1}^1 \left[\frac{\partial^3 \omega}{\partial \eta^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 \omega}{\partial \eta \partial \zeta^2} \right] \delta \omega d\zeta \Big|_{\eta=0} \\ = 0 \quad (5)$$

Здесь

$$\lambda = \frac{Pha^2}{D} \quad (6)$$

Форма выпученной поверхности задается в виде:

$$\omega(\zeta, \eta) = \sum_{m=2}^p \sum_{n=1}^q A_{mn} \omega_{mn} \quad (7)$$

где $\omega_{mn} = \cos^m \frac{\pi \zeta}{2} e^{-n\eta}$

Подставляя (7) в (5), получим квадратичную форму от параметров A_{mn} . Минимизируя ее, находим r значений параметра λ , наименьшее из которых позволяет определить из выражения (6) критическое значение растягивающей нагрузки.

$$P_{кр} = \frac{D\lambda_{min}}{ha^2} = K \frac{\pi^2 D}{a^2 h} = K_1 E \left(\frac{h}{a} \right)^2 \quad (8)$$

Численная реализация указанного метода осуществляется на ЭВМ. Были получены следующие значения коэффициента K_1 в формуле (8):

$$1,08 \leq K_1 \leq 1,2$$

При сравнении полученной в соответствии с формулой (8) зависимости критической нагрузки от толщины для образцов из стали и из алюминиевых сплавов с экспериментальными данными усматривается их хорошее согласование.

Потеря устойчивости плоской пластины приводит к изменению напряженного состояния у вершины трещины и следовательно, влияет на процесс разрушения.

Далее в работе оценивается прочность пластины с выпучиванием в зоне трещины. При этом предполагается, что линии главных напряжений обтекают выпученную область таким же образом, как если бы на ее месте в пластине имелось сквозное эллиптическое отверстие с полуосями $\max|x| = a$ и $\max|y| = b$, $b = 1,1a$.

Основное уравнение теории Гриффитса имеет вид [8]:

$$\frac{\partial}{\partial a} [T(a) - W(a, b, P)] = 0,$$

где $T(a) = 4\gamma_0 a$ – поверхностная энергия трещины,

γ_0 — плотность поверхностной энергии материала,
 $W(a, b, P)$ — энергия упругого деформирования, обусловленная раскрытием трещины и увеличением протяженности выпученной зоны при возрастании напряжений P .

Для $W(a, b, P)$ имеем:

$$W(a, b, P) = \frac{\pi P^2}{2E} (2a^2 + ab)$$

Подставляя выражения для T и W в уравнение Гриффитса, находим разрушающую нагрузку P^* (с учетом выпучивания).

$$P^* = \sqrt{\frac{8\gamma E}{\pi(4a + b)}}$$

Обозначим разрушающую нагрузку невыпученной пластины с трещиной через P_0^* . Эта величина может быть получена по формуле для P^* при $b = 0$

$$P_0^* = \sqrt{\frac{2\gamma E}{a\pi}}$$

которая совпадает с известной формулой Ирвина.

Рассмотрим отношение

$$\zeta = \frac{P^*}{P_0^*} = \frac{2}{\sqrt{4 + b/a}}$$

Предположим, что нагрузка, приложенная к бесконечной пластине, превышает критическую:

$$P = KE \left(\frac{h}{a}\right)^2,$$

где $K > 1,08$.

Оценим влияние выпучивания на разрушающую нагрузку, установив зависимость параметра ζ от коэффициента внешней нагрузки K :

$$\zeta = f(K)$$

Анализ этой зависимости приводит к выводу, что в момент потери устойчивости предельная нагрузка резко падает $\approx$ на 25%, а при дальнейшем росте зоны выпучивания меняется незначительно.

Заключение

Полученный в работе результат свидетельствует о том, что депланация пластинчатых элементов конструкций летательных аппаратов в зоне трещины приводит к понижению разрушающей нагрузки на 20-25%. Этот фактор должен приниматься во внимание конструкторами для обеспечения безопасности полетов.

Литература

1. Нестеренко Г.И. Требования по усталости и живучести конструкций гражданских самолетов.// Научный вестник МГТУГА № 163, 2011
2. Гольцев В.Ю. и др. Заводская лаборатория № 1, 1961
3. Литвиненкова З.Н.Об устойчивости растянутой пластины с внутренней трещиной.// Известия АН СССР, Механика твердого тела № 5, 1973
4. Литвиненкова З.Н.Разрушающая нагрузка растянутых плоских элементов конструкций самолета (обшивки) у мест выточек.// Вестник СПбГУГА, выпуск 2, 2011
5. Вестергард Г.М.Несущие давления и трещины.// Журнал прикладной механики, том 6, с. А 49-53, 1939
6. Мусхелишвили И.Н.Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., «Наука», 1966.
7. Галеркин Б.Г.Собрание сочинений. Т. 1.// Изд-во АН СССР, 1952
8. Griffith A.A. The theory of rupture.// Proc. First. Inter. Congress Appl. Mech. Delft., p. 55-63, 1924