определения. Расчет зубчатой передачи выполняется автоматически, пользователь задаёт параметры фасок на зубьях, варианты изображения модели колеса.

Другие конструктивные элементы моделируются аналогичным образом – при соответствии элемента стандартам он формируется из имеющихся библиотек. Гораздо большую сложность представляет формирование чертежа или модели детали при наличии нестандартных элементов, например, нестандартные шлицы на ступице колеса (или зубья на валу).

При невозможности выбрать элемент из стандартных библиотек, он создаётся посредством формообразующих операций. Когда модель сформирована, создаётся ассоциативный чертеж. Серьезное преимущество 3D-моделирования заключается в свойственной этой технологии ассоциативности. Стоит изменить размер одного элемента в детали (одной детали в сборке), как соответствующие перемены отразятся на чертеже детали.

Встроенная в программу Компас-3D библиотека «Валы и механические передачи 2D» позволяет быстро и корректно построить типовые детали общемашиностроительного применения, и типовые элементы деталей. Все конструктивные элементы – зубья, шлицы, канавки и пр. отражаются на всех необходимых видах, разрезах и сечениях в соответствии с существующими стандартами. Более того, после построения чертежа генерируется готовая модель. Но если деталь содержит один или несколько нестандартных элементов или каких-либо конструктивных особенностей, то 3D-моделирование предоставляет большие возможности в точности отражения формы, чем библиотеки стандартных элементов.

Как удалось исследовать на ряде примеров, выполнение чертежей с помощью 2D-библиотек является оптимальным вариантом проектирования при наличии в детали стандартных конструктивных и технологических элементов. Если же деталь представляет собой сложную геометрическую форму, целесообразно выполнить 3D-модель, а затем уже по ней выполнять чертеж.

***

1. ГОСТ 2.305 – 2008. Единая система конструкторской документации. Изображения – виды, разрезы, сечения [Текст]. – Взамен ГОСТ 2.305-68; Введ. с 01.07.2009. – М.: Стандартинформ, 2009. – 27 с.
2. Боголюбов, С.К. Черчение: учебник / Боголюбов С.К. – Изд. 2-е, испр. – М.: Машиностроение, 1989. – 336 с.
3. Веселова, А.В. Черчение для всех. Видеоуроки Компас-3D [Электрон-ный ресурс]. Режим доступа: <http://veselowa.ru/>.

Власова Е.В.

**О расчете на прогиб ортотропных прямоугольных пластин
с одной свободной кромкой**

*Ростовский государственный университет путей сообщения
(Россия, Воронеж)*

doi:10.18411/lj-11-2018-142

idsp: ljjournal-11-2018-142

Аннотация

Предлагается приближенный аналитический метод решения задачи об изгибе ортотропной прямоугольной пластины при наличии одной свободной кромки.

Ключевые слова: анизотропия, прямоугольные пластины, задача изгиба, свободная кромка

Как известно, статический прогиб ортотропной прямоугольной пластинки размером $a \times b$ под действием поперечной сосредоточенной силы $\bar{F}$, приложенной в точке с координатами $(\tilde{x}, \tilde{y})$, описывается следующим уравнением:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = F \delta(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}), \quad (1)$$

где $D_x = \frac{E'_x h^3}{12}$, $D_y = \frac{E'_y h^3}{12}$, $D_I = \frac{E'' h^3}{12}$, $D_{xy} = \frac{G h^3}{12}$, $H = D_I + 2D_{xy}$.

Здесь D_x , D_y , D_I , D_{xy} – жесткости при изгибе и крутильная жесткость пластинки, E'_x , E'_y , E'' , G – постоянные, характеризующие упругие свойства материала, h – толщина пластинки, $\delta(\cdot, \cdot)$ – функция Дирака [1].

Будем считать, что край пластины $x=0$ свободен, а края $x=a$, $y=0$ и $y=b$ – жестко заделаны. Краевые условия задачи имеют следующий вид:

$$\left(D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_I \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \Big|_{x=0} = 0, \quad \left(D_x \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (4D_{xy} + D_I) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) \Big|_{x=0} = 0, \quad (2)$$

$$w \Big|_{x=a} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=a} = 0, \quad (3)$$

$$w \Big|_{y=0, y=b} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0, y=b} = 0. \quad (4)$$

Согласно [1], рассматриваемой задаче соответствует вариационная задача о минимуме интеграла

$$\int_0^a \int_0^b \left\{ D_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{xy} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy - \int_0^a \int_0^b p w dx dy, \quad (5)$$

где $p(x, y) = F \delta(x - \tilde{x}, y - \tilde{y})$.

Приближенное решение поставленной задачи будем искать в виде

$$w = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N c_{mn} w_{mn}, \quad (6)$$

где $w_{mn}(x, y) = U_m(x) V_n(y)$.

В качестве функций $U_m(x)$, $V_n(y)$ будем использовать собственные функции самосопряженных краевых задач с краевыми условиями типа Штурма [2], содержащие свободные параметры α и β :

$$D_x U^{(4)} + 2H\alpha U'' - \gamma^2 U = 0, \quad (7)$$

$$D_x U''(0) + D_I \alpha U(0) = 0, \quad D_x U'''(0) + (4D_{xy} + D_I) \alpha U'(0) = 0, \quad (8)$$

$$U(a) = 0, \quad U'(a) = 0, \quad (9)$$

$$D_y V^{(4)} + 2H\beta V'' - \nu^2 V = 0, \quad (10)$$

$$V(0) = 0, \quad V'(0) = 0, \quad V(b) = 0, \quad V'(b) = 0. \quad (11)$$

Здесь γ и ν – собственные значения краевых задач (7) – (9) и (10), (11) соответственно.

Для удобства дальнейших преобразований будем считать, что функции $U_m(x)$ и $V_n(y)$ удовлетворяют следующим условиям нормировки:

$$\int_0^a U_m^2(x) dx = 1, \int_0^b V_n^2(y) dy = 1 \quad (m = 1, 2, \dots, N, \quad n = 1, 2, \dots, N).$$

Для определения неизвестных коэффициентов разложения (6) будем использовать идею метода Ритца. Подставим разложение (6) в функционал (5) и приравняем к нулю производные этого выражения по c_{ij} . Получаем следующую систему уравнений

$$\int_0^a \int_0^b \left\{ D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial x^2} + D_l \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial x^2} \right) + D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial y^2} + 4D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial x \partial y} \right\} dx dy =$$

$$= F U_i(\tilde{x}) V_j(\tilde{y}),$$

где $i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, N$.

Отметим, что при получении правой части системы использовано известное

свойство функции Дирака: $\int_0^\infty p(z) \delta(z - \tilde{z}) dz = p(\tilde{z})$.

Нетрудно показать, что используя двукратное интегрирование по частям, эту систему уравнений можно привести к виду:

$$\int_0^a \int_0^b \left(D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) w_{ij} dx dy - \int_0^b \left[\left(D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_l \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \frac{\partial w_{ij}}{\partial x} \right] \Big|_{x=0} dy +$$

$$+ \int_0^b \left[\left(D_x \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (4D_{xy} + D_l) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) w_{ij} \right] \Big|_{x=0} dy = F U_i(\tilde{x}) V_j(\tilde{y}). \quad (12)$$

Отметим, что отсутствие в уравнениях системы (12) ряда контурных интегралов связано с тем, что аппроксимирующие функции w_{ij} удовлетворяют краевым условиям (3) и (4).

Обозначим матрицу системы – A . Покажем, что наличие параметров α и β в образующих уравнениях для базисных функций создает возможности для диагонализации матрицы A . Рассмотрим недиагональные элементы матрицы A . Для случая, когда

$$n = j = 1, \quad m \neq i, \quad (13)$$

имеем

$$A_{lk} = D_x \int_0^a U_m^{(4)}(x) U_i(x) dx + 2H \int_0^a U_m''(x) U_i(x) dx \int_0^b V_1''(y) V_1(y) dy -$$

$$- U_i'(0) \left(D_x U_m''(0) + D_l U_m(0) \int_0^b V_1''(y) V_1(y) dy \right) +$$

$$+ U_i(0) \left(D_x U_m'''(0) + (4D_{xy} + D_l) U_m'(0) \int_0^b V_1''(y) V_1(y) dy \right), \quad (14)$$

где $l = N(i-1) + j, \quad k = N(m-1) + n$.

Далее, используя краевые условия (8), получаем

$$D_x U_m''(0) + D_l \alpha U_m(0) = 0, \quad D_x U_m'''(0) + (4D_{xy} + D_l) \alpha U_m'(0) = 0. \quad (15)$$

При этом из (7) следует, что

$$D_x \int_0^a U_m^{(4)}(x) U_i(x) dx + 2H\alpha \int_0^a U_m''(x) U_i(x) dx = \gamma_{mi}^2 \int_0^a U_m(x) U_i(x) dx,$$

поэтому для данного случая

$$D_x \int_0^a U_m^{(4)}(x) U_i(x) dx + 2H\alpha \int_0^a U_m''(x) U_i(x) dx = 0. \quad (16)$$

Из соотношений (14), (15) и (16) видно, что при

$$\alpha = \int_0^b V_1''(y) V_1(y) dy, \quad (17)$$

элементы матрицы A , определяемые (14), будут равны нулю.

Аналогично, можно показать, что при

$$\beta = (D_I \int_0^a U_1''(x) U_1(x) dx - 2D_{xy} \int_0^a U_1'(x) U_1'(x) dx) / H, \quad (18)$$

будут равны нулю элементы матрицы A , определяемые соотношениями

$$m = i = 1, \quad n \neq j. \quad (19)$$

Таким образом, выбор значений параметров в соответствии с условиями (17) и (18) обеспечивает равенство нулю недиагональных элементов матрицы A , расположенных на пересечении первых N строк и N столбцов. Отметим, что здесь под N^2 понимается число уравнений в системе (12), которые используются при нахождении приближенного решения методом Рунге.

Диагональные элементы матрицы A имеют вид

$$\begin{aligned} A_{mm} = & D_x \int_0^a U_m^{(4)}(x) U_m(x) dx + 2H \int_0^a U_m''(x) U_m(x) dx \int_0^b V_m''(y) V_m(y) dy + D_y \int_0^b V_m^{(4)}(y) V_m(y) dy - \\ & - U_m'(0) \left(D_x U_m''(0) + D_I U_m(0) \int_0^b V_m''(y) V_m(y) dy \right) + \\ & + U_m(0) \left(D_x U_m'''(0) + (4D_{xy} + D_I) U_m'(0) \int_0^b V_m''(y) V_m(y) dy \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Отметим, что, формулу (20) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} A_{mm} = & D_x \int_0^a U_m''(x) U_m''(x) dx + D_y \int_0^b V_m''(y) V_m''(y) dy + 2D_I \int_0^a U_m''(x) U_m(x) dx \int_0^b V_m''(y) V_m(y) dy + \\ & + 4D_{xy} \int_0^a U_m'(x) U_m'(x) dx \int_0^b V_m'(y) V_m'(y) dy. \end{aligned} \quad (21)$$

Пренебрегая внедиагональными элементами матрицы A , получаем следующее решение системы уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов разложения:

$$c_{ij} = \frac{F U_i(\tilde{x}) V_j(\tilde{y})}{A_{ij}}. \quad (22)$$

Таким образом, получаем следующее приближенное выражение для функции прогиба пластинки под действием сосредоточенной силы $\bar{F}$

$$w(x, y) = F \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_m(\tilde{x}) V_n(\tilde{y})}{A_{mn}} U_m(x) V_n(y). \quad (23)$$

В заключение приведем результаты численного исследования погрешности предлагаемой расчетной формулы. Предположим, что прямоугольная пластинка с размерами $a = 1$ м и $b = 2$ м изготовлена из фанеры с упругими постоянными $E'_x = 140 \cdot 10^3$ кг/см², $E'_y = 11.7 \cdot 10^3$ кг/см², $E'' = 5.4 \cdot 10^3$ кг/см², $G = 12 \cdot 10^3$ кг/см² [1]. Проводилось сравнение двух решений рассматриваемой задачи – по методу Ритца и с использованием формулы (23). Для случая равномерной нагрузки относительные различия между значениями прогиба в 500 точках равномерно распределенных по пластине не превышают 2.13%, для случая асимметричной нагрузки, например, при $\tilde{x} = a/2$, $\tilde{y} = b/4$ – 4.47%.

***

1. Тимошенко, С.П. Пластинки и оболочки [Текст] / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Наука, 1966. – 635 с.
2. Камке, Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям [Текст] / Э. Камке. – 6-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2003. – 576 с.

Ефимов В.В., Халиулин Д.В., Халиулина Л.Э.
Образование газовых гидратов на элементах внутренних устройств сепараторов
при промысловой подготовке природного газа

*ООО «Газпром добыча Ямбург»
 (Россия, Новый Уренгой)*

doi:10.18411/lj-11-2018-143
idsp: ljjournal-11-2018-143

Процесс разработки большинства газовых и газоконденсатных месторождений осложняется образованием газовых гидратов в технологических системах сбора и промысловой подготовки природного газа. Особую остроту проблема льдо- и гидратообразования «приобретает» на месторождениях Крайнего Севера Западной Сибири, где разработка ведется в сложных условиях распространения многолетнемерзлых пород, при низких пластовых температурах, в суровых климатических условиях.

Любое месторождение природного газа можно условно рассматривать как двухфазную многокомпонентную систему «газ – вода», в которой газ, находясь в постоянном контакте с содержащейся в газоносной залежи связанной, подошвенной или краевой водой, в условиях пластового давления и температуры насыщается парами влаги. Содержащаяся в добываемой продукции вода (в любом ее агрегатном состоянии) в определенных термодинамических условиях способна образовывать с компонентами природного газа (CH₄, C₂H₆, C₃H₈, изобутан, CO₂, N₂, H₂S и т.п.) неустойчивые физико-химические твердые соединения – гидраты, отложения которых, заполняя рабочие пространства газопроводов и внутренних устройств технологических аппаратов, способны вызывать возникновение серьезных осложнений процессов внутрпромыслового транспорта и промысловой подготовки газа.

Основными факторами для образования газовых гидратов являются содержащаяся в газожидкостном потоке влага, высокое давление и низкая температура, причем фактор температуры оказывает на образование гидратов большее влияние, чем фактор давления. Поэтому регулировать процессы предупреждения образования газовых гидратов нужно, главным образом, регулируя температуру.

Существует целый ряд методов предупреждения образования газовых гидратов в газопромысловых системах. Самым распространенным из них в настоящее время является метод понижения температуры замерзания системы «газ – вода», для чего в газо-жидкостный поток вводится метиловый спирт (метанол).