- строительство закрытых складов (навесов) из легких и дешевых строительных конструкций.

В подготовительный период и в течение всего периода строительства должна обеспечиваться полная сохранность существующей древесно-кустарниковой растительности и почвенного покрова на участках, не попадающих непосредственно под возводимые объекты. Эти участки на весь период строительства должны быть временно ограждены. Во избежание повреждения и поломки крон и стволов деревьев, сохраняемых вблизи возводимых зданий и сооружений, при необходимости, в составе ППР должны быть отражены мероприятия по ограничении поворота и вылета стрел монтажных кранов.

Таким образом, при строительстве зданий в условиях Крайнего Севера, необходимо выбирать материалы и конструкции, учитывающие экстремальные условия Арктики. В данном объекте «Арктический центр культуры и искусства народов Севера-Долган» выбрана каркасная схема здания, фундаменты выполнены свайные из стальных электросварных труб, наружные стены смонтированы из сэндвич-панелей, цокольное и междуэтажное перекрытия сделаны из сталежелезобетонной плиты, кровля плоская из сэндвич-панелей по металлическим фермам. Эргономичность формы здания, выбор фундамента с учетом грунта, легкость конструкций, низкая теплопроводность материалов, быстрота монтажа, большой срок эксплуатации – вот основные факторы, на которые следует опираться при проектировании зданий и сооружений в Арктической зоне.

1. Об утверждении государственной программы Российской Федерации "Социально-экономическое развитие Арктической зоны Российской Федерации" (с изменениями на 5 июня 2019 года) <http://docs.cntd.ru/document/499091750>
2. СП 25.13330.2012 Основания и фундаменты на вечномерзлых грунтах. Актуализированная редакция СНиП 2.02.04-88 (с Изменениями N 1, 2, 3), <http://docs.cntd.ru/document/1200095519>
3. ГОСТ 32603-2012 Панели металлические трехслойные с утеплителем из минеральной ваты. Технические условия <http://docs.cntd.ru/document/1200109848>.
4. СП 20.13330.2016 Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85* (с Изменениями N 1, 2), <http://docs.cntd.ru/document/456044318>
5. Фото Дениса Попова, <http://ysia.ru/v-anabarskom-uluse-otkryt-arkticheskij-tsentr-kultury-i-iskusstv-narodov-severa-video/>

Улюмджиева Г.В., Цебикова Д.Н., Хохолкина Л.К., Темяникова В.А., Баиров Б.Б.
Выделение главной особенности решения на примере прогиба круглой пластинки
ФГБОУ ВО «Калмыцкий государственный университет имени Б.Б. Городовикова»
(Россия, Элиста)

doi: 10.18411/lj-10-2019-19

idsp: ljjournal-10-2019-19

Аннотация

В данной статье рассматривается один из важных этапов решения и исследования задач на прогибы пластин: выделение главной особенности решения на примере прогиба круглой пластинки под сосредоточенными силами, равномерно распределенными по окружности заданного радиуса.

Ключевые слова: главная особенность решения, пластины и оболочки, механика твердого тела, прогиб круглой пластинки

Abstract

This article discusses one of the important stages of solving and studying problems of plate deflection: highlighting the main features of the solution by the example of deflection of a circular plate under concentrated forces uniformly distributed around the circumference of a given radius.

Keywords: main feature of the solution, plate and shell, solid mechanics, deflection of a circular plate

Введение

Оболочки и пластины составляют обширный класс тонкостенных конструкций. Формы элементов, включаемых в данные конструкции, чрезвычайно разнообразны. В промышленном и гражданском строительстве это могут быть покрытия и перекрытия; в кораблестроении – корпуса судов; в подвижном составе железных дорог – кузова вагонов, цистерны, несущие конструкции локомотивов; в наземном транспорте – кузова автомобилей, тракторов и т. п.

Множество деталей в технике, в строительстве и других различных областях представляют собой тела, у которых один из размеров значительно меньше других. Такие тела рассчитываются как пластины и оболочки. То есть пластинами будем называть тела, имеющие форму призмы или цилиндра, толщина которых значительно меньше размеров тела. Оболочка – это тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, толщина данного тела также намного меньше остальных размеров. Пластины – частный случай оболочек, поскольку поверхности, которыми ограничено тело, являются параллельными (рис. 1).

Рис.1 Оболочки и пластины: а) пластина, б) оболочка

Исследование будем проводить для круглой пластины, жестко защемленной по краям.

Постановка задачи

Пусть нагрузка распределена равномерно по окружности радиуса b (рис. 2). Для начала разобьем пластинку, как показано на (рис. 3), на две части (рис. 3. б и с), мы увидим, что внутренняя часть пластинки будет находиться в условиях чистого изгиба, вызванного равномерно распределенными моментами M_1 , и перерезывающими силами Q_0 .

Рис.2 Круглая пластинка с обозначением приложенной нагрузки

Рис.3. а, b и c. Упрощенная схема круглой пластины

Обозначив через P всю приложенную нагрузку, и зная длину окружности, мы найдем, что

$$Q_0 = \frac{P}{2\pi b}$$

Величина момента M_1 определится из условия непрерывности на окружности радиуса $r = b$, из которого следует, что обе части пластинки имеют один и тот же наклон на этой окружности.

Пользуясь уравнениями для наклона и прогиба [1]

$$\frac{dw}{dr} = \frac{a^2 b^2 M_1}{D(1-\nu)(a^2 - b^2)} \left(\frac{1}{r} + \frac{1-\nu}{1+\nu} \cdot \frac{r}{a^2} \right), \quad (1)$$

$$w = -\frac{b^2 M_1}{2(1+\nu)D(a^2 - b^2)} (a^2 - r^2) + \frac{a^2 b^2 M_1}{(1-\nu)D(a^2 - b^2)} \ln \frac{r}{a} \quad (2)$$

находим, что наклон для внутренней границы наружной части пластинки равен

$$\left(\frac{dw}{dr} \right)_{r=b} = \frac{a^2 b^2 M_1}{D(1-\nu)(a^2 - b^2)} \left(\frac{1}{b} + \frac{1-\nu}{1+\nu} \cdot \frac{b}{a^2} \right) + \frac{Pb}{8\pi D} \left[2 \ln \frac{b}{a} - 1 - \frac{1-\nu}{1+\nu} + \frac{2b^2}{a^2 - b^2} \ln \frac{b}{a} \cdot \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \frac{1+\nu}{1-\nu} \right) \right] \quad (3)$$

Внутренняя часть пластинки изогнута по сферической поверхности, кривизна которой дается выражением

$$\frac{1}{r_x} = \frac{1}{r_y} = \frac{M}{D(1+\nu)} \quad (4)$$

Поэтому искомый наклон на границе равен

$$\left(\frac{dw}{dr} \right)_{r=b} = -\frac{M_1 b}{D(1+\nu)}$$

Приравнявая выражения (3) и (4), получим

$$M_1 = \frac{(1-\nu)P(a^2 - b^2)}{8\pi a^2} - \frac{(1+\nu)P \ln \frac{b}{a}}{4\pi} \quad (5)$$

Подставляя это выражение для M_1 в уравнение (2), получим прогибы наружной части пластинки, вызванные моментами M_1 ; прогибы же, вызванные силами Q_0 , получаются из уравнения

$$w = \frac{Pr^2}{8\pi D} \left(\ln \frac{r}{a} - 1 \right) - \frac{C_1 r^2}{4} - C_2 \ln \frac{r}{a} + C_3 \quad (6)$$

Складывая оба эти прогиба вместе, получим для наружной части пластинки

$$w = \frac{P}{8\pi D} \left[(a^2 - r^2) \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1-\nu}{1+\nu} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^2} \right) + (b^2 + r^2) \ln \frac{r}{a} \right] \quad (7)$$

Подставив в это выражение $r = b$, получим прогиб под нагрузкой

$$(w)_{r=b} = \frac{P}{8\pi D} \left[(a^2 - b^2) \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1-\nu}{1+\nu} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^2} \right) + 2b^2 \ln \frac{b}{a} \right] \quad (8)$$

Чтобы найти прогибы внутренней части пластинки, прибавим к прогибу (8) прогибы, вызванные чистым изгибом этой части пластинки [1]. Таким образом получим

$$\begin{aligned} w &= \frac{P}{8\pi D} \left[(a^2 - b^2) \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1-\nu}{1+\nu} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^2} \right) + 2b^2 \ln \frac{b}{a} \right] + \\ &\frac{b^2 - r^2}{2D(1+\nu)} \left[\frac{(1-\nu) \cdot P(a^2 - b^2)}{8\pi a^2} - \frac{(1+\nu)P \ln \frac{b}{a}}{4\pi} \right] = \\ &= \frac{P}{8\pi D} \left[(b^2 + r^2) \ln \frac{b}{a} + r^2 - b^2 + (a^2 - r^2) \frac{(3+\nu)a^2 - (1-\nu)b^2}{2(1+\nu)a^2} \right] = \\ &= \frac{P}{8\pi D} \left[(b^2 + r^2) \ln \frac{b}{a} + (a^2 - b^2) \frac{(3+\nu)a^2 - (1-\nu)r^2}{2(1+\nu)a^2} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Далее, устремляя b к нулю и производим предельный переход в выражениях (7) и (9). В конечном итоге мы получим для наружной части пластинки

$$w = \frac{P}{8\pi D} \left[(a^2 - r^2) \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1-\nu}{1+\nu} \right) + r^2 \ln \frac{r}{a} \right]$$

И для внутренней части пластинки

$$w = \frac{P}{8\pi D} \left[r^2 \ln \frac{r}{a} + \frac{(3+\nu)a^2 - (1-\nu)r^2}{2(1+\nu)} \right]. \quad (11)$$

Итоги

Подводя итоги, получим, что главная особенность прогиба круглой пластинки под сосредоточенными силами, равномерно распределенными по окружности заданного радиуса имеет следующий вид:

$$w^* = \frac{P}{8\pi D} r^2 \ln \frac{r}{a}.$$

1. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки. – М.:Наука, 1966. – 636 с.
2. Доннелл, Л. Г. Балки, пластины и оболочки. Перевод с англ. Л. Г.Корнейчука; Под ред. Э. И. Григолюка. - М.: Наука, 1982 - 567 с.
3. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976. 512 с.