Гефан Г.Д.

Априорное и апостериорное знание в математике и стохастике

*Иркутский государственный университет путей сообщения
(Россия, Иркутск)*

doi: 10.18411/lj-10-2019-127

idsp: ljournal-10-2019-127

Аннотация

Теоретико-эмпирический дуализм в обучении понимается как единство абстрактно-теоретической и опытно-экспериментальной познавательной деятельности обучающихся. Следует выделять априорное и апостериорное математическое знание. Априорное знание либо представляется индивиду совершенно очевидным, бесспорным, либо усвоено им некритически, «на веру». Апостериорное же математическое знание субъективно возникает в процессе напряженной теоретической и практической деятельности обучающегося, активно и всесторонне проверяется экспериментально – либо с помощью приложений математики, либо путём математических экспериментов.

Ключевые слова: математика, стохастика, теоретико-эмпирический дуализм, активные методы обучения, математические эксперименты.

Abstract

Theoretical-empirical dualism in teaching is understood as the unity of the abstract-theoretical and experimental-empirical cognitive activities of students. A priori and a posteriori mathematical knowledge should be distinguished. A priori knowledge either seems to the individual to be completely obvious, indisputable, or he assimilated it uncritically, “on faith”. A posteriori mathematical knowledge subjectively arises in the process of intense theoretical and practical activity of the student, is actively and comprehensively verified experimentally - either using mathematical applications, or through mathematical experiments.

Keywords: mathematics, stochastics, theoretical-empirical dualism, active teaching methods, mathematical experiments.

Преподавание математических дисциплин студентам естественнонаучных, технических, экономических направлений подготовки часто строится на представлении о том, что математика есть лишь набор инструментов для количественного описания изучаемых явлений. Отсюда – огромное внимание, которое уделяется собственно технике математических расчётов, при явной недооценке важности сопоставления подходов, условий их применимости и, говоря шире, роли математики в точном формулировании содержания других наук. Иначе говоря, упускается из вида фундаментальная, структурообразующая роль математики. Сводить обучение математике к выработке вычислительных навыков означает потерю возможности глубокого понимания сути явлений, постижения законов функционирования природных, технических, социально-экономических систем.

Другим, столь же распространённым недостатком обучения математике является высокая степень умозрительности. Термин «умозрение» (лат. *speculatio*) понимается как деятельность мышления, относящаяся к сфере явлений, не данных на опыте, а лишь предполагаемых. Умозрительность является синонимом таких понятий, как абстрактность, отвлечённость, теоретичность, априорность, оторванность от практики, от эксперимента.

Здесь необходимо следующее уточнение. Математика не без оснований считается абстрактной наукой, поскольку оперирует собственными понятиями, структурами и символами, не ассоциирующимися напрямую с реальными предметами. Однако это не означает, что математика не связана с реальностью. Инструментом этой

связи являются математические модели. Помимо этого, математические модели дают простор для экспериментов и, следовательно, позволяют преодолеть умозрительность представлений. Благодаря им, обучение математике становится целостным процессом познания, в котором рациональное мышление взаимодействует с чувственным опытом.

Теоретико-эмпирический дуализм в обучении мы понимаем как единство абстрактно-теоретической и опытно-экспериментальной познавательной деятельности обучающихся. Следовательно, мы полагаем, что обучение математическим дисциплинам может и должно включать в себя не только теоретическую, но и эмпирическую (опытно-экспериментальную) компоненту. Это два начала, которые не сводятся друг к другу, а в чём-то и противоположны. Они должны дополнять друг друга и эффективно взаимодействовать.

Объяснять, в чём состоит теоретическая компонента обучения математике, думается, нет необходимости. Но как понимать применительно к математике термин «эмпирический»? В настоящей работе этот термин имеет как узкое, так и широкое толкование. В узком смысле под эмпирической составляющей обучения математике мы подразумеваем постановку математических экспериментов. Математические эксперименты применяются в учебном процессе в тех случаях, когда требуется заменить или дополнить сложные доказательства, проиллюстрировать новые знания, дать навыки исследовательской работы. Особенно интересны и полезны эксперименты по методу Монте-Карло, реализуемые исключительно с помощью персональных компьютеров.

В широком смысле эмпирическая составляющая обучения подразумевает разнообразные формы и методы активного (в том числе, компьютерного) и профессионально ориентированного обучения. Эти методы отличаются стимулированием обучающихся к выбору вариантов разрешения проблемных ситуаций, вариантов принятия решений. При применении активного обучения часто имитируется профессиональная деятельность специалистов, создаётся эмоционально напряженная, состязательная атмосфера. В некоторых случаях преподаватель лишь разрабатывает план, согласно которому студенты изучают материал в процессе совместного выполнения обучающих заданий, и направляет эту деятельность. Такие занятия, дающие опыт самостоятельного формулирования задач, совместного поиска путей их решения, взаимодействия и командной работы, можно считать формами как теоретической, так и эмпирической деятельности.

Априорное знание – это знание, полученное до опыта и независимо от него. Само это понятие связано в первую очередь с теорией познания Канта. Согласно Канту, аналитическое суждение – это суждение, не привносящее никакой новой информации об объекте. Истинность аналитического суждения может быть установлена без обращения к реальному миру. Кант считал аналитические суждения априорными и полагал, что хотя они не несут нового знания, они помогают чётче осознать уже имеющиеся знания.

Противоположностью аналитического суждения является суждение синтетическое, которое расширяет и дополняет информацию об объекте. Его истинность может быть установлена только в процессе его сопоставления с реальностью. Сам Кант считал, что априорные суждения могут быть как аналитическими, так и синтетическими. Однако в начале XX века утвердилась аналитическая интерпретация понятия априори. Согласно ей, высказывания логики и математики являются аналитическими и априорными, а высказывания естествознания – синтетическими и эмпирическими. Иными словами аналитическое суждение признаётся истинным априорно, только на основании его смысла, тогда как для определения истинности синтетического суждения требуется провести эмпирическое исследование.

Итак, выходит, что математико-логическое знание всегда следует считать априорным? Такой точки зрения придерживаются далеко не все учёные [1]. В частности авторы работы [2] пишут о том, что математика должна приблизиться к опытным наукам по характеру своего метода и обоснования. Они ссылаются на мнения известных математиков Д. Пойа и Л. Кальмара, которые, не отрицая огромной роли дедукции в математике, всё же считали её индуктивной наукой, ибо она, подобно другим наукам, окончательно базируется на практике и проверяется ею.

Здесь нельзя не сказать о точке зрения известного российского математика академика В.И. Арнольда [3, 4]. Описывая свою «дуэль» с французским математиком Ж.-П. Серром, Арнольд критикует подход к математике Д. Гильберта и Бурбаки, благодаря которому в преподавании школьной математики происходит подмена содержательной науки об устройстве мира жонглированием логическими символами. Сам В.И. Арнольд считал математику частью теоретической физики (!). В другом своём высказывании, всё же разделив математику и физику, он обе эти науки назвал экспериментальными, добавив лишь, что в физике эксперименты обходятся неизмеримо дороже.

По нашему мнению, для человека, изучающего математику, априорным субъективно-психологически выглядит то знание, которое либо представляется ему совершенно очевидным, бесспорным, либо усвоено им некритически, «на веру». Апостериорным же математическое знание может предстать для индивида в следующих случаях:

- 1) это знание субъективно возникает в процессе напряженной теоретической и практической деятельности обучающегося, в результате его интеллектуальных усилий по усвоению результатов, полученных до него другими людьми;
- 2) это знание активно и всесторонне проверяется экспериментально – либо с помощью так называемых приложений математики, либо с помощью математических экспериментов.

В связи с упоминанием об экспериментах при обучении математическим дисциплинам, необходимо уточнить само это понятие. Как известно, *научный эксперимент* является частью исследования, служит для проверки гипотезы, установления причинных связей между явлениями. Чаще всего понятие эксперимента связывается с естественными или техническими науками: химией, биологией, медициной, различными областями физики и техники, и др. Однако в *обучении* различным наукам эксперименты имеют другую цель: на собственном опыте убедиться в верности изучаемой теории и сделать первые шаги в исследовательской деятельности. Эксперимент, на наш взгляд, является самой яркой, образной и убедительной формой подкрепления теоретических знаний.

В математическом моделировании существует понятие численного эксперимента. В этом случае реальный физический (или, например, социально-экономический) объект исследуется посредством созданной человеком модели, которая всегда является не совсем полной и не совсем точной.

Однако под математическим экспериментом можно подразумевать и нечто принципиально иное – «идеальный» эксперимент, служащий проверкой и иллюстрацией математической теории [5, 6]. Строгие доказательства теорем – неотъемлемый элемент построения математических теорий, но далеко не всегда удачный (по крайней мере, не всегда достаточный) способ обучения математике. Л.Н. Посицельская в своей работе [6] излагает причины, в силу которых доказательства могут нуждаться в экспериментальной поддержке. Это, в первую очередь, такие ситуации, когда утверждение не является интуитивно понятным или даже выглядит противоречащим интуиции, а его доказательство – весьма сложным. К сожалению, в подобных случаях доказательство не убеждает обучающихся, поскольку кажется им не более чем игрой ума или каким-то «фокусом».

Экспериментальная работа по математике может быть организована на практическом занятии и даже в паузах на лекции, но, разумеется, лучшим способом является лабораторная работа на компьютере [7]. Наиболее эффективен этот метод при изучении таких дисциплин, как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации», «Теория игр», «Численные методы».

Для лучшего освоения теоретического материала вероятностно-статистических дисциплин интересны и полезны эксперименты по методу Монте-Карло [7]. «Теория вероятностей и математическая статистика» – это единая, неразрывная дисциплина. Традиционно считается, что, поскольку математическая статистика во многих своих разделах опирается на теорию вероятностей, в образовательном процессе эти науки должны изучаться в строгой последовательности: сначала теория вероятностей, затем – математическая статистика. На первых занятиях студент погружается в абстрактные схемы: комбинаторные расчёты числа возможных и благоприятных исходов, алгебру событий, теоремы о вероятности и т.д. Вместе с тем, известно, что теория вероятностей возникла из рассмотрения эмпирических фактов и свойств реальных событий, и, следовательно, её осознание может и должно опираться на наблюдение, опыт, эксперимент. Поэтому целесообразно быстрое ознакомление обучающихся не только с теоретико-вероятностными, но и статистическими характеристиками. В такой парадигме вопрос о том, что первично – вероятностные или статистические понятия – образно говоря, напоминает «проблему курицы и яйца». Результаты, получаемые в рамках вероятностной теории, могут быть статистически обоснованы, если параллельно с изучением классического определения и основных теорем о вероятности, а не в конце курса, как это принято, познакомить студентов с простейшей формой закона больших чисел. Это позволит придать понятию вероятности события наглядное статистическое содержание. Математикам XVII-XIX вв. для этой цели пришлось бы использовать игральные кости или рулетку, но в наше время существуют несравнимо большие возможности. Идея, разумеется, состоит в том, чтобы применить персональный компьютер для моделирования случайных событий и случайных величин методом Монте-Карло. Реализовать описанную методику можно за счёт введения в учебный процесс лабораторного компьютерного практикума, в котором, на наш взгляд, следует совместить четыре подхода к математическому моделированию: аналитический, имитационный, численный и аналитико-статистический [8].

Необходимо понимать, что компьютер здесь является лишь средством быстрой реализации и визуализации положений математической теории. Важность понимания теории при этом несколько не умаляется.

Единство теоретической и эмпирической познавательной деятельности обучающихся обеспечивает важный результат: учебные занятия приобретают характер продуктивных дискуссий, формируют навыки самостоятельной исследовательской работы.

Значение экспериментов при изучении математических дисциплин состоит и в том, что они показывают действие законов математики с непреложной необходимостью. Разумеется, когда мы имеем дело со стохастическими явлениями, определённую роль играет случай, однако при большом числе наблюдений случайности компенсируют друг друга и результат становится почти детерминированным.

1. Яшин Б. Л. Априорное и апостериорное в познании: история и современные подходы // Проблемы современного образования. – 2016. – № 5. – С. 9-24.
2. Беляев Е. А., Перминов В. Я. Философские и методологические проблемы математики. – М.: Изд-во Московского ун-та, 1981. – 217 с.
3. Арнольд В. И. Математика и физика: родитель и дитя или сестры? // Успехи физических наук. – 1999. – Т. 169, № 12. – С. 1311–1323.

4. Арнольд В. И. Математическая дуэль вокруг Бурбаки // Вестник РАН. – 2002. – Т. 72, № 3. – С. 245–250.
5. Шабат Г. Б. «Живая математика» и математический эксперимент // Вопросы образования. – 2005. – № 3. – С. 156–165.
6. Посицельская Л.Н. Математический эксперимент как поддержка доказательства при изучении математики в вузе // Математика в высшем образовании. – 2012. – № 10. – С. 43–48.
7. Гефан Г.Д., Кузьмин О.В. Активное применение компьютерных технологий в преподавании вероятностно-статистических дисциплин в техническом вузе // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. — 2014. — № 1 (27). — С. 57–61.
8. Гефан Г.Д., Ширяева Н.К. Вероятность, случайные процессы, математическая статистика. — Иркутск : ИрГУПС, 2013. — 136 с.

Гилюян А.В.

«Аксиодемия» и педагогика будущего: концептуальный взгляд

(Россия, Санкт-Петербург)

doi: 10.18411/lj-10-2019-128

idsp: ljjournal-10-2019-128

Аннотация

Раскрывается авторский взгляд на перспективы реформирования системы образования и педагогических подходов к обучению и воспитанию детей.

Ключевые слова: современное образование, концепция «Аксиодемия».

Abstract

The author's view on the prospects of reforming the education system and pedagogical approaches to teaching and upbringing of children is Revealed.

Keywords: modern education, «Axiodemy» concept.

В настоящее время растёт убеждение в том, что система образования нуждается в кардинальных изменениях, поскольку это диктуют реалии современной жизни. На протяжении длительного времени эта сфера оставалась максимально статичной по отношению к общественным изменениям. Образование считалось одним из наиболее консервативных социальных институтов.

Сегодня ситуация стремительно меняется – основным источником перемен становится не сама система образования, а смежные с ней отрасли, в том числе информационные технологии [3, с. 5], что обусловлено также новым витком научно-технической революции, а также экономическими факторами, которые проявляются уже сегодня, когда сокращается число рабочих мест.

Размышления над перспективами развития общества и его институтов позволили философу, писателю-футурологу, основоположнику концепции «Аксиодемия» А. В. Гилюяну попытаться спрогнозировать будущее образования и педагогических изменений. Отчасти эти идеи и воззрения перекликаются с развернувшейся в общественных, академических и педагогических кругах дискуссии относительно перспектив развития образования и науки [2;3;4;5;6;7].

«Аксиодемия» (от греч. «ἄξία» – ценность, «ἄνθρωπος» – народ) – «ценность народа». Это социально-философское учение, сформулированное на основе теоретических работ современного российского писателя-футуролога Артура Владимировича Гилюяна, автора данной статьи.

«Аксиодемия» – социально-политическое устройство общества, которое предполагает единство природы и человека, где каждый гражданин от рождения имеет гарантированное государством право, в которое вступает по достижению совершеннолетия, на получение в собственность земельного участка и обеспечение первичным жильём, а также государственной страховки на предоставление каждому