участие в колебательном процессе из-за сравнительно небольших относительных перемещений $u_1 - u_2$.

Самым важным является приобретение системой совершенно новых физических свойств, состоящих в возникновении при некоторых значениях частоты возбуждения V так называемых хаотических колебаний. При появлении хаоса не может быть стационарного движения, амплитуды колебаний неупорядочены, и в целом система ведет себя подобно системе со случайными возмущениями, хотя по своей сути рассматриваемый механический объект является вполне детерминированным в рамках сформулированной задачи. По этой причине при практической реализации вибрационного катка нежелательны колебания с частотой около 6 и 10 Гц . Целесообразными частотами возбуждения рассмотренной нелинейной системы вибрационного катка следует считать $14...18 \text{ Гц}$. В общем же случае оптимальные численные значения частот устанавливаются изложенным способом моделирования процессов на основе экспериментально полученных физико-механических параметров уплотняемого массива.

***

1. Будишевский В. А., Дворников В. И., Манакин Е. А. Математическая модель вибрационного катка. Научно – технический и производственный сборник статей. Вибрация машин: измерение, снижение, защита. Выпуск 1. Май 2005.- С. 76-79.
2. Хархута Н.Я. Машины для уплотнения грунтов – М.: Машиностроение, 1973. – 176 с.
3. Форсблад Л. Вибрационное уплотнение грунтов и оснований – М.: Транспорт, 1987. – 186 с.

Кормилицын О.П.

Исследование прочности и жесткости конструктивно сложных стержневых систем

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В. И. Ульянова (Ленина)
(Россия, Санкт-Петербург)*

doi: 10.18411/lj-10-2019-11

idsp: ljjournal-10-2019-11

Аннотация

Рассматривается алгоритм исследования и подготовки данных для расчета сложных, много узловых стержневых систем. Конструкция разбивается на несколько суперэлементов (СЭ), т. е. на группы конечных элементов, внешние узловые точки которых являются суперузлами (СУ).

Каждый СЭ анализируется отдельно, исходя из предположения, что все связи в общих СУ полностью закреплены; освобождаются эти связи после формирования матриц жесткости и вектора нагрузок.

Ключевые слова: прочность, жесткость, матрица жесткости, супер элемент, вектор нагрузок.

Abstract

The algorithm of research and data preparation for calculation of complex, multi-node rod systems is considered. The construction is divided into several superelements (SE), i.e. into groups of finite elements whose external nodal points are superelements (SU). Each SE is analyzed separately, based on the assumption that all bonds in the General SU are completely fixed; these bonds are released after the formation of the stiffness matrices and the load vector.

Keywords: Strength, stiffness, stiffness matrix, superelement, load vector.

Подготовка исходной информации для расчета конструкций по методу конечных элементов (МКЭ) зависит от того, какой пакет прикладных программ используется (Космос, ANSYS и др.) и сложности конструкции. В общем случае необходимо подготовить следующие данные:

- информация о топологии конструкции;
- информация о виде конечного элемента (КЭ) (стержень, прямоугольный элемент и т. д.);
- информация о геометрических характеристиках элемента;
- значение нагрузки;
- характеристика материала конструкции (E, ν, G).

Например, для расчета гладкой прямоугольной пластины, подвергающейся изгибу, необходимо подготовить следующие исходные данные: размер сетки разбиения пластины на элементы, значение нагрузки, E, ν .

Однако для анализа пространственных стержневых конструкций с высокой степенью статической неопределимости, на пример, зеркал антенных установок для связи с космическими объектами, содержащие сотни и даже тысячи элементов, в разработке которых автор принимал участие, требуется подготовка большого объема исходной информации. Для решения этой задачи предлагается модификация МКЭ с автоматизацией построения матрицы жесткости конструкции.

Конструкция разбивается на несколько суперэлементов (СЭ), т. е. на группы конечных элементов, внешние узловые точки которых являются суперузлами (СУ).

Каждый СЭ анализируется отдельно, исходя из предположения, что все связи в общих СУ полностью закреплены; освобождаются эти связи после формирования матриц жесткости и вектора нагрузок, что может быть выражено уравнением: $QR = P$, где Q – матрица жесткости всей конструкции для всех СУ; r – вектор узловых перемещений конструкции для всех СУ; P – вектор узловых сил, приложенных в СУ.

Далее требуется составить матрицы жесткости и векторы нагрузок для каждого СУ относительно только наружных узлов. Для этого предполагается, что заданы наружные P_n и внутренние P_b сосредоточенные нагрузки для i -го СЭ. Затем разбивается вектор узловых перемещений на «наружную» – r_n и «внутреннюю» – r_b части. Аналогично полная матрица жесткости для СЭ разбивается на четыре части – «наружную», «внутреннюю» и «смешанную».

Тогда уравнение равновесия для СЭ будет

$$P_{in} = q_{in}r_{in} + q_{ibn}r_{ib},$$

$$P_{ib} = q_{ibn}r_{in} + q_{ib}r_{ib}.$$

Исключив вектор перемещения для внутренних узловых точек, получаем уравнение

$$P_{in} - q_{ibn}q_{ib}^{-1}P_{ib} = q_{in}r_{in} - q_{ibn}q_{ib}^{-1}q_{ibn}r_{in}$$

или $\bar{P}_i = q_i \bar{r}_{in}$, где $\bar{P}_i$ – вектор внешних сил, равный левой части уравнения; q_i – матрица жесткости СЭ относительно только наружных суперузловых перемещений; $q_i = q_{in} - q_{ibn}q_{ib}^{-1}q_{ibn}$.

Считая r_n заданным, находим r_b .

Рассмотрим автоматизацию построения матрицы A , преобразующей матрицу жесткости необъединенных элементов в матрицу жесткости всей конструкции.

Стержневая конструкция, состоящая из N стержней, разбивается на M подконструкций СЭ по N_i элементов в каждой. Все узловые точки подконструкции

можно разделить на две группы – внешние (граничные) и внутренние. Все узловые точки, находящиеся на границах подконструкций, отнесем к расчетным. Тогда A – матрица деформаций элементов всей конструкции в кинематически определимой основной системе, вызванных единичными неизвестными перемещениями, будет

$$A_1 = \begin{vmatrix} A_{11} & & & 0 \\ & A_{12} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & A_{1M} \end{vmatrix},$$

где A_{1i} – матрица $N_i T$, T – степень кинематической неопределимости подконструкции.

Блочно-диагональный вид матрица A принимает из-за того, что конструкция разбита на непересекающиеся группы элементов.

Матрица деформаций элементов конструкции в кинематически определимой основной системе в расчетных сечениях будет

$$A_0 = \begin{vmatrix} A_{01} \\ A_{02} \\ \vdots \\ A_{0M} \end{vmatrix}$$

где A_{0i} – матрица $N_i N_0$; N_0 – число расчетных сечений в конструкции.

В матрице A_{0i} ненулевыми будут только те столбцы, которые соответствуют расчетным сечениям, принадлежащим узлам границы i -ой подконструкции.

Таким образом, можно ввести матрицу $\bar{A}_{0i}$, состоящую только из тех столбцов, которые соответствуют узлам, ограничивающим i -ую подконструкцию.

Матрица $\bar{A}_{0i}$ размера $N_i N_{0i}$, где N_{0i} – число расчетных сечений в узлах границы i -ой подконструкции.

Проведя преобразования по [2], получим

$$A = A_0 - A_1 (A_1' q A_1)^{-1} (A_1' q A_0)$$

Исходя из блочного вида A_1 и A_0 , можно записать (по закону умножения и инверсии блочных матриц):

$$A^{11} = \begin{vmatrix} A_1^{11} & & & \\ & A_2^{11} & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_M^{11} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (A_{11}' q_1 A_{11})^{-1} & & & \\ & (A_{12}' q_2 A_{12})^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & (A_{1M}' q_M A_{1M})^{-1} \end{vmatrix}$$

$$A_{10} = \begin{vmatrix} A_1^{10} \\ A_2^{10} \\ \vdots \\ A_M^{10} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_{11}' q_1 A_{01} \\ A_{21}' q_2 A_{02} \\ \vdots \\ A_{1M}' q_M A_{0M} \end{vmatrix},$$

где q_i – отрезок диагонали матрицы жесткости необъединенных элементов конструкции, относящийся к i -ой подконструкции, для фермерных кон

Введем матрицы A^{22}, A^{33} :

$$A^{22} = \begin{vmatrix} A_1^{22} \\ A_2^{22} \\ \vdots \\ A_M^{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1^{11} A_1^{10} \\ A_2^{11} A_2^{10} \\ \vdots \\ A_M^{11} A_M^{10} \end{vmatrix},$$

$$A^{22} = |A_i^{22}| = |A_i^{11} A_i^{10}|,$$

$$A^{33} = \begin{vmatrix} A_1^{33} \\ A_2^{33} \\ \vdots \\ A_M^{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_{11} A_1^{22} \\ A_{12} A_2^{22} \\ \vdots \\ A_{1M} A_M^{22} \end{vmatrix},$$

$$A^{33} = |A_i^{33}| = |A_{1i} A_i^{22}|,$$

Таким образом, матрица A будет

$$A = |A_i| = |A_{0i} - A_i^{33}|, \quad A = \begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_M \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_{01} - A_1^{33} \\ A_{02} - A_2^{33} \\ \vdots \\ A_{0M} - A_M^{33} \end{vmatrix}.$$

Для i -ой подконструкции матрица преобразований A будет

$$A_i = A_{01} - A_{1i} \left(A_{1i}' q_i A_{1i} \right)^{-1} \left(A_{1i}' q_i A_{0i} \right).$$

Перейдя от A_{0i} к $\bar{A}_{0i}$, получим

$$A_i = \bar{A}_{01} - A_{1i} \left(A_{1i}' q_i A_{1i} \right)^{-1} \left(A_{1i}' q_i \bar{A}_{0i} \right).$$

Задача нахождения матрицы преобразования A для всей конструкции сводится к задачам для M подконструкций. Получив $\bar{A}_{0i}$, переходим к матрице A и получаем матрицу жесткости всей конструкции

$$q = A' q A, \quad q = |A_1', A_2', \dots, A_M'| \cdot \begin{vmatrix} q_1 & & & \\ & q_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & q_M \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_M \end{vmatrix}.$$

Далее находим поле перемещений и напряжений.

Рассмотренный выше алгоритм позволило создать эффективное программное обеспечение для расчета прочности, жесткости конструкций зеркал антенных устройств, которые представляют собой пространственные рамные и ферменные конструкции, содержащие тысячи узлов.

***

1. Аргирис Дж. Современные достижения в методах расчета конструкций с применением матриц. М.: Стройиздат, 1968.
2. Кормилицын О.П. Обобщенный алгоритм расчета стержневых систем. VI Международная научно-техническая конференция ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ МАШИН (МК-111-90), ноябрь 2010г. г. Пенза. Сборник статей. 35-37с.
3. Кормилицын О.П. «Особенности построения алгоритма анализа прочности и жесткости конструкций приборостроения». THE SCIENTIFIC HERITAGE, №7, P3, 93-97с., Budapest, 2016.

Лавров В.В.¹, Рындин Ю.Г.¹, Тестов А.В.¹, Тюрин В.С.², Аукин М.К.³
Адаптивный робастный алгоритм выделения треков низкоорбитальных космических объектов на одиночном снимке звёздного неба

¹ПАО Межгосударственная акционерная корпорация «Вымпел»

²Акционерное общество «Астрономический научный центр»

³ООО «Научно-методический центр «информатика риска»
(Россия, Москва)

doi: 10.18411/lj-10-2019-12

idsp: ljjournal-10-2019-12

Аннотация

Рассматривается задача обнаружения и оценки информативных параметров (параметров треков) движущихся объектов на оптических изображениях звездного неба (ОИЗН), формируемых в наземных телескопах, в ситуации, когда яркость объектов сравнима с уровнем фонового излучения. Предлагается её решение с использованием процедуры факторизации множеств путём решения трёх частных задач в составе выделения на ОИЗН локально однородных и изотропных областей фонового излучения, выделения на них изображений ярких звезд и их фильтрацию с последующим решением основной задачи. Для решения каждой частной задачи конкретизируется структура бинарного отношения линейной связности. Предлагается архитектура обобщенного алгоритма решения отдельных задач, а также приведены результаты обработки ОИЗН, полученных в реальных условиях.

Ключевые слова: Архитектура обобщённого алгоритма, бинарное отношение линейной связности, оптическое изображение звездного неба, трек, факторизация, фильтрация.

Abstract

The problem of detecting and evaluating informative parameters (track parameters) of moving objects in optical images of the starry sky (OI) formed in ground-based telescopes in a situation where the brightness of the objects is comparable with the level of background radiation is considered. It is proposed to solve it using the set factorization procedure by solving three particular problems, consisting of isolating locally homogeneous and isotropic regions of background radiation on the OI, highlighting bright star images on them and filtering them with the subsequent solution of the main problem. To solve each particular problem, the structure of the binary relation of linear connection is specified. The architecture of a generalized algorithm for solving individual problems is proposed, as well as the results of processing OI obtained in real conditions.