в высших учебных заведениях программ с открытым кодом и распространяемых по лицензии GPL позволит решить ряд проблем как учебного, так и финансового плана.

1. Кузнецов В.В., Кечиев Н.М. Qucs: Использование свободного ПО для моделирования электронных схем в учебном процессе/ XI конференция разработчиков свободных программ: Тезисы докладов/ Калуга, 26-28 сентября 2014 года. М.: Альт Линукс, 2014.
2. А.П. Барков, Ю.А. Бычков, А.Е. Завьялов, и др. Основы теории цепей: Лабораторный практикум по теоретической электротехнике / Под ред. Ю.А. Быčkova, Е.Б. Соловьевой, Э.П. Чернышева. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2012, 99 с.

Каспаров И.В., Манакин Е.А.

Процесс вибрационного воздействия при формировании земляного полотна

*Филиал Самарского государственного университета путей сообщения в г. Нижнем Новгороде
(Россия, Нижний Новгород)*

doi: 10.18411/lj-10-2019-10

idsp: ljjournal-10-2019-10

Аннотация

В статье рассматривается задача процесса уплотнения грунта в зависимости от параметров вибрационного взаимодействия с самоходными вибрационными катками, рассчитаны целесообразные частоты возбуждения.

Ключевые слова: земляное полотно, вибрационные катки, вибровозбудитель, виброударное взаимодействие, уплотнение массива.

Abstract

In the article examines the task of the process of soil compaction depending on the parameters of vibrational interaction with self-propelled vibration rinks, calculated appropriate frequencies of arousal

Keywords: earthen canvas, vibrating rinks, vibrator, vibrating interaction, array seal.

В настоящее время в Российской Федерации намечается масштабное развитие сети высокоскоростных магистралей (ВСМ), связанное с уплотнением грунтов при строительстве земляных объектов, которое нередко осуществляется самоходными вибрационными катками.

Для решения задачи процесса уплотнения в зависимости от параметров вибрационного воздействия рассмотрим его динамическое состояние в соответствии с расчетной схемой одновальцового катка [1]. Вибрационный каток рассматривается как двухмассовая нелинейная система, включающая дебалансы и приведенную массу корпуса катка с вальцом. На основании уравнения Лагранжа получена следующая система дифференциальных уравнений, описывающих колебания рассматриваемой системы:

$$\left. \begin{aligned} (m_1 + 2m_e)\ddot{x}_1 - 2m_e r \ddot{\varphi} \sin \varphi - 2m_e r \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + (b_1 + b_3)\dot{x}_1 - b_3 r \dot{\varphi} \sin \varphi + \\ + c(x_1 - x_2) = 0, \\ m_2 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 + c(x_2 - x_1) = N_{cm} - N, \\ 2(m_e r^2 + J_e)\ddot{\varphi} - 2m_e r \ddot{x}_1 \sin \varphi + b_3 r^2 \dot{\varphi} - b_3 r \dot{x}_1 \sin \varphi + 2m_e r g \sin \varphi = \\ = M_{\partial e} - M_c, \end{aligned} \right\} (1)$$

При достаточно мощном двигателе, приводящем во вращение дебалансы вибровозбудителя, можно считать, что $\dot{\varphi} = \nu = const$, $\ddot{\varphi} \equiv 0$, где ν – частота вращения масс вибровозбудителя, и тогда $\varphi = \nu t$. В этом случае первые два уравнения системы (1) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} (m_1 + 2m_e)\ddot{x}_1 + (b_1 + b_3)\dot{x}_1 + c(x_1 - x_2) &= 2m_e r \nu^2 \cos \nu t + b_3 r \nu \sin \nu t, \\ m_2 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 + c(x_2 - x_1) &= N_{cm} - N, \end{aligned} \right\} (2)$$

а третье уравнение, записанное в форме:

$$-2m_e r \ddot{x}_1 \sin \nu t + b_3 r^2 \nu - b_3 r \dot{x}_1 \sin \nu t + 2m_e r g \sin \nu t = M_{\partial\partial} - M_c,$$

представляет собой выражение, определяющее величину момента двигателя, необходимого для обеспечения условия $\nu = const$.

Исключая отсюда $\ddot{x}_1$ с помощью первого уравнения системы (2), получим

$$\begin{aligned} M_{\partial\partial} = M_c + b_3 r^2 \nu + \dot{x}_1 r \left[\frac{2m_e(b_1 + b_3)}{m_1 + 2m_e} - b_3 \sin \nu t \right] + \frac{2m_e r c}{m_1 + 2m_e} (x_1 - x_2) - \\ - 2m_2 r g \left[\frac{r \nu b_3}{(m_1 + 2m_e)g} - 1 \right] \sin \nu t - \frac{4m_e^2 r^2 \nu^2}{m_1 + 2m_e} \cos \nu t. \end{aligned} \quad (3)$$

Как видно из (3), момент, развиваемый двигателем при вращении дебалансов, в установившемся движении при стационарном возбуждении является некоторой периодической функцией, если периодическими являются решения системы (2), то есть $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Среднее значение $M_{\partial\partial}$ оценивается величиной $M_c + b_3 r^2 \nu = M_c + M_{mp}$, то есть определяется моментом сил сопротивления и моментом сил трения при вращении дебалансов, обусловленных центробежными силами.

В рамках такой концепции линейная функция $c(x_1 - x_2)$ в уравнениях системы (2) заменяется нелинейной функцией вида:

$$P(x_1, x_2) = \begin{cases} c(x_1 - x_2) & \text{при } x_1 - x_2 < \Delta, \\ c\Delta + (c + c_{\text{эжв}})(x_1 - x_2 - \Delta) & \text{при } x_1 - x_2 \geq \Delta, \end{cases} \quad (4)$$

где Δ конструктивный зазор между молотом и наковальной ударника.

При дальнейшем увеличении разности $x_1 - x_2$ в работу вступают те элементы соударяющихся тел, упругие свойства которых характеризуются принятым обобщенным коэффициентом жесткости $c_{\text{эжв}}$. В этом ($x_1 - x_2 \geq \Delta$) сила взаимодействия складывается из постоянной составляющей $c\Delta$ и переменной компоненты $-(c + c_{\text{эжв}})(x_1 - x_2 - \Delta)$, причем в этой компоненте силы суммарный коэффициент жесткости равен $c + c_{\text{эжв}}$. В принятых обозначениях систему уравнений (2) запишем в форме:

$$\left. \begin{aligned} (m_1 + 2m_e)\ddot{x}_1 + (b_1 + b_3)\dot{x}_1 + P(x_1, x_2) &= 2m_e r \nu^2 \cos \nu t + b_3 r \nu \sin \nu t, \\ m_2 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 - P(x_1, x_2) &= N_{cm} - N. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Для удобства дальнейшего интегрирования уравнений движения введем следующие безразмерные переменные:

$$u_1 = \frac{x_1}{\Delta}, u_2 = \frac{x_2}{\Delta}, \tau = \nu t, \quad (6)$$

и параметры:

$$\left. \begin{aligned} \omega^2 &= c \frac{m_1 + m_2 + 2m_e}{(m_1 + 2m_e)m_2}, \quad \mu = \frac{\omega}{\nu}, \quad \gamma = \frac{g}{k_1 \omega^2 \Delta}, \\ k_1 &= \frac{m_2}{m_1 + m_2 + 2m_e}, \quad k_2 = \frac{2m_e}{m_1 + 2m_e}, \quad \beta = \frac{r}{\Delta}, \quad \lambda = 1 + \frac{c_{эжв}}{c}, \\ \delta_1 &= \frac{b_1}{2\omega(m_1 + 2m_e)}, \quad \delta_2 = \frac{b_2}{2\omega m_2}, \quad \delta_3 = \frac{b_3}{2\nu m_e}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

причем здесь при обозначении безразмерных коэффициентов затухания $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ были использованы соотношения, отражающие гипотезу *внешнего трения*.

Введем также безразмерную нелинейную функцию виброударного взаимодействия по аналогии с (4), которую при использовании обозначений (6) и (7) запишем в виде:

$$U(u_1, u_2) = \begin{cases} u_1 - u_2 & \text{при } u_1 - u_2 < 1, \\ 1 + \lambda(u_1 - u_2 - 1) & \text{при } u_1 - u_2 \geq 1. \end{cases} \quad (8)$$

Наконец, определим безразмерным соотношением функцию реакции грунта, зависящую от u_2 , в форме:

$$S(u_2) = \frac{N_{cm} - N}{N_{cm}}. \quad (9)$$

В обозначениях (6), (7), (8) и (9) систему уравнений (5) несложно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 u_1}{d\tau^2} + (2\mu\delta_1 + k_2\delta_3) \frac{du_1}{d\tau} + k_1\mu^2 U(u_1, u_2) &= k_2\beta(\cos\tau + \delta_3 \sin\tau), \\ \frac{d^2 u_2}{d\tau^2} + 2\mu\delta_2 \frac{du_2}{d\tau} + (1 - k_1)\mu^2 U(u_1, u_2) &= \gamma\mu^2 S(u_2). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Выражение для реакции N на основании исследования кинематических особенностей перекачивания катка по деформированному грунту в рамках упругопластической модели Прандтля и гидростатической аналогии представляется в форме:

$$\frac{N}{m_{II}g} = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\varepsilon^2 + 2\beta u_2 \sqrt{1 - \varepsilon^2} - (\beta u_2)^2}. \quad (11)$$

Подкоренное выражение в соотношении (11) обращается в ноль при некотором $u_2 = -x_0^*/\Delta$, и при дальнейшем уменьшении u_2 реакция N становится равной нулю, то есть в этом случае происходит «подпрыгивание» катка (его отрыв от почвы). Следовательно,

$$\frac{N}{m_{II}g} = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\varepsilon^2 + 2\beta u_2 \sqrt{1 - \varepsilon^2} - (\beta u_2)^2} & \text{при } u_2 > -x_0^*/\Delta, \\ 0 & \text{при } u_2 \leq -x_0^*/\Delta. \end{cases} \quad (12)$$

Подставляя это соотношение в (9), получим:

$$S(u_2) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\varepsilon^2 + 2\beta u_2 \sqrt{1 - \varepsilon^2} - (\beta u_2)^2} & \text{при } u_2 > -x_0^*/\Delta, \\ 1 & \text{при } u_2 \leq -x_0^*/\Delta. \end{cases} \quad (13)$$

Итак, для системы уравнений (10) с нелинейными функциями (8) и (13) имеется все необходимое для их интегрирования численным методом.

Рис. 1. Установившиеся колебания вибровозбудителя (u_1) и корпуса катка (u_2) на частоте возбуждения $3 \Gamma\psi$

На рис. 1 решения, полученные с использованием ЭВМ, представлены в виде двух графиков относительных перемещений вибровозбудителя u_1 и корпуса катка $u_2 + x_0^*/\Delta$, причем для сокращения записи на рисунке эта функция обозначена по-прежнему как u_2 . Применительно к существующим вибрационным каткам с использованием результатов исследований авторов [2, 3], построение произведено при следующих величинах безразмерных параметров:

$$\begin{aligned} \gamma &= 0,00875, \quad k_1 = 0,926, \quad k_2 = 0,5, \quad \varepsilon = 0,1, \\ \beta &= 3,75, \quad \lambda = 45, \quad \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0,1, \quad x_0^*/\Delta = 0,02, \end{aligned} \quad (14)$$

причем параметр, характеризующий частотные свойства в целом катка $\omega = 12,38 \Gamma\psi$, а частота внешнего возбуждения $\nu = 3 \Gamma\psi$. Из графиков видно, что колебания корпуса катка, а значит, и собственно вальца, происходят без его отрыва от почвы. Динамическое смятие грунта примерно составляет удвоенную величину квазидинамического смятия x_0^* (на рисунке величина x_0^*/Δ , обозначена пунктирной линией). Колебания вибровозбудителя и корпуса катка в установившемся (стационарном) режиме являются строго периодическими с частотой внешнего возбуждения $\nu = 3 \Gamma\psi$. В данном случае виброударное устройство не принимает

участие в колебательном процессе из-за сравнительно небольших относительных перемещений $u_1 - u_2$.

Самым важным является приобретение системой совершенно новых физических свойств, состоящих в возникновении при некоторых значениях частоты возбуждения V так называемых хаотических колебаний. При появлении хаоса не может быть стационарного движения, амплитуды колебаний неупорядочены, и в целом система ведет себя подобно системе со случайными возмущениями, хотя по своей сути рассматриваемый механический объект является вполне детерминированным в рамках сформулированной задачи. По этой причине при практической реализации вибрационного катка нежелательны колебания с частотой около 6 и 10 Гц . Целесообразными частотами возбуждения рассмотренной нелинейной системы вибрационного катка следует считать $14...18 \text{ Гц}$. В общем же случае оптимальные численные значения частот устанавливаются изложенным способом моделирования процессов на основе экспериментально полученных физико-механических параметров уплотняемого массива.

1. Будишевский В. А., Дворников В. И., Манакин Е. А. Математическая модель вибрационного катка. Научно – технический и производственный сборник статей. Вибрация машин: измерение, снижение, защита. Выпуск 1. Май 2005.- С. 76-79.
2. Хархута Н.Я. Машины для уплотнения грунтов – М.: Машиностроение, 1973. – 176 с.
3. Форсблад Л. Вибрационное уплотнение грунтов и оснований – М.: Транспорт, 1987. – 186 с.

Кормилицын О.П.

Исследование прочности и жесткости конструктивно сложных стержневых систем

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В. И. Ульянова (Ленина)
(Россия, Санкт-Петербург)*

doi: 10.18411/lj-10-2019-11

idsp: ljjournal-10-2019-11

Аннотация

Рассматривается алгоритм исследования и подготовки данных для расчета сложных, много узловых стержневых систем. Конструкция разбивается на несколько суперэлементов (СЭ), т. е. на группы конечных элементов, внешние узловые точки которых являются суперузлами (СУ).

Каждый СЭ анализируется отдельно, исходя из предположения, что все связи в общих СУ полностью закреплены; освобождаются эти связи после формирования матриц жесткости и вектора нагрузок.

Ключевые слова: прочность, жесткость, матрица жесткости, супер элемент, вектор нагрузок.

Abstract

The algorithm of research and data preparation for calculation of complex, multi-node rod systems is considered. The construction is divided into several superelements (SE), i.e. into groups of finite elements whose external nodal points are superelements (SU). Each SE is analyzed separately, based on the assumption that all bonds in the General SU are completely fixed; these bonds are released after the formation of the stiffness matrices and the load vector.

Keywords: Strength, stiffness, stiffness matrix, superelement, load vector.