Сидоренко С.А., Полуян В.А., Шевырев Л.Ю., Моисеев О.Н.
Математическое моделирование процесса изнашивания молотка
в молотковой дробилке

*Азово-Черноморский инженерный институт – филиал Федерального государственного
 бюджетного образовательного учреждения высшего образования Донской
 государственный аграрный университет
 (Россия, Зерноград)*

doi: 10.18411/lj-10-2018-198

idsp: 000001:lj-10-2018-198

Аннотация

В статье подробно рассмотрен процесс работы ударной поверхности молотка молотковой дробилки. Представлена модель описывающая изнашивание поверхности молотка. Изучен процесс длительного скольжения единичной частицы по поверхности молотка.

Ключевые слова: математическое моделирование, молоток, молотковая дробилка, гипотеза Престона.

Процесс работы ударной поверхности молотка молотковой дробилки может быть разделен на две части. Первое – изнашивание в результате удара молотка о размельчаемый материал, второе – истирание поверхности при длительном скольжении разрушаемого материала. Строгая математическая постановка контактного взаимодействия рабочей поверхности с перерабатываемым материалом (зерном) представляет собой сложную задачу [1]. Ниже строится математическая модель описанных процессов с учетом деформационных свойств контактирующих материалов.

В качестве модели описывающей изнашивание dy поверхности молотка выбирается известная гипотеза Престона [2,3], хорошо описывающая процесс механического истирания поверхности

$$dy = c \cdot p \cdot u \cdot dt, \quad (1)$$

где c – коэффициент пропорциональности;

p – давление в данной точке;

u – относительная скорость перерабатываемого материала относительно поверхности молотка;

dt – интервал времени.

При рассмотрении процесса изнашивания при ударе, напряжения p могут быть найдены с учетом волновых [4] и деформационных свойств разрушаемого материала и молотка [5,6]

$$p = V \cdot \sqrt{\rho \cdot E}, \quad (2)$$

$$p = \left(\frac{m \cdot V \cdot (s + 1) \cdot g^{1/s}}{2} \right)^{s/(s+1)}, \quad (3)$$

где V – скорость соударения;

E – модуль упругости разрушаемого материала;

ρ – плотность материала дробления;

m – масса частицы;

s, g – коэффициенты, зависящие от деформационных свойств соударяемых материалов.

Вместе с тем, очевидно, что эти контактные напряжения не могут превосходить критические напряжения T , при котором происходит разрушение частицы.

Относительная скорость u может быть найдена по теории механического удара с использованием гипотез Ньютона [7] или как средняя скорость за время удара [5] с учетом деформационных свойств [6] соударяемых тел. На рисунке 1 представлена схема взаимодействия молотка с разрушаемым материалом.

Рисунок 1 – Схема взаимодействия молотка с перерабатываемым материалом

Исходя из рисунка 1, относительная скорость молотка u будет определяться по формулам

$$u = \omega \cdot \left[(x + R \cdot \cos \alpha) \cdot \sin (\alpha + \beta) + \left(R \cdot \sin \alpha + \frac{b}{2} - f(x) \right) \cdot \cos (\alpha + \beta) \right], \quad (4)$$

$$u = \left[-f_{ск} \cdot T + m \cdot \omega^2 \cdot (x + R) \right] \cdot 3,218 \cdot \left(\frac{m}{g} \right)^{2/5} \cdot \frac{[\omega \cdot (x + R)]^{1/5}}{m}, \quad (5)$$

где R – радиус подвеса молотка,

α – угол, который составляет ось молотка с радиусом ротора молоткового барабана;

β – угол наклона касательной ударной поверхности молотка;

b – ширина молотка;

$f(x)$ – форма ударной поверхности молотка;

$f_{ск}$ – коэффициент трения скольжения частицы по молотку;

ω – угловая скорость ротора.

Заметим, что реальная относительная скорость будет несколько ниже рассчитываемых по соотношениям (4), (5) т.к. последние получены в условиях гладкого контакта. Поэтому из значений уравнений (4), (5) следует выбирать наименьшее.

Для изучения процесса длительного скольжения рассмотрим относительное движение единичной частицы по поверхности молотка (рисунок 1). Для описания этого движения, воспользуемся уравнением

$$m \cdot (\bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_c) = N \cdot \bar{n} - f_{ск} \cdot N \cdot \bar{\tau}, \quad (6)$$

где $\bar{a}_r$ – относительное ускорение;

$\bar{a}_e$ – переносное ускорение;

$\bar{a}_c$ – ускорение Кориолиса;

N – модуль нормальной реакции;

$\bar{n}$ – единичный вектор нормали;

$\bar{\tau}$ – единичный вектор касательной.

Уравнение (6) может быть сведено к уравнению

$$m \cdot (\bar{q} \cdot u^2 + \bar{p} \cdot u \cdot u' - \omega^2 \cdot \bar{r} + 2 \cdot \bar{\omega} \times \bar{p} \cdot u) = N \cdot (\bar{n} - f_{ск} \cdot \bar{\tau}), \quad (7)$$

где $u = x$

$$p = \{1, f'(x), 0\};$$

$$q = \{0, f''(x), 0\};$$

$$r = \left\{ x + R \cdot \cos \alpha, -R \cdot \sin \alpha - \frac{b}{2} + f(x), 0 \right\};$$

ω – вектор угловой скорости ротора.

Уравнение (7) проектированием на вектора n и τ сводится к нелинейной системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} u' &= F(u, x, f, f', f''), \\ N &= F(u, x, f, f', f'') \end{aligned} \quad (8)$$

или

$$\begin{aligned} u' &= \frac{1}{u \cdot (1 + f'^2)} \cdot \left[\omega^2 \cdot \left\{ (1 + f_{cx} \cdot f') \cdot (x + R \cdot \cos \alpha) + (f_{cx} - f') \cdot \left(\frac{b}{2} + R \cdot \sin \alpha - f \right) \right\} + u^2 \cdot (f_{cx} - f') \cdot f'' - 2 \cdot \omega \cdot u \cdot f_{cx} \cdot (1 + f'^2) \right] \\ N &= \frac{m}{\sqrt{1 + f'^2}} \cdot \left\{ -z \cdot f'' - \omega^2 \cdot \left[f' \cdot (x + R \cdot \cos \alpha) + \left(\frac{b}{2} + R \cdot \sin \alpha - f \right) \right] + 2 \cdot \omega \cdot u \cdot (1 + f'^2) \right\} \end{aligned}$$

Система (8) может быть решена численно по схеме Рунге-Кутты [3]. В результате этого может быть найдена относительная скорость u и давление p .

$$\begin{aligned} u &= u(x, x_0), \\ p &= p(x, x_0) \end{aligned} \quad (9)$$

где x – текущая координата частицы,
 x_0 – начальная координата частицы.

И так найдены относительная скорость и давление в двух процессах изнашивания от единичной частицы. Если известно распределение частиц при ударе $L(x)$ и при скольжении $L(x)$, то суммарный износ поверхности dy за промежуток времени dt , может быть найден следующим образом

$$dy = dt \int_{x_2}^{x_1} [H_1(x, x_0) \cdot L_1(x_0) + H_2(x, x_0) \cdot L_2(x_0)] dx_0, \quad (10)$$

где H – определяется по формуле (1);

p и u – вычисляются по соотношениям (2) – (5) для процесса удара и по соотношению (9) для процесса скольжения;

$[x_1, x_2]$ – отрезок, на котором происходит взаимодействие молотка с частицами перерабатываемого материала.

По времени может быть выбран пошаговый процесс интегрирования соотношения (10), с нахождением формы $f(x)$ ударной поверхности молотка на каждом шаге. В качестве шага по времени целесообразно выбирать время кратное времени одного оборота молотка.

1. Александров В. М. Математические методы в контактных задачах с износом / В.М. Александров, Е.В. Коваленко //Нелинейные модели и задачи механики деформируемого твердого тела. – М.,1984. – С.77–89.
2. Крагельский И.В. Основы расчетов на трение и износ /И. В. Крагельский, М. Н. Добычин, В. С. Комбалов – М.: Машиностроение, 1977. – 526 с.
3. Годунов С. К. Разностные схемы /С. К Годунов, В. С. Рябенский – М.: Наука, 1973.
4. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела /Ю. Н. Работников – М.: Наука, 1988.
5. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я. Г. Пановко – Л.: Политехника, 1990.
6. Рекач В. Г. Руководство к решению задач по теории упругости /В. Г. Рекач – М.: Высшая школа, 1977.
7. Бутенин Н. В. Курс теоретической механики / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин – М.: Наука, 1985.