Пономарев Д.Ю.

Особенности применения контурного метода тензорного анализа инфокоммуникационных сетей

Сибирский государственный университет науки и технологий
им. акад. М.Ф. Решетнева
(Россия, Красноярск)

doi:10.18411/lj-09-2018-88

idsp: 000001:lj-09-2018-88

Аннотация

В работе рассмотрены особенности применения контурного метода тензорного анализа к задаче моделирования инфокоммуникационных сетей. С этой целью определены основы построения контурных моделей инфокоммуникационных сетей, определены инвариантные соотношения, уравнения состояния и правила преобразования. К основным особенностям применения отнесены: использование потоковой и системной характеристик, преобразование структуры сети к контурному виду, приложение тензора преобразования к задаче нахождения вероятностно-временных характеристик сети, сформулирована и доказана теорема о количестве контурных интенсивностей.

Ключевые слова: тензорный анализ сетей, контурный метод, инфокоммуникационные сети, вероятностно-временные характеристики.

В тензорном анализе сетей рассматриваются три метода представления моделей: контурный, узловой и ортогональный [1]. Применение контурного метода основано на использовании модели сети в виде совокупности замкнутых путей [1-3]. Для анализа инфокоммуникационных сетей в качестве потоковой [1, 4] характеристики можно рассматривать интенсивность поступления пакетов (среднее число пакетов в единицу времени) λ , а в качестве системной загрузку ρ [4]. В соответствии с основными положениями тензорного анализа сетей λ относится к контравариантным, а ρ к ковариантным характеристикам. В качестве параметра системы используется средняя длительность обслуживания $\bar{t}$. Тогда, выражение, определяющее загрузку систем распределения информации, как моделей передачи и обработки информации в инфокоммуникационных сетях можно использовать в качестве инвариантного для контурного метода в следующем виде:

$$\rho = \bar{t} \lambda. \quad (1)$$

Применение контурного метода тензорного анализа инфокоммуникационных сетей основано на представлении модели исследуемой сети в виде совокупности систем со структурой связи между ними, состоящей из замкнутых путей или контуров [1,3-5]. В соответствии с [4] такая структура обеспечивает формирование исходной сети. Согласно (1), уравнение поведения исходной сети может быть представлено в виде: $\rho_\alpha = t_{\alpha\alpha} \lambda^\alpha$. Для инфокоммуникационных сетей системы являются системами распределения информации.

При проведении декомпозиции исходной сети, будет разделения систем, формируется примитивная сеть. В тензорном анализе сетей примитивная контурная сеть представляет собой набор систем, не связанных друг с другом, воздействием в которых является продольная величина, а откликом поперечная [1, 4]. Уравнение поведения примитивной сети согласно (1): $\rho_\beta = t_{\beta\beta} \lambda^\beta$. Естественно, что число систем (n) в примитивной сети равно количеству систем в исходной сети.

В связи с тем, что в общем случае структуры моделей инфокоммуникационных сетей содержат как открытые, так и закрытые пути [1-5], то предварительно необходимо привести структуру исходной сети к контурному виду. Для этого вводятся мнимые системы [5], которые будут обеспечивать выполнение условия $\sum_j \lambda_{source,j} = \sum_i \lambda_{destination,i}$ где $\lambda_{source,j}$ - интенсивность j -ого источника, $\lambda_{destination,i}$ - интенсивность i -го получателя.

Геометрическими объектами, необходимыми для описания примитивной сети, являются: вектор интенсивностей поступления $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \dots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$, вектор загрузки систем

распределения информации $\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \dots \\ \rho_n \end{pmatrix}$, тензор средней длительности обслуживания

$t = \begin{pmatrix} t_{11} & \dots & t_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ t_{n1} & \dots & t_{nn} \end{pmatrix}$. Тогда, уравнение состояния для примитивной сети, в общем

случае, имеет вид: $\begin{pmatrix} \rho_1 \\ \dots \\ \rho_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & \dots & t_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ t_{n1} & \dots & t_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \dots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$.

Для ввода топологической информации в контурную модель инфокоммуникационной сети используется вспомогательная сеть [4]. Возбуждение вспомогательной сети производится контурными интенсивностями $\lambda^{\beta'}$, вызывающими в сети отклик в виде загрузок сети $\rho_{\beta'}$. Тогда, для уравнения поведения вспомогательной сети можно использовать выражение: $\rho_{\beta'} = t_{\beta'\beta'} \lambda^{\beta'}$.

Для связи переменных примитивной и вспомогательной сетей используется тензор преобразования. Уравнение преобразования записывается, как: $\lambda^{\beta} = C_{\beta'}^{\beta} \lambda^{\beta'}$ или $\lambda = C \lambda'$, где λ – вектор интенсивностей поступления для примитивной сети; λ' – вектор контурных интенсивностей поступления; C – тензор преобразования интенсивностей поступления.

Тензор преобразования обеспечивает преобразование координат при переходе от примитивной к вспомогательной сети (k - число контуров):

$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1k} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nk} \end{pmatrix}$. Элементы i -ой строки матрицы показывают контурные

потoki, проходящие через i -ую систему распределения информации, элементы j -го

столбца содержат информацию о системах, входящих в j -ый контур. Для оценки вероятностно-временных характеристик инфокоммуникационных сетей контуры формируются таким образом, чтобы показать пути передачи информации от ее источников к ее получателям.

Для нахождения элементов матрицы преобразования в вспомогательной сети рассматриваются контурные интенсивности потоков контуров и для каждой системы они выражаются через интенсивности примитивной сети в соответствии с их местом в исходной. Тогда элементами тензора преобразования $\mathbf{C}$ будут являться коэффициенты при контурных интенсивностях вспомогательной сети:

$$\begin{cases} \lambda_1 = C_{11}\lambda'_1 + C_{12}\lambda'_2 + \dots + C_{1k}\lambda'_k \\ \dots\dots\dots \\ \lambda_n = C_{n1}\lambda'_1 + C_{n2}\lambda'_2 + \dots + C_{nk}\lambda'_k \end{cases} \quad . \text{Согласно выражению (1), для вспомогательной сети}$$

уравнение состояния приобретает вид:

$$\begin{pmatrix} \rho'_1 \\ \rho'_2 \\ \dots \\ \rho'_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t'_{11} & t'_{12} & \dots & t'_{1k} \\ t'_{21} & t'_{22} & \dots & t'_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t'_{k1} & t'_{k2} & \dots & t'_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda'_1 \\ \lambda'_2 \\ \dots \\ \lambda'_k \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad \mathbf{P}' = \mathbf{T}'\mathbf{\Lambda}' \quad (2)$$

При использовании тензорного анализа сетей требуется выполнение следующего инварианта: $\mathbf{P}^T \mathbf{\Lambda} = (\mathbf{P}')^T \mathbf{\Lambda}'$, где переменные со штрихом относятся к вспомогательной сети (содержащей информацию о топологии исходной сети), без штриха к декомпозиционной сети.

В тензорной нотации используемый инвариант записывается, как: $\rho_\beta \lambda^\beta = \rho_{\beta'} \lambda^{\beta'}$. Топология исходной сети учитывается путем использования тензора преобразования $\mathbf{C}$, связывающего интенсивности поступления в системы примитивной сети и интенсивности поступления в системы вспомогательной сети, как: $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{C}\mathbf{\Lambda}'$ или $\lambda^\beta = C_{\beta'}^\beta \lambda^{\beta'}$. Таким образом, правила преобразования для вектора загрузки и для тензора средней длительностей обслуживания исходной сети через загрузки декомпозиционной сети [3-5], соответственно: $\mathbf{P}' = \mathbf{C}^T \mathbf{P}$, $\mathbf{T}' = \mathbf{C}^T \mathbf{T} \mathbf{C}$. Следовательно, уравнение состояния вспомогательной сети приобретает следующий вид:

$$\mathbf{C}^T \mathbf{P} = (\mathbf{C}^T \mathbf{T} \mathbf{C}) \mathbf{\Lambda}' \quad \text{или} \quad (C_{\beta'}^\beta)_t \rho_\beta = (C_{\beta'}^\beta)_t t_{\beta\beta'} C_{\beta'}^\beta \lambda^{\beta'}. \quad (3)$$

Используя данное уравнение можно оценить вероятностно-временные характеристики сети обработки информации. Для этого необходимо решить уравнение (3) относительно контурных интенсивностей. Для нахождения распределения трафика по сети, находим вектор интенсивностей потоков в сети, как: $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{C}\mathbf{\Lambda}'$ или $\lambda^\alpha = C_{\beta'}^\alpha \lambda^{\beta'}$. Так как структура вспомогательной сети совпадает со структурой исходной, то $C_{\beta'}^\alpha = C_{\beta'}^\beta$.

При заданных моделях (М/М/1, М/М/1/Н, М/Д/1, М/Д/1/Н и др. [3-5]) для каждой системы исходной сети вероятностно-временные характеристики определяются выбранной дисциплиной обслуживания. Распределение трафика определяется

выражением $\Lambda = C\Lambda'$. Откуда, загрузка для каждой системы может быть найдена, как: $\rho_\alpha = t_{\alpha\alpha}\lambda^\alpha$ или $P = T\Lambda$. Для оценки вероятностно-временных характеристик используются известные выражения для нахождения вероятности состояний систем p_i и среднего времени задержки $\bar{T}_i$, определяемых, как функциональные зависимости от загрузки $[P]_i, (i = 1..n)$ в соответствии с выбранной дисциплиной обслуживания системы распределения информации.

Среднее время задержки для каждого маршрута передачи информации в инфокоммуникационной сети может быть найдено если для ветвей модели исследуемой сети можно определить вектор $\mathbf{d}$, элементы которого содержат средние временные задержки в ветвях: $\mathbf{d} = [\bar{T}_i], (i = 1..k)$, где $\bar{T}_i$ - среднее время задержки в i -ой ветви. Тогда, время задержки для каждого пути передачи информации в исследуемой сети можно найти, как: $\mathbf{D} = \mathbf{C}^T \mathbf{d}$.

Аналогично, можно определить и потери на маршруте передаче при условии малых потерь. Исходя из решения уравнения (3) и заданной дисциплины обслуживания вероятность потерь для каждой системы находится, как p_i . Данные вероятности составляют вектор вероятностей потерь $\mathbf{l} = [p_i] (i = 1..k)$ и вероятность потери пакета или сообщения на маршруте можно найти, как: $\mathbf{L} = \mathbf{C}^T \mathbf{l}$.

При использовании контурного метода на получение конечного результата влияет число заданных контурных интенсивностей. В связи с этим в данной работе сформулирована и доказана следующая теорема. Теорема о количестве контурных интенсивностей: при количестве выбранных контуров k равном числу систем распределения информации n , распределение трафика по сети, получаемом в виде вектора Λ является единственным.

Доказательство теоремы. Исходя из уравнения состояния вспомогательной сети $\mathbf{P}' = \mathbf{T}'\Lambda'$ система линейных алгебраических уравнений имеет вид, описываемый выражением (2). При этом, в соответствии с правилами преобразования $\mathbf{P}' = \mathbf{C}^T \mathbf{P}$,

$$\mathbf{T}' = \mathbf{C}^T \mathbf{T} \mathbf{C} \text{ это уравнение можно представить в виде: } \begin{cases} \sum_{i=1}^n C_{i1} \rho_i = \sum_{i=1}^k t'_{1i} \lambda'_i \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n C_{ik} \rho_i = \sum_{i=1}^k t'_{ki} \lambda'_i \end{cases} . \text{ При}$$

условии $k < n$ все строки матричного уравнения являются независимыми, поэтому ранг матрицы равен числу уравнений и в соответствии с теоремой Кронекера - Капелли имеет единственное решение относительно Λ' в независимости от значений компонентов вектора $\mathbf{P}$.

При использовании выражения $\Lambda = \mathbf{C}\Lambda'$ система уравнений примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n C_{i1} \rho_i = \sum_{i=1}^k t'_{1i} \sum_{j=1}^n C_{j1} \lambda_j \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n C_{ik} \rho_i = \sum_{i=1}^k t'_{ki} \sum_{j=1}^n C_{jk} \lambda_j \end{array} \right. . \text{ Таким образом, ранг матрицы оказывается меньше числа}$$

переменных и количество решений равно бесконечности, но при этом левая часть

также определяется вектором Λ :
$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n C_{i1} \lambda_i t_i = \sum_{i=1}^k t'_{1i} \sum_{j=1}^n C_{j1} \lambda_j \\ \sum_{i=1}^n C_{i2} \lambda_i t_i = \sum_{i=1}^k t'_{2i} \sum_{j=1}^n C_{j2} \lambda_j \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n C_{ik} \lambda_i t_i = \sum_{i=1}^k t'_{ki} \sum_{j=1}^n C_{jk} \lambda_j \end{array} \right. . \text{ Поэтому при } k < n$$

можно выбирать произвольные значения ρ_i , так как при этом будет достигнуто одно из множества решений при заданных значениях компонент $\mathbf{C}$ и $\mathbf{T}$.

При равенстве числа контуров и систем, рассматриваемая система уравнений

записывается, как:
$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n C_{i1} \lambda_i t_i = \sum_{i=1}^n t'_{1i} \sum_{j=1}^n C_{j1} \lambda_j \\ \sum_{i=1}^n C_{i2} \lambda_i t_i = \sum_{i=1}^n t'_{2i} \sum_{j=1}^n C_{j2} \lambda_j \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n C_{in} \lambda_i t_i = \sum_{i=1}^n t'_{ni} \sum_{j=1}^n C_{jn} \lambda_j \end{array} \right. .$$

В таком случае, ранг матрицы становится равным числу неизвестных, что в соответствии с теоремой Кронекера - Капелли имеет единственное решение относительно Λ , но в таком случае значения компонент ρ_i вектора $\mathbf{P}$ однозначно определяются произведением $\lambda_i t_i$. Таким образом, для получения единственного решения при заданных длительностях обслуживания необходимо выбрать количество контуров равным количеству систем. Теорема доказана.

Использование контурного метода тензорного анализа сетей позволит определить характеристики процессов обработки и передачи информационных потоков в инфокоммуникационных сетях и задать требования к необходимым значениям времени доставки информации и надежности передачи информации. Нахождение распределения трафика в сети позволяет найти перегруженные участки и разработать методы перенаправления потоков информации для предотвращения перегрузки. Рассмотренный в работе метод позволяет оценить эффективность работы

инфокоммуникационной сети с целью повышения ее производительности, а выявленные особенности его применения обеспечат полноту практической реализации.

1. Петров А.Е. Тензорный метод двойственных сетей. – М. : ООО «Центр информационных технологий в природопользовании», 2007.
2. Lemeshko O., Yevsieieva O., Yevdokymenko M. Tensor flow-based model of quality of experience routing // 2018 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET). – Lviv-Slavske, 2018. – Pp. 1005-1008.
3. Ponomarev D. Mesh method of tensor analysis of infocommunications networks // Nauka i studia. – 2016. – 3. – P. 994-999.
4. Пономарев Д.Ю. Особенности применения тензорного анализа к моделированию инфокоммуникационных сетей [Электронный ресурс] // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. Научный журнал. – 2018. – Том 6. – № 2. – Режим доступа: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2018/04/Ponomarev_2_18_1.pdf (дата обращения: 31.05.2018).
5. Пономарев Д.Ю. Модель распределения трафика для перспективных инфокоммуникационных спутниковых сетей // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 1. – Режим доступа: www.science-education.ru/121-18407 (дата обращения: 09.04.2015).