$$s = f(K)$$

Анализ этой зависимости приводит к выводу, что в момент потери устойчивости предельная нагрузка резко падает ($\approx$ на 25%), а при дальнейшем росте зоны выпучивания меняется незначительно. Критическая длина трещины при этом уменьшается.

Заключение

Исследование задач деформации и разрушения плоских высоконапряженных элементов обшивки летательных аппаратов является крайне необходимым для того, чтобы корректировать методики расчета их прочности. В данной работе дано развитие и уточнение полученных ранее результатов (выявлено более существенное падение разрушающей нагрузки, что согласуется с экспериментальными данными [2,4]). Кроме того, установлено, что появление выпучины вызывает уменьшение значения критической длины трещины при неизменной внешней нагрузке.

Выявленный в работе факт существенного снижения предельной разрушающей нагрузки вследствие выпучивания берегов трещины должен приниматься во внимание конструкторами при расчетах на прочность для обеспечения безопасности полетов.

1. Нестеренко Г.И. Требования по усталости и живучести конструкций гражданских самолетов. // Научный вестник МГТУГА № 163, 2011
2. Гольцев В.Ю. и др. Заводская лаборатория № 1, 1961
3. Литвиненкова З.Н. Об устойчивости растянутой пластины с внутренней трещиной. // Известия АН СССР, Механика твердого тела № 5, 1973
4. Литвиненкова З.Н. Разрушающая нагрузка растянутых плоских элементов конструкций самолета (обшивки) у мест выточек. // Вестник СПбГУГА, выпуск 2, 2011
5. Вестергард Г.М. Несущие давления и трещины. // Журнал прикладной механики, том 6, с. А 49-53, 1939
6. Мухелишвили И.Н. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., «Наука», 1966
7. Галеркин Б.Г. Собрание сочинений. Т. 1.// Изд-во АН СССР, 1952
8. Griffith A.A. The theory of rupture.// Proc. First. Inter. Congress Appl. Mech. Delft., p. 55-63, 1924
9. Irvin G.R. Relation of stresses near a crack to the crack extension force.// Proc.9-th Inter. Congr. Appl. Mech, vol.8, Brussels, 1957

Поленов В.С.

Математическое моделирование плоских волн в двухкомпонентных волноводах

Автомобильно-транспортный институт
(Россия, Воронеж)

doi:10.18411/lj-09-2018-67

idsp: 000001:lj-09-2018-67

Аннотация

При решении некоторых задач двухкомпонентных сред удобно пользоваться уравнениями не относительно векторов перемещений, а относительно скалярных потенциалов.

Ниже вводятся некоторые скалярные потенциалы при помощи которых получены волновые уравнения и напряжения в потенциалах для двухкомпонентной пористой среды в случае гармонических волн и исследуются плоские волны в двухкомпонентных волноводах.

Ключевые слова: волна, потенциал, волновод, среда, перемещение, жидкость, упругость.

Общим закономерностям поведения волн в пористых средах посвящено ряд работ, в которых основные определяющие уравнения записаны в перемещениях, среди которых следует отметить [1-6].

1. Рассматриваются двухкомпонентные волноводы одна из компонент которой состоит из упругой среды, а вторая компонента – сжимаемая жидкость.

Волноводами называют широкие трубы, в которых происходит изменение формы волны при распространении вдоль оси трубы или слоев среды, заключенных между двумя параллельными звуконепроницаемыми стенками [7].

Такая двухкомпонентная среда описывается следующими соотношениями:

— полный тензор напряжений в скелете при наличии давления жидкости в порах

$$T_{ik} = Ae_{\alpha\alpha}\delta_{ik} + 2Ne_{ik} + Qe_{\alpha\alpha}\delta_{ik} \quad (1)$$

— сила, действующая на жидкость, отнесенная к единице площади поперечного сечения пористой среды

$$S = Qe_{\alpha\alpha} + Re_{\alpha\alpha} \quad (2)$$

— уравнения движения двухкомпонентной пористой среды [7]

$$NV^2 \vec{u}^{(1)} + grad[(A+N)\vec{e} + Q\vec{\varepsilon}] = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11}\vec{u}^{(1)} + \rho_{12}\vec{u}^{(2)})$$

$$grad[Q\vec{e} + R\vec{\varepsilon}] = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12}\vec{u}^{(1)} + \rho_{22}\vec{u}^{(2)}) \quad (3)$$

— формулы Коши

$$e_{ik} = \frac{1}{2}(u_{i,k}^{(1)} + u_{k,i}^{(1)}), \quad e_{\alpha\alpha} = e_{xx} + e_{yy} + e_{zz} \quad (4)$$

— деформации жидкости

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} = u_{x,x}^{(2)} + u_{y,y}^{(2)} + u_{z,z}^{(2)} \quad (5)$$

В формулах (1) – (5) A, N – коэффициенты Ламэ; Q, R – коэффициенты, зависящие от пористости среды и сжимаемости жидкости; ρ_{11}, ρ_{22} – эффективные плотности твердой среды и жидкости; ρ_{12} – динамический коэффициент связи твердой среды и жидкости; $\rho_{11} = \rho_1 - \rho_{12}, \rho_{22} = \rho_2 - \rho_{12}, \rho_1, \rho_2$ – плотности сред, $u_i^{(1)}$ – компоненты перемещения твердой среды, $u_i^{(2)}$ – компоненты перемещения жидкости. По повторяющимся индексам, если не оговорено, предполагается суммирование от единицы до трех.

Разложим в уравнениях (3) векторы перемещения $\vec{u}^{(1)}$ и $\vec{u}^{(2)}$ на безвихревые и соленоидальные составляющие

$$\vec{u}^{(1)} = \vec{u}_l^{(1)} + \vec{u}_t^{(1)}, \quad rot \vec{u}_l^{(1)} = \vec{0}, \quad div \vec{u}_t^{(1)} = 0 \quad (6)$$

$$\vec{u}^{(2)} = \vec{u}_l^{(2)} + \vec{u}_t^{(2)}, \quad rot \vec{u}_l^{(2)} = \vec{0}, \quad div \vec{u}_t^{(2)} = 0$$

получим две системы уравнений для продольных и поперечных гармонических волн:

— для продольных волн

$$\sigma_{11}\nabla^2 u_l^{(1)} + \sigma_{12}\nabla^2 u_l^{(2)} + \frac{\omega^2}{c_l^2}(\gamma_{11}u_l^{(1)} + \gamma_{12}u_l^{(2)}) = 0 \quad (7)$$

$$\sigma_{12}\nabla^2 u_l^{(1)} + \sigma_{22}\nabla^2 u_l^{(2)} + \frac{\omega^2}{c_l^2}(\gamma_{12}u_l^{(1)} + \gamma_{22}u_l^{(2)}) = 0$$

— для поперечных волн

$$\nabla^2 u_t^{(1)} + \frac{\omega^2}{c_t^2}(\gamma_{11}u_t^{(1)} + \gamma_{12}u_t^{(2)}) = 0, \quad \gamma_{12}u_t^{(1)} + \gamma_{22}u_t^{(2)} = 0 \quad (8)$$

В системах (7) и (8) введены обозначения:

$$\sigma_{11} = \frac{A+2N}{H}, \sigma_{12} = \frac{Q}{H}, \sigma_{22} = \frac{R}{H}, H = A+2N+R+2Q \quad (9)$$

$$\gamma_{11} = \frac{\rho_{11}}{\rho}, \gamma_{12} = \frac{\rho_{12}}{\rho}, \gamma_{22} = \frac{\rho_{22}}{\rho}, \rho = \rho + 2\rho_{12} + \rho_{22}, c_l^2 = \frac{H}{\rho}, c_t^2 = \frac{N}{\rho}$$

Системы (7) и (8) при помощи линейных преобразований [8]

$$u_l^{(1)} = u_{1l} + u_{2l}, \quad u_l^{(2)} = M_1 u_{1l} + M_2 u_{2l} \quad (10)$$

$$u_t^{(2)} = M_t u_t \quad)$$

где M_1, M_2 и M_t – коэффициенты преобразования, сводятся к двум волновым уравнениям для продольных волн первого и второго типов

$$\nabla^2 u_{1l} + k_1^2 u_{1l} = 0, \quad \nabla^2 u_{2l} + k_2^2 u_{2l} = 0 \quad (11)$$

)

и одному волновому уравнению для поперечных волн

$$\nabla^2 u_t + k_t^2 u_t = 0 \quad (12)$$

В соотношениях (11) k_1 и k_2 – волновые числа продольных волн; в (12) k_t – волновое число поперечной волны. Они находятся по формулам

$$k_1 = \sqrt{z_1 \left(\frac{\omega}{c_l} \right)^2}, k_2 = \sqrt{z_2 \left(\frac{\omega}{c_l} \right)^2}, k_t = \sqrt{\frac{\rho_1 + \rho_2 M_t}{N} \omega^2} \quad (13)$$

z_1 и z_2 – корни квадратного уравнения, полученного из решения системы (7).

2. Получим волновые уравнения для скалярных потенциалов в случае плоского движения. Для этого подставим в (11) вместо u_{1l} и u_{2l} величины $\text{grad}\varphi_1$ и $\text{grad}\varphi_2$, а затем интегрируя один раз по координатам, найдем, что скалярные потенциалы φ_1 и φ_2 удовлетворяют волновым уравнениям

$$\nabla^2 \varphi_1 + k_1^2 \varphi_1 = 0, \quad \nabla^2 \varphi_2 + k_2^2 \varphi_2 = 0 \quad (14)$$

Аналогично, подставив в (12) вместо $\vec{u}_i$ функцию $\text{rot}\vec{\psi}$, а затем, интегрируя один раз по координатам, получим волновое уравнение для поперечной волны

$$\nabla^2 \psi + k_i^2 \psi = 0 \quad (15)$$

Таким образом, уравнения (11) и (12) при помощи введения потенциалов, свелись к трем скалярным волновым уравнениям.

Для рассматриваемого плоского движения, компоненты перемещений $u_x^{(1)}, u_z^{(1)}, u_x^{(2)}, u_z^{(2)}$ запишем через потенциалы [9] в виде

$$u_x^{(1)} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad u_z^{(1)} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (16)$$

$$u_x^{(2)} = \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial z}, \quad u_z^{(2)} = \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x}$$

Из соотношений (1) получим формулы, выражающие напряжения через скалярные потенциалы. Так для напряжений T_{xx} с учетом (16) имеем

$$T_{xx} = A \left(\frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial z} \right) + 2N \left(\frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial x} \right) + Q \left(\frac{\partial u_x^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial u_z^{(2)}}{\partial z} \right) = \quad (17)$$

$$= (A + 2N) \nabla^2 (\varphi_1 + \varphi_2) + Q \nabla^2 \psi - 2N \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right)$$

Аналогично из (1) и (16) найдем T_{zz} и T_{xz}

$$T_{zz} = A \left(\frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial z} \right) + 2N \left(\frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial z} \right) + Q \left(\frac{\partial u_x^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial u_z^{(2)}}{\partial z} \right) = \quad (18)$$

$$= (A + 2N) \nabla^2 (\varphi_1 + \varphi_2) + Q \nabla^2 \psi - 2N \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right)$$

$$T_{xz} = N \left(\frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial x} \right) = N \left[\nabla^2 \psi + 2 \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \right] \quad (19)$$

Из соотношения (2) с учетом (16) найдем силу, действующую на жидкость

$$S = Q \left(\frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial z} \right) + R \left(\frac{\partial u_x^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial u_z^{(2)}}{\partial z} \right) = Q \nabla^2 (\varphi_1 + \varphi_2) + R \nabla^2 \psi \quad (20)$$

Для гармонического плоского движения с учетом волновых уравнений (14) и (15) формулы, выражающие напряжения и силу, действующую на жидкость, запишем в виде

$$T_{xx} = -[(A + 2N)(k_1^2 \varphi_1 + k_2^2 \varphi_2) + 2N \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right) + Q k_i^2 \psi] \quad (21)$$

$$T_{zz} = -[(A + 2N)(k_1^2 \varphi_1 + k_2^2 \varphi_2) + 2N \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right) + Qk_t^2 \psi] \quad (22)$$

$$T_{xz} = -N \left[k_t^2 \psi - 2 \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \right] \quad (23)$$

$$S = -[Q(k_1^2 \varphi_1 + k_2^2 \varphi_2) + Rk_t^2 \psi] \quad (24)$$

Из симметрии задачи следует

$$T_{xy} = T_{yz} = 0 \quad (25)$$

3. Рассмотрим волновод толщины $2h$, состоящий из двухкомпонентного слоя, заключенного между двумя параллельными звуконепроницаемыми стенками. Предположим, что стенки слоя свободны от напряжений и смещения частиц волн лежат в плоскости xOz . Такие волны будем называть нормальными и они описываются двумя парами плоских волн: парой симметричных, когда смещения частиц симметричны относительно средней плоскости слоя и парой несимметричных волн, когда смещения частиц волны антисимметричны.

Первую пару волн через потенциалы запишем в виде

$$\varphi_1 = C_1 e^{i\xi x} \cos \zeta_1 z, \varphi_2 = C_2 e^{i\xi x} \cos \zeta_2 z, \psi = B e^{i\xi x} \sin \zeta_t z \quad (26)$$

)

где φ_1 – потенциал первой продольной волны; φ_2 – потенциал второй продольной волны; ψ – потенциал поперечной волны; ξ – продольная и поперечные $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_t$ – z -компоненты медленности волнового число $k = \omega/c$ двумерной гармонической волны частоты ω , бегущей в плоскости $z = 0$ вдоль оси Ox ; C_1, C_2, B – амплитуды волн.

Для напряжений T_{zz}, T_{xz} и силы S , действующей на жидкость, отнесенную к единице площади поперечного сечения пористой среды, ставим граничные условия

$$T_{zz}(z = \pm h) = 0, T_{xz}(z = \pm h) = 0, S(z = \pm h) = 0 \quad (27)$$

Подставим (26) в формулы (22)-(24), получим

$$T_{zz} = -\{[(A + 2N)k_1^2 - 2N\xi^2] \cos \zeta_1 z \cdot C_1 + [(A + 2N)k_2^2 - 2N\xi^2] \cos \zeta_2 z \cdot C_2 + (Qk_t^2 \sin \zeta_t z - 2Ni\xi\zeta_t \cos \zeta_t z) \cdot B\} e^{i\xi x} \quad (28)$$

$$T_{xz} = -N[2i\xi\zeta_1 \sin \zeta_1 z \cdot C_1 + 2i\xi\zeta_2 \sin \zeta_2 z \cdot C_2 - (k_t^2 - 2\zeta_t^2) \sin \zeta_t z \cdot B] e^{i\xi x} \quad (29)$$

$$S = -[Qk_1^2 \cos \zeta_1 z \cdot C_1 + Qk_2^2 \cos \zeta_2 z \cdot C_2 + Rk_t^2 \sin \zeta_t z \cdot B] e^{i\xi x} \quad (30)$$

Учитывая граничные условия (27), соотношения (28)-(30) можно записать в виде однородной линейной системы уравнений относительно C_1, C_2, B [10]

$$\begin{aligned} & [(A + 2N)k_1^2 - 2N\xi^2] \cos \zeta_1 h \cdot C_1 + [(A + 2N)k_2^2 - 2N\xi^2] \cos \zeta_2 h \cdot C_2 + \\ & + (Qk_t^2 \sin \zeta_t h - 2Ni\xi\zeta_t \cos \zeta_t h) \cdot B = 0 \\ & 2i\xi\zeta_1 \sin \zeta_1 h \cdot C_1 + 2i\xi\zeta_2 \sin \zeta_2 h \cdot C_2 + (k_t^2 - 2\zeta_t^2) \sin \zeta_t h \cdot B = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$[Qk_1^2 \cos \zeta_1 h \cdot C_1 + Qk_2^2 \cos \zeta_2 h \cdot C_2 + Rk_i^2 \sin \zeta_i h \cdot B] = 0$$

Из данной системы получим дисперсионное уравнение, связывающее величину ξ с частотой для каждой нормальной волны.

Чтобы система (31) имела ненулевое решение, необходимо и достаточно равенство нулю ее определителя, составленного из коэффициентов при неизвестных C_1, C_2, B

$$\begin{vmatrix} [(A+2N)k_1^2 - 2N\xi^2] \cos \zeta_1 h & [(A+2N)k_2^2 - 2N\xi^2] \cos \zeta_2 h & Qk_i^2 \sin \zeta_i h - 2Ni\xi\zeta_i \cos \zeta_i h \\ 2i\xi\zeta_1 \sin \zeta_1 h & 2i\xi\zeta_2 \sin \zeta_2 h & (k_i^2 - 2\zeta_i^2) \sin \zeta_i h \\ Qk_1^2 \cos \zeta_1 h & Qk_2^2 \cos \zeta_2 h & Rk_i^2 \sin \zeta_i h \end{vmatrix} = 0$$

Раскроем определитель по правилу Саррюса [10]

$$\begin{aligned} & [(A+2N)k_1^2 - 2N\xi^2] 2i\xi\zeta_2 Rk_i^2 \cos \zeta_1 h \cdot \sin \zeta_2 h \cdot \sin \zeta_i h + \\ & + [(A+2N)k_2^2 - 2N\xi^2] Qk_1^2 (k_i^2 - 2\zeta_i^2) \cos \zeta_1 h \cdot \cos \zeta_2 h \cdot \sin \zeta_i h + \\ & + [Qk_i^2 \sin \zeta_i h - 2Ni\xi\zeta_i \cos \zeta_i h] 2iQk_2^2 \xi\zeta_1 \sin \zeta_1 \cdot \cos \zeta_2 h - \\ & - [Qk_i^2 \sin \zeta_i h - 2Ni\xi\zeta_i \cos \zeta_i h] 2iQk_1^2 \xi\zeta_2 \cos \zeta_1 h \cdot \sin \zeta_2 h - \\ & - [(A+2N)k_1^2 - 2N\xi^2] Qk_2^2 (k_i^2 - 2\zeta_i^2) \cos \zeta_1 h \cdot \cos \zeta_2 h \cdot \sin \zeta_i h - \\ & - [(A+2N)k_2^2 - 2N\xi^2] Rk_i^2 2i\xi\zeta_1 \sin \zeta_1 h \cdot \cos \zeta_2 h \cdot \sin \zeta_i h = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

Уравнение (32) разделим на $\sin \zeta_i h \cdot \cos \zeta_1 h \cdot \cos \zeta_2 h$, получим

$$\begin{aligned} & 2i[(A+2N)k_1^2 - 2N\xi^2] R\xi\zeta_2 k_i^2 \cdot \operatorname{tg} \zeta_2 h \cdot \operatorname{tg} \zeta_i h + \\ & + [(A+2N)k_2^2 - 2N\xi^2] Qk_1^2 (k_i^2 - 2\zeta_i^2) \cdot \operatorname{tg} \zeta_i h + \\ & + 2i[Qk_i^2 \operatorname{tg} \zeta_i h - 2Ni\xi\zeta_i] Qk_2^2 \xi\zeta_1 \operatorname{tg} \zeta_1 h - \\ & - 2i[Qk_i^2 \operatorname{tg} \zeta_i h - 2Ni\xi\zeta_i] Qk_1^2 \xi\zeta_2 \cdot \operatorname{tg} \zeta_2 h - \\ & - [(A+2N)k_1^2 - 2N\xi^2] Qk_2^2 (k_i^2 - 2\zeta_i^2) \cdot \operatorname{tg} \zeta_i h - \\ & - 2i[(A+2N)k_2^2 - 2N\xi^2] Rk_i^2 \xi\zeta_1 \operatorname{tg} \zeta_1 h \cdot \operatorname{tg} \zeta_i h = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

Учитывая, что $\zeta_i^2 = k_i^2 - \xi^2$, после преобразований уравнение (33) запишем в виде

$$\begin{aligned} & [QNk_i^2 (k_1^2 - k_2^2) \xi^2 - 2QN(k_1^2 - k_2^2) \xi^4] \operatorname{tg} \zeta_i h + \\ & + iRk_i^2 \xi \{ [(A+2N)k_1^2 \zeta_2 - 2N\xi^2 \zeta_2] \operatorname{tg} \zeta_2 h - \\ & - [(A+2N)k_2^2 \zeta_1 - 2N\xi^2 \zeta_1] \operatorname{tg} \zeta_1 h \} \operatorname{tg} \zeta_i h + \\ & + iQ\xi [Qk_i^2 \operatorname{tg} \zeta_i h - 2iN\zeta_i \xi] (k_2^2 \zeta_1 \operatorname{tg} \zeta_1 h - k_1^2 \zeta_2 \operatorname{tg} \zeta_2 h) = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

Соотношение (34) представляет собой дисперсионное уравнение, связывающее ξ с частотой для каждой нормальной волны.

При заданной частоте уравнение (34) имеет бесконечный дискретный набор решений для ξ . Для каждой частоты только несколько решений для ξ будут распространяющимися нормальными волнами. Для остальных номеров волн ξ будет чисто мнимое или комплексное.

Рассмотрим случай симметричной нулевой волны, начиная с очень малых частот, когда величины $\zeta_1 h, \zeta_2 h$ и $\zeta_i h$ можно считать малыми по сравнению с

единицей. Тогда положим в (34) $tg\zeta_1 h = \zeta_1 h$, $tg\zeta_2 h = \zeta_2 h$, $tg\zeta_i h = \zeta_i h$ и проводя несложные преобразования, будем иметь

$$[QNk_i^2(k_1^2 - k_2^2)\xi^2 - 2QN(k_1^2 - k_2^2)\xi^4] + iRk_i^2 \xi \cdot h\{[(A + 2N)(k_1^2 \zeta_2^2 - k_2^2 \zeta_1^2)] + \quad (35)$$

$$+ 2N\xi^2(\zeta_1^2 - \zeta_2^2)]\} + iQ\xi(Qk_i^2 h - 2iN\xi)(k_2^2 \zeta_1^2 - k_1^2 \zeta_2^2) = 0$$

Подставляя в (35) $\zeta_1^2 = k_1^2 - \xi^2$, $\zeta_2^2 = k_2^2 - \xi^2$ и упрощая, получим

$$\xi = -\frac{iNQ}{(AR - Q^2)h} = \frac{NQ}{(AR - Q^2)h} e^{-i\frac{\pi}{2}} \quad (36)$$

Из (36) следует, что полученное значение ξ чисто мнимое. Следовательно, волны – неоднородные с экспоненциальным изменением амплитуды вдоль оси волновода.

Аналогичным образом можно рассмотреть и антисимметричные волны, заданные потенциалами вида

$$\varphi_i = F_i e^{i\xi x} \sin \zeta_i z, \quad \psi = D e^{i\xi x} \cos \zeta_i z, \quad i = 1, 2 \quad (37)$$

где F_i, D – амплитуды антисимметричных гармонических волн частоты ω .

1. Biot M.A. Theory propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid I. Low-Frequency Range/ J. Acoust. Soc. America, 1956. V. 28. № 2. P. 168-178.
2. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher Frequency Range // J. Acoust. Soc. America. 1956. V. 28. №2. P. 179-191.
3. Френкель Я.И. К теории сейсмических и сейсмoeлектрических явлений во влажной почве// Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1944. Т.8. № 4. С. 133-150.
4. Масликова Т.И., Поленов В.С. О распространении нестационарных упругих волн в однородных пористых средах// Изв. РАН. МТТ. 2005. № 1. С. 104-108.
5. Поленов В.С. Распространение упругих волн в насыщенной вязкой жидкостью пористой среде// ПММ. 2014. Т. 78. Вып. 4. С. 501-507.
6. Polenov V.S., Chigarev A.V. Mathematical modeling of shock waves in inhomogeneous viscoelastic two component media// Journal of Applied Mathematics and Physics, 2018. 6. (5) pp. 997-1005.
7. Маркузе Д. Оптические волноводы: пер. с англ. под ред. В.В. Шевченко. М.: Мир. 1974. 576. с.
8. Косачевский Л.Я. О распространении упругих волн в двухкомпонентных средах // ПММ. 1959. Т. 23. Вып. 6. С. 1115-1123.
9. Исакович М.А. Общая акустика// М.: Наука. 1973. 495 с.
10. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра// М.: 1984. 204 с.

Федотов А.И.¹, Лисин С.К.²

Амплитудные спектры идентификации вибрационных процессов

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

²Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»
(Россия, Санкт-Петербург)

doi:10.18411/lj-09-2018-68

idsp: 000001:lj-09-2018-68

Аннотация

В статье рассматриваются модели контроля физико-механических параметров и свойств технических объектов с помощью вибрирующих преобразователей. Исследуются математические модели оценки параметров нелинейных вибрационных режимов. Оцениваемые параметры являются параметрами нелинейных численно решаемых систем