Польская П.С., Огнегин К.Е., Корчевская О.В.
Математическая модель распространения коронавирусной инфекции COVID-19 с программной реализацией

*Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика
М.Ф. Решетнева
(Россия, Красноярск)*

doi: 10.18411/lj-08-2020-26

idsp: ljournal-08-2020-26

Аннотация

В данной статье рассматривается математическая модель распространения коронавирусной инфекции COVID-19 без учета вакцинации, позволяющая получить оценивающую информацию о пандемии вируса. А также присутствует программная реализация математической модели.

Ключевые слова: математическая модель, COVID-19, коронавирусная инфекция, медицина, вирус, информационная система.

Abstract

This article considers a mathematical model of the spread of COVID-19 coronavirus infection without taking into account vaccination, which allows us to obtain evaluating information about the virus pandemic. There is also a software implementation of the mathematical model.

Keywords: mathematical model, COVID-19, coronavirus infection, medicine, virus, information system.

Введение

Математическое моделирование – это искусство перевода проблем из области применения в поддающиеся интерпретации математические формулировки, теоретический и численный анализ которых обеспечивает понимание, ответы и руководство, полезные для исходного приложения [1].

Математическое моделирование:

- незаменимо во многих областях применения;
- успешно работает во многих других приложениях;
- дает точность и направление для решения проблемы;
- позволяет досконально разобраться в моделируемой системе;
- подготавливает путь для лучшего проектирования или управления системой;
- позволяет эффективно использовать современные вычислительные возможности.

Изучение математического моделирования является важным шагом от теоретической подготовки к прикладной математической экспертизе и делает студента пригодным для освоения задач нашей современной технологической культуры.

Целью исследовательской работы является:

- описать предметную область;
- составить математическую модель (систему дифференциальных уравнений) самостоятельно или взять готовую;
- исследовать устойчивость системы (построение фазового портрета);
- разработать систему математической модели предметной области.

Объектом разработки является система «Математическая модель распространения коронавирусной инфекции (COVID-19)».

Постановка задачи

Болезнь, вызванная коронавирусной инфекцией COVID-19, – это инфекционное заболевание, вызванное новым, ранее неизвестным коронавирусом [2].

У большинства заболевших COVID-19 наблюдаются легкие или умеренные симптомы, выздоровление происходит без специфического лечения.

Вирус, вызывающий заболевание COVID-19, передается преимущественно через капли, выделяющиеся из дыхательных путей инфицированного человека при кашле, чихании или дыхании. Ввиду своей массы эти капли не задерживаются надолго в воздухе и быстро оседают на пол и другие поверхности.

Заразиться вирусом можно воздушно-капельным путем, находясь в непосредственной близости от человека с COVID-19, или в результате переноса вируса руками с зараженной поверхности на слизистые оболочки глаз, носа или рта.

Вероятность появления у человека иммунитета к коронавирусной инфекции COVID-19 в настоящее время стоит под большим вопросом. Ученые ведут споры о существовании такого иммунитета и появлении его у вылечившихся больных. Для более позитивного сценария развития событий, в данной работе вероятность появления такого иммунитета была принята весьма условно, а именно - 5 %.

Составим собственную математическую модель

Для построения базовой модели рассмотрим четыре основных класса:

S – восприимчивые к вирусу люди;

Im – люди с иммунитетом;

In – зараженные люди (переносчики вируса);

R – умерший человек.

Восприимчивые к вирусу люди могут заразиться путем контакта с зараженным αIn (In – зараженный).

Предположим, люди могут умирать либо от вируса β , либо по иным причинам γ (от неизлечимой болезни, старости и пр.). В данной работе мы не будем рассматривать условие изобретения вакцины. Мы покажем результат, который основан лишь на иммунитете человека η .

Составим базовую модель.

$$S' = P - \gamma S - \eta S - \alpha S In$$

$$Im' = \eta S + \eta In - \gamma Im$$

$$In' = \alpha S In - \beta In - \gamma In - \eta In$$

$$R' = \gamma S + \gamma In + \gamma Im + \beta In$$

Рисунок 1 – Базовая математическая модель

В итоге получаем такую модель:

Рисунок 2 – Базовая модель

Где:

γS – восприимчивые к вирусу умерли по естественным причинам;

ηS – восприимчивые к вирусу люди приобрели иммунитет;

$\alpha S In$ – восприимчивые к вирусу люди заболели;

ηI_n – заболевшие люди выздоровели и приобрели иммунитет;

γI_m – люди, имея иммунитет к вирусу умерли по естественным причинам;

βI_n – заболевшие люди умерли от вируса;

γI_n – заболевшие люди умерли по естественным причинам;

Исследовать устойчивость системы

Рассмотрим систему и найдем Якобиан системы:

$$J = \begin{pmatrix} -\gamma - \eta - \alpha I_n & 0 & -\alpha S & 0 \\ \eta & -\gamma & \eta & 0 \\ \alpha I_n & 0 & -\beta - \gamma - \eta & 0 \\ \gamma & \gamma & \gamma + \beta & 0 \end{pmatrix}$$

Рисунок 3 – Якобиан системы

Таким образом, мы имеем

$$\begin{aligned} \det(J - \lambda I) &= \det \begin{bmatrix} -\gamma - \eta - \alpha I_n - \lambda & 0 & -\alpha S & 0 \\ \eta & -\gamma - \lambda & \eta & 0 \\ \alpha I_n & 0 & -\beta - \gamma - \eta - \lambda & 0 \\ \gamma & \gamma & \gamma + \beta & 0 - \lambda \end{bmatrix} = \\ &= \lambda^4 + (\beta + \alpha I_n + 2\eta + 3\gamma) * \lambda^3 + \\ &+ (\beta\eta + \beta\alpha I_n + \eta^2 + \eta\alpha I_n + 2\beta\gamma + 2\gamma\alpha I_n + 3\gamma^2 + 4\gamma\eta + \alpha^2 I_n S) * \lambda^2 + (\beta\gamma^2 \\ &+ \eta\beta\gamma + \beta\alpha I_n\gamma + \gamma^3 + \gamma^2\alpha I_n + \eta^2\gamma + \eta\alpha I_n\gamma + 2\gamma^2\eta + \alpha^2 I_n S\gamma)\lambda \end{aligned}$$

Рисунок 4 – Характеристическое уравнение

Поскольку у полинома 4 степени выражение имеет положительные коэффициенты, отсюда следует, что положительные собственные значения.

Следовательно, все корни характеристического уравнения > 0 , получается, что тип точки и характер устойчивости системы – неустойчивый узел.

Рисунок 5 – Разработанная информационная система по модели распространения коронавирусной инфекции COVID-19 без учета вакцинации

Заключение

В результате исследования и проектирования модернизированной математической модели распространения коронавирусной инфекции (без учета

вакцинации) была разработана информационная система «Математическая модель распространения коронавирусной инфекции (COVID-19)», которая показывает соотношение выживших людей (восприимчивые), людей с иммунитетом и умерших людей.

Путем варьирования параметров мы можем сделать вывод, что чем больше смертность от вируса, тем меньше у людей шансов справиться с болезнью и выработать иммунитет. Причем, чем ниже параметры смерти, тем дольше человечество будет бороться с вирусом.

Даже при самом оптимистичном прогнозе большая часть смертей возникает именно от коронавирусной инфекции (COVID-19).

1. Свободная энциклопедия Википедия [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/>
2. Коронавирус COVID-19 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.who.int/ru/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019%E2%80%8E>