Результаты численных расчетов. Результаты задачи теплообмена для сети, указанной на рис. 1 приведены в таб.2 и таб.3. Как следовало ожидать, наиболее хорошие результаты получены методом сеток с шаблоном аппроксимации «левый уголок» (явная схема). Однако для устойчивости метода требуется выполнения условия Куранта:

$$U_k \frac{\Delta t}{\Delta V} \leq 1$$

т.е. выбор шага по времени зависит от шага по объему и при малом шаге задача решалась достаточно долго. Известно, что при использовании неявной схемы условие устойчивости имеет вид: $U_k \frac{\Delta t}{\Delta V} \leq 1$, что означает возможность выбора шагов по объему независимо друг от друга.

Выводы. На основе данных строятся таблицы связей, которые и являются основной информационной базой для автоматической генерации конечно-разностных схем для моделей.

Если в сети существуют линии тока, на которые внешние влаговые воздействия отсутствуют, такда их можна принять за точку, или вовсе не рассматривать, или считать частью смежной линии тока, на которой имеется внешнее воздействие. При этом подходе появляется возможность укрупнить шаги и по времени и по объему.

Для учета различных тепловых связей в комплексной математической модели, в алгоритме предусмотрена специальная система кодировки, которая позволяет идентифицировать типы элементов и их взаимное расположение (смежность между собой).

***

1. Gasimov G.G., Karimov V.A., Hadjiyev F.H. One Of The Approaches To The Calculation Of Humidity Changes In A Complex Closed System. American Journal of Engineering Research (AJER). -2018. - Volume-7
2. В.М.Пасконов, В.И.Полежаев, Л.А. Чудов Численное Моделирование Процесов тепло и массообмена. Издательство “Наука” стр.284- 1984.
3. А.А. Самарский. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1983, 616 с.
4. Степаненко В.М., Лыкосов В.Н. Численное моделирование процессов тепловлагообмена в системе водоем-грунт. Метеорология и гидрология., 2005, №3, с. 95-104.
5. Степаненко В.М., Численная модель процессов тепловлагообмена в системе атмосфера – водоем – почва. Вычислительные технологии, 2004, т.9, часть 1. с.112-122.

Пашаева Х.Т.г.

Изменения влажности в сложной замкнутой системе

*Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности
(Азербайджан, Баку)*

doi: 10.18411/lj-08-2020-25

idsp: ljjournal-08-2020-25

Аннотация

В статье рассматриваются процессы влагообмена, происходящие в системах замкнутых аппаратов. Предполагается, что рассматриваемая сеть заполнена влагоносителем и состоит из линии тока, элементов конструкций и объемов. С использованием системы дифференциальных уравнений построена математическая модель влагообмена в таких сетях, разработан алгоритм решения и численная схема.

Ключевые слова: разностные схемы, влагообмен, линии тока, граничные условия, гиперболическое уравнение, метод сеток, метод прямых, элемент конструкций.

Abstract

In the paper, the processes of moisture exchange occurring in closed-loop systems are studied. It is assumed that the network under consideration is filled with a moisture carrier (liquid, gas, air, etc.) and consists of a streamline, structural elements and volumes. An algorithm for automatic construction of mathematical models of moisture exchange in such networks, described by systems of differential equations (ordinary and in partial derivatives), as well as numerical schemes is developed. The methodology and algorithm for solving the problem are developed.

Keywords: difference schemes, moisture exchange, streamlines, boundary conditions, hyperbolic equation, grid method, direct method, structural element.

Введение. За последние десятилетия сфера интенсивного исследования и применения явлений влагообмена чрезвычайно расширилась и включает такие ведущие направления техники, как химическая технология, металлургия, нефтепереработка, машиностроение, физика атмосферы, исследования космических аппаратов, а также биология и т.д.

При проведении различные замкнутые аппараты (ЗА), системы достаточно больших размеров, в которых следует поддерживать определенные влажностные режимы, обеспечивающие работоспособность находящихся внутри людей, агрегатов и т.п.

Во время работы отдельные элементы и узлы (двигатели, компрессоры, холодильные установки) высокоскоростных летательных аппаратов нагреваются по-разному. Для надежной работы конструкций необходимо предпринять меры, которые установили бы предел роста температуры и влаги.

Математическая модель влагообмена представляет собой совокупность уравнений, описывающих температурное состояние влагоносителей и сопряженных с ними элементов конструкций, уравнений, моделирующих внешние и внутренние влажные воздействия, и уравнений, определяющих изменение коэффициентов и величин вследствие процессов, происходящих в системе или изменения окружающих условий [1].

Одним из основных способов построения математической модели влагообмена ЗА(замкнутого аппарата) является известный метод узлов.

Комплекс уравнений, составленных для каждого узла совместно с краевыми условиями регулирования процессов влагообмена, представляет собой системы уравнений, описывающих влагообмен в ЗА. Таких узлов в аппарате может быть достаточно много.

Построение математической модели. В схеме участвуют следующие элементы линии тока, объем и элементы конструкции и элементы автоматики [2]. Элементы линии тока определяются уравнениями частных производных. Элементы объема и элементы конструкции модели описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями.

$$\rho_k \left(\frac{\partial d^k}{\partial t} + U_k \cdot \frac{\partial d^k}{\partial V_k} \right) = \frac{J_k}{L_k \cdot v_k / U_k} \quad (1)$$

Начальными условиями и граничного условия:

$$d^k(V_k, 0) = c, \quad (c = \text{const}), \quad k \in B, \quad B \subset \Omega \quad (2)$$

$$d^k(0,t) = d^{k-1}(L_{k-1,t}) \quad 0 \leq [V_k] \leq L_k \quad (3)$$

$$J'_k = \frac{J_k}{L_k \cdot v_k / U_k}, \quad k+1 \in A \subset \Omega \quad (4)$$

Здесь A - множество жидкостно-жидкостных теплообменников, B - множество элементов линии тока, Ω - множество содержащее все элементы в себе, L_{k-1} - конец $(k-1)$ -го элемента; d^k - значение влаги k -ой линии тока.

Уравнение имеет вид:

$$\rho_k V_k \cdot \frac{dd1^k}{dt} = \sum_{j_{\text{вх}}} (\rho_k v_{j_{\text{вх}}} \cdot d1^k) - d1^k \sum_{j_{\text{вых}}} (\rho_k v_{j_{\text{вых}}}) + \sum J_{\text{кво}} \quad (5)$$

где: $\sum_{j_{\text{вх}}} (\rho_k v_{j_{\text{вх}}} \cdot d1^k)$ - количество влаги, забираемое из объекта в единицу времени;

$d1^k \sum_{j_{\text{вых}}} (\rho_k v_{j_{\text{вых}}})$ - количество влаги, поступающей в объем в единицу времени;

$\sum J_{\text{кво}}$ - количество влаги, забираемое из объекта в единицу времени.

Уравнение, моделирующее влагообмен в объемах первой группы с гарантированным перемешиванием (объемная инертность, которая не учитывается) имеет вид:

$$\sum_{j_{\text{вх}}} (\rho_k v_{j_{\text{вх}}} \cdot d1^k) = d1^k \sum_{j_{\text{вых}}} (\rho_k v_{j_{\text{вых}}}) \quad (6)$$

Начальные условия:

$$d1^k(t)|_{t=0} = c \quad (c = \text{const}) \quad (7)$$

Уравнение, моделирующее наперед заданное влагосодержание некоторого объема воздуха, имеет вид:

$$d1 = F(t) \quad (8)$$

Здесь $F(t)$ может быть постоянной и переменной функцией.

Если в сеть входят также смесители, регуляторы, датчики и клапаны, то уравнение, описывающее влагосодержание в смесителе-разделителе имеет вид:

$$d2^k(t) = \frac{\sum_{j=1}^{\Omega} (\rho_k \cdot v_j \cdot d^k)}{\sum_{k=1}^{\Omega} (\rho_k v_j)} \quad (9)$$

$d2^k(t)$ - значение влаги k -го смесителя-разделителя, $(\rho_k v_j)$ - массовый расход газа линии тока j ; $(\rho_k \cdot v_j \cdot d^k)$ - количество влаги, поступающее по линии тока j .

В герметических отсеках замкнутых аппаратов относительная влажность воздуха должна удовлетворять определенным требованиям. В связи с этим возникает необходимость определения состояния относительной влажности (характеристик) воздух в любой момент времени.

Таким образом, в задаче совместно рассматривается нестационарный влагообмен заключенных в гидравлических трактах разветвленных контуров система влажного режима с последовательно-параллельным соединением ветвей, находящихся в влаговом взаимодействии между собой, а также объектами управления и

испытателями (аппаратом, экипажем и т.д.), которые, в свою очередь, могут находиться в влаговом взаимодействии друг с другом.

Поскольку в задаче рассматривается изменения влаги в стационарном режиме ЗА, в каждом элементарном объеме изменения влаги в одной точке. Говоря об изменении влаги по объему, будем иметь в виду ее изменение по длине.

Решение задача. Конкретный выбор метода существенно зависит от типа решаемой задачи. В свою очередь эти задачи подразделяются на одноточечные и многоточечные.

Поскольку системы обыкновенных дифференциальных уравнений представляют собой комплексную математическую модель влагообмена в ЗА, возникает проблема выбора устойчивых, в то же время обеспечивающих высокую точность решения численных методов.

Дифференциальные уравнения в частных производных в большинстве своем аналитическим методом не решаются. Поэтому широкое распространение получили методы приближенного их решения, в частности методы сеток, прямых, конечных элементов и т.д.

Аппроксимация уравнений в частных производных производится с использованием схем (шаблонов) Лакса, левый уголок, четырехточечный, консервативная и неявная.

Аппроксимация уравнений влагообмена в ЗА

а) Применив к уравнениям, модулирующим влагообмен на участках в линии тока (1)-(9), устойчивую схему «левый уголок», получим следующее разностное уравнение:

$$d_{i+1,j}^k = d_{i,j}^k + \left[\frac{1}{V_k \rho_k L_k} \cdot J_{\text{воз}}^k - U_k \cdot \frac{d_{i,j}^k - d_{i,j}^{k-1}}{h} \right] \cdot l \quad (10)$$

Начальные и граничные условия:

$$d_{i,0}^k = c, \quad (c = \text{const}) \quad (11)$$

$$d_{0,j}^k = d_{M_{k-1},j}^{(k-1)}; \quad (i = \overline{1, M_{k-1}}; \quad j = 1, 2, \dots)$$

б) Если применить к уравнению (1) шаблон «центральная аппроксимация», то получим:

$$d_{i+1,j}^k = d_{i-1,j}^k + \frac{1}{V_k \rho_k L_k} J_{\text{воз}}^k - \frac{U_k l}{h} \cdot (d_{i,j+1}^k - d_{i,j-1}^k) \quad (12)$$

Начальные и граничные условия:

$$d_{i,0}^k = c, \quad (c = \text{const})$$

$$d_{0,j}^k = d_{M_{k-1},j}^{(k-1)}; \quad (i = \overline{1, M_{k-1}}; \quad j = 1, 2, \dots)$$

в) применив линейную аппроксимацию к уравнениям (5), моделирующим влагообмен в объемах первой группы с гарантированным перемешиванием (объемную инертность которых необходимо учитывать), получим:

$$d1_{i+1,j}^k = d1_i^k + \frac{1}{(P_k \cdot V_k)} \left[\sum_{j_{\text{вх}}} (\rho_k v_{j_{\text{вх}}} \cdot d1_i^k) \right] - d1_i^k \sum_{j_{\text{вх}}} (\rho_k v_{j_{\text{вх}}}) + \sum_k (J_{\text{кво}}) + O(l) \quad (13)$$

Начальные условия будут:

$$d1_i^k(t)|_{t=0} = c, \quad (c = \text{const}) \quad (14)$$

г) Если в сеть входят также смесители - разделители, то после аппроксимации уравнение (10) примет следующий вид:

$$d2_{i+1}^k = \frac{\sum_{i=1}^{\Omega} (\rho_k \cdot v_j \cdot d_i^k)}{\sum_{j=1}^{\Omega} (\rho_k v_j)} \quad (15)$$

Автоматическое построение математической модели влагообмена на РС

Рассмотрим процесс автоматической генерации систем конечно-разностных уравнений влагообмена в линии тока. Для примера рассмотрим математическую модель влагообмена в сети.

Пусть z - множество объемов, Ω - множество линий тока. Рассмотрим простейший случай. Пусть $j \in \Omega$ - линия ток, в соседстве с которой имеется только i - й объем. В этом случае уравнение влагообмена для j - ой линии тока будет иметь следующий вид:

$$\left(\frac{\partial d^j}{\partial t} + U_j \cdot \frac{\partial d^j}{\partial V_j} \right) = F_1(t, \rho_j, V_j, J_{\text{воз}}, F_j, Q_j) \quad (16)$$

где ρ_j - плотность контура, Q_j - есть влажный поток, направленный к объему, d^j - влага j - ой линии тока, V_j - длина j -го объема, U_j - объемный расход влагонесителя.

Конечно-разностная система имеет вид:

$$d_{i+1,j1}^j = d_{i,j1}^j + l \cdot F_2(t, \rho_j, V_j, J_{\text{воз}}, U_j, F_j, Q_j) \quad (17)$$

где начальные и граничные условия следующие:

$$d_{i,0}^k = c, \quad (c = \text{const})$$

$$d_{0,j1}^k = d_{M,j1}^{(j-1)};$$

$$F_2(t, \rho_j, V_j, J_{\text{воз}}, U_j, F_j, Q_j) = \frac{Q_j}{\rho_j} \cdot l - l \frac{d_{i,j1}^j - d_{i,j1}^j}{h} \cdot U_j$$

$$Q_j = r \rho_j (d_{i,j1}^{\text{ex}} - d_{i,j1}^{\text{bix}})$$

Для автоматической генерации конечно-разностных уравнений необходимо знание начального значения влаги в элементах линии тока, значения плотности, парообразования, объемного расхода влагонесителя, номер элемента, с которым данная линия тока связана, для подсчета Q_j .

Выводы. Разработан алгоритм для автоматизации построения дискретных аналогов математических моделей (10), (12), (13), (15). При этом необходимо знание начальных значений температур каждого элемента, собственных конструктивных размеров элементов сети, значений коэффициентов теплопередачи между элементами, значение объемных расходов и др.

Для учета различных тепловых связей в комплексной математической модели, в алгоритме предусмотрена специальная система кодировки, которая позволяет идентифицировать типы элементов и их взаимное расположение (смежность между собой).

***

1. Gasimov G.G., Karimov V.A., Hadjiyev F.H. One Of The Approaches To The Calculation Of Humidity Changes In A Complex Closed System. American Journal of Engineering Research (AJER). -2018. - Volume-7
2. В.М.Пасконов, В.И.Полежаев, Л.А. Чудов Численное Моделирование Процесов тепло и массообмена. Издательство "Наука" стр.284- 1984.
3. А.А. Самарский. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1983, 616 с.
4. Степаненко В.М., Лысков В.Н. Численное моделирование процессов тепловлагообмена в системе водоем-грунт. Метеорология и гидрология., 2005, №3, с. 95-104.
5. Степаненко В.М., Численная модель процессов тепловлагообмена в системе атмосфера – водоем – почва. Вычислительные технологии, 2004, т.9, часть 1. с.112-122.