Савельева Е.В., Здор Д.В., Федореева О.Е., Островская И.Э.

Применение математических задач прикладного содержания в разделе «Линейная алгебра» для студентов по направлению 38.03.01 Экономика в аграрном вузе

*ФГБОУ ВО Приморская государственная сельскохозяйственная академия
(Россия, Уссурийск)*

doi: 10.18411/lj-08-2020-164

idsp: ljjournal-08-2020-164

Аннотация

Формирование системы навыков и умений применять математические методы в решении прикладных задач в будущей профессиональной деятельности является одной из важнейших задач обучения математике студентов экономических направлений в аграрном вузе. В статье описаны основные этапы решения профессионально – ориентированных задач по математике в разделе «Линейная алгебра». Представлены методика и примеры возможного их применения при рассмотрении понятий: матрицы, операции над матрицами, системы линейных уравнений.

Ключевые слова: профессионально – ориентированные задачи, математическая модель, матрицы, системы линейных уравнений, профессиональная деятельность.

Abstract

The formation of a system of skills and abilities to apply mathematical methods in solving applied problems in the future professional activity is one of the most important tasks of teaching mathematics to students of Economics in an agricultural University. The article describes the main stages of solving professionally-oriented problems in mathematics in the section "Linear algebra". Methods and examples of their possible application are presented when considering the concepts: matrices, operations on matrices, systems of linear equations.

Keywords: professional-oriented problems, mathematical models, matrices, systems of linear equations, professional activities.

В современном мире рынок труда диктует новые требования к качеству и уровню подготовки профессионалов-экономистов в аграрном секторе, а это, в свою очередь, подразумевает необходимость уделять больше внимания формированию профессиональных компетенций будущего специалиста в процессе получения высшего профессионального образования [7], искать новые подходы к методике подачи математических знаний студентам вузов [1].

Изучение курса математики в вузе заключается не только в приобретении обучающимся теоретических знаний для изучения общепрофессиональных дисциплин, в воспитании математической культуры, развития логического мышления, но и в умении применять математические методы различных разделов математики в решении прикладных задач в будущей профессиональной деятельности.

В связи с этим целью освоения дисциплины математика для обучающихся по направлению «Экономика» в аграрном вузе является осуществление фундаментальной профессионально – ориентированной математической подготовки обучающихся на базе, которой в последующие годы обучения будет проходить специализация будущего профессионала [4], [6].

Для этого при изучении разделов математики преподаватель должен показывать возможности математического аппарата для решения прикладных задач в области профессиональной деятельности экономистов в аграрном секторе (вычисление урожайности сельскохозяйственных культур и продукции животноводства, распределение ресурсов по отдельным отраслям экономики, расчет валовой продукции, прибыли сельхозпредприятия и др.). Это будет способствовать повышению мотивации обучающегося к изучению математики, которая увеличит его возможности в овладении

новой информацией. Поэтому необходимо вводить обучающегося в курс вопросов, которые готовят его к профессии, а не к накоплению определенного объема знаний, где связь со специальностью не всегда видна.

В качестве основного средства, которое будет способствовать положительной динамике уровня сформированности профессиональной компетентности у обучающихся экономических направлений, является обеспечение образовательного процесса математике практическими средствами в виде прикладных математических задач, для решения которых необходимо использовать математические средства и методы, а также соответствующие умения ими оперировать [2].

Среди основных методов решения различных экономических задач является использование элементов линейной алгебры, которая имеет большое значение для экономистов, основная часть математических моделей экономических объектов и процессов записывается в матричной форме, в виде систем уравнений. С помощью матриц и систем удобно описывать различные экономические закономерности. Это особенно актуально при разработке и использовании баз данных, где почти вся информация хранится и обрабатывается в матричной форме.

Для эффективного использования прикладные задачи рассматривают, как в начале подачи теоретического материала, так и после освоения теоретической базы, на основании которой математическими средствами решают практическую задачу с применением разнообразных интерактивных методов и средств обучения [5].

Введение прикладных задач в начале изучения математического понятия позволит показать практическую значимость этого понятия и будет мотивировать обучающихся на дальнейшее изучение математической теории, способствовать ее качественному усвоению.

Рассмотрим конкретные примеры практических задач экономического направления для усвоения таких математических понятий линейной алгебры, как матрица, операции над матрицами.

Введение понятия матриц,

Пример 1. Дана таблица распределения ресурсов по отдельным отраслям экономики:

Ресурсы	Отрасли экономики	
	Промышленность	Сельское хозяйство
Электроэнергия	5,8	4,3
Трудовые ресурсы	2,9	2,2
Водные ресурсы	4,6	5,3

С помощью матриц удобно записывать некоторые экономические зависимости. Данную таблицу можно записать только из чисел, отбросив названия строк и столбцов, и обозначить ее буквой A (в виде матрицы распределения ресурсов по отраслям):

$$A = \begin{pmatrix} 5,8 & 4,3 \\ 2,9 & 2,2 \\ 4,6 & 5,3 \end{pmatrix}$$

В табличной записи элемент a_{11} показывает, сколько электроэнергии потребляет промышленность, а элемент a_{22} - сколько трудовых ресурсов потребляет сельское хозяйство.

На основании данного примера обучающиеся усваивают определение матрицы. В примере полученная таблица является прямоугольной матрицей, состоящей из трех строк и двух столбцов.

Введение понятий сложения матриц и умножение на число.

Пример 2. Исходные данные представлены в виде таблицы.

Земельные участки	Прибыль от реализации продукции растениеводства (тыс. руб.)		
	пшеница	соя	кукуруза
Земельный участок №1	2200	600	320
Земельный участок №2	2000	530	200

Пусть матрица A - прибыль продукции растениеводства (тыс. руб.) фермерского хозяйства на двух земельных участках за один год:

$$A = \begin{pmatrix} 2200 & 600 & 320 \\ 2000 & 530 & 250 \end{pmatrix}$$

Матрица B - прибыль от реализации за второй год. Т.к. виды продукции растениеводства не изменятся, то матрицы A и B будут одинаковой размерности. Если в течение второго года прибыль каждого вида продукции в хозяйстве увеличилась на 10 %, то матрица B будет результатом умножения каждого элемента матрицы A на 1,01:

$$B = 1,01 \cdot \begin{pmatrix} 2200 & 600 & 320 \\ 2000 & 530 & 250 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2222 & 606 & 323,2 \\ 2020 & 535,3 & 252,5 \end{pmatrix}$$

Тогда прибыль продукции данного хозяйства за два года есть сумма матриц $A+B$ (соответствующие элементы этих матриц складывается):

$$A + B = \begin{pmatrix} 4422 & 1206 & 643,2 \\ 4020 & 1065,3 & 502,5 \end{pmatrix}$$

На основании данного примера обучающиеся усваивают операции сложения и умножения на число, далее даются четкие определения операции, их свойства.

Введение понятия умножения матриц.

Пример 3. Предположим, что сельхозпредприятие выращивает шесть видов овощных культур в определенном количестве (в тоннах), что можно изобразить матрицей-строкой. Себестоимость единицы продукции каждого вида культуры записывается в виде матрицы-столбца. На основании этих данных обучающимся задается вопрос: «Как вычислить общие затраты предприятия на производство всей овощной продукции?». Ответ будет дан без особых затруднений: перемножить матрицу - строку (виды овощных культур) на матрицу – столбец (себестоимость единицы продукции).

Пример 4. Предприятие выпускает три вида колбасных изделий P_1, P_2, P_3 и использует сырье двух типов: S_1 и S_2 . Нормы расхода сырья характеризуются матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \text{ где каждый элемент } a_{ij} \text{ (} i=1,2,3; j=1,2 \text{) показывает, сколько единиц сырья}$$

j - типа расходуется на производство единицы продукции i -го изделия. План выпуска продукции задан матрицей-строкой $C=(100 \ 80 \ 130)$, стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) матрицей-столбцом $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \end{pmatrix}$. Определить затраты сырья,

необходимые для планового выпуска продукции, и общую стоимость сырья.

Для решения задачи сначала найдем затраты 1 и 2 –го сырья. Затраты 1-ого сырья составляют: $S_1=2 \cdot 200+5 \cdot 80+1 \cdot 150=950$ ед., тогда матрица-строка затрат сырья S может быть записана как произведение:

$$S = C \cdot A = (200 \ 80 \ 150) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = (950 \ 1360)$$

Тогда общая стоимость сырья $Q=950 \cdot 30 + 1360 \cdot 20 = 55700$ ден. ед. может быть записана в матричном виде $O = S \cdot B = (CA)B = (55700)$.

После рассмотрения этих примеров дается определение произведения матриц, как процесс умножения строк на столбцы, который можно продемонстрировать на схеме. Методика введения математических понятии через прикладные задачи позволяет обучающимся эффективно усвоить теоретическую базу раздела линейной алгебры, освоить действия над матрицами и многочисленные приложения теории матриц.

Введение прикладных задач в учебную деятельность обучающихся после освоения математических понятий и методов является процессом трудоемким но, несомненно, результативным. В этом случае прикладную задачу можно назвать профессионально – ориентированной задачей (ПОЗ).

Использование профессионально – ориентированной задачи по математике способствует формированию умения переноса фундаментальных знаний в профессиональные ситуации. В условии ПОЗ скрыто математическое содержание, которое представлено учебным материалом профессионального характера [3].

Процесс решения профессионально – ориентированной задачи можно разбить на несколько этапов:

- 1) информационный - формулирование прикладных целей моделирования, изучение профессионального содержания задачи;
- 2) формализация – перевод практических терминов задачи на язык математики;
- 3) моделирование – построение математической модели рассматриваемой задачи;
- 4) исследование модели – решение модели выбранными математическими средствами, осуществление расчетов;
- 5) интерпретация – осуществляется анализ полученных решений, и формулируются выводы, результаты решения математической модели переводятся на прикладное содержание, в котором формулировалась исходная задача.

Приведем примеры поэтапного процесса решения ПОЗ из разработанного авторами комплекса по теме «Решение систем линейных уравнений» после изучения теоретических основ темы. Решение многих экономических задач приводит к составлению и решению систем линейных алгебраических уравнений на основе прогноза выпуска продукции по известным запасам сырья, вычисление прибыли, планирования доходов и т.д.

Задача 1. Фирма состоит из двух отделений, суммарная величина прибыли которых в минувшем году составила 10 млн условных единиц. На этот год запланировано увеличение прибыли первого отделения на 60%, второго – на 45%. В результате суммарная прибыль должна возрасти в 1,5 раза. Какова величина прибыли каждого из отделений: а) в прошлом году; б) в этом году?

Решение.

- 1) *Информационный этап.*

Предмет исследования — величина прибыли отделений фирмы. Цель исследования — оценка величины прибыли каждого отделения фирмы, выявление более успешной.

- 2) *Этап формализации.*

Пусть x – величина прибыли первого отделения фирмы в прошлом году (млн условных единиц), y – величина прибыли второго отделения (млн условных единиц); тогда $1,6x$ – величина прибыли первого отделения фирмы в этом году, $1,45y$ – величина прибыли второго отделения фирмы в этом году.

3) *Этап моделирования.*

Построим математическую модель из условия решаемой задачи, для этого составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 10; \\ 1,6x + 1,45y = 15. \end{cases}$$

4) *Этап решение модели.*

Решение систем линейных уравнений можно осуществить несколькими способами: в матричной форме, по формулам Крамера, методом Гаусса. Полученную систему решим по формулам Крамера:

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta},$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1,6 & 1,45 \end{vmatrix} = 1,45 - 1,6 = -0,15; \Delta x = \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 15 & 1,45 \end{vmatrix} = -0,5; \Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 1,6 & 15 \end{vmatrix} = -1.$$

$$\text{Тогда } x = \frac{-0,5}{-0,15} = \frac{10}{3} \approx 3,333; \quad y = \frac{-1}{-0,15} = \frac{30}{3} \approx 6,667.$$

5) *Этап интерпретации.*

Сделаем анализ результатов полученных решений, получили - в прошлом году прибыль составила для первого отделения 3,333, а для второго 6,667 млн условных единиц. Определим величину прибыли каждого из отделений фирмы в этом году: для первого отделения: $1,6 \cdot 3,333 \approx 5,333$; для второго отделения: $1,45 \cdot 6,667 \approx 9,667$ млн условных единиц.

Вывод: второе отделение фирмы работает более успешно, т.к. величина его прибыли за два года больше, чем у первой фирмы.

Задача 2. Сельскохозяйственное предприятие занимается животноводством и содержит три вида скота C_1 (крупный рогатый скот), C_2 (свины), C_3 (лошади), на кормление которых затрачивается четыре вида кормов K_1, K_2, K_3, K_4 . Нормы расхода кормов и его запасы заданы в таблице:

Виды кормов	Частные коэффициенты перевода скота в условное поголовье по расходу кормов			Запасы кормов
	коровы	свины	лошади	
K_1 (грубые корма)	10	0	10	900
K_2 (сочные корма)	10	5	0	800
K_3 (концентрированные корма)	5	10	10	1250
K_4 (другие виды)	5	5	10	950

Определить план поголовья, при котором расходуется полностью все корма.

Решение.

1) *Информационный этап.*

Предмет исследования: план поголовья различного вида скота по запасам кормов. Цель исследования: оценка количества поголовья скота по запасам кормов с учетом потребления каждого вида кормов для коров, свиней, лошадей.

2) *Этап формализации.*

Пусть x_1, x_2, x_3 – количество голов скота соответственно коров, свиней, лошадей, тогда:

$10x_1, 10x_3$ - расход грубых кормов;
 $10x_1, 5x_2$ - расход сочных кормов;
 $5x_1, 10x_2, 10x_3$ - расход концентрата;
 $5x_1, 5x_2, 10x_3$ - расход других видов кормов.

3) *Этап моделирования.*

Построим математическую модель из условия решаемой задачи, для этого составим систему уравнений

$$\begin{cases} 10x_1 + 10x_3 = 900 \\ 10x_1 + 5x_2 = 800 \\ 5x_1 + 10x_2 + 10x_3 = 1250 \\ 5x_1 + 5x_2 + 10x_3 = 950 \end{cases}$$

4) *Этап решение модели.*

Решение данной системы линейных уравнений выполним методом Гаусса. Запишем расширенную матрицу системы и преобразуем ее к ступенчатому виду:

$$A/B = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 10 & 900 \\ 10 & 5 & 0 & 800 \\ 5 & 10 & 10 & 1250 \\ 5 & 5 & 10 & 950 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 190 \\ 2 & 1 & 0 & 160 \\ 1 & 2 & 2 & 250 \\ 2 & 0 & 2 & 180 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 190 \\ 0 & -1 & -4 & -220 \\ 0 & 1 & 0 & 60 \\ 0 & -2 & -2 & -200 \end{pmatrix} \approx$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 190 \\ 0 & -1 & -4 & -220 \\ 0 & 0 & -4 & -160 \\ 0 & 0 & 6 & 240 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 190 \\ 0 & -1 & -4 & -220 \\ 0 & 0 & 1 & 40 \\ 0 & 0 & 6 & 240 \end{pmatrix}$$

Ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы: количество неизвестных $n=3$, значит, система совместна и имеет единственное решение.

Запишем полученную систему уравнений (обратный ход метода Гаусса)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 190 \\ -x_1 - 4x_3 = -220 \\ x_3 = 40 \end{cases} \quad \text{Получили: } x_1=50, x_2=60, x_3=40$$

Сделаем анализ результатов полученных решений, получили - по запасу кормов оптимальное количество скота: коров – 50 голов, свиней – 60, лошадей 40.

Таким образом, применение прикладных задач с экономическим содержанием в образовательном процессе сделает обучение линейной алгебре профессионально направленным, что позволит выявить практическую значимость применения математической теории в будущей профессии, будет стимулировать активность мышления обучающихся по совершенствованию математических знаний и самостоятельному, сознательному их приобретению.

1. Долгополова А.Ф., Шмалько С.П. Особенности преподавания профессионально ориентированного курса математики для студентов экономических направлений // Современное образование. – 2017. – № 4. – С. 39 - 47.
2. Жуплей И.В. Математические модели как средство формализации некоторых приемов обучения / Перспективы сотрудничества российских аграрных учебных заведений со странами Азиатско-

- Тихоокеанского региона. Материалы международной региональной научной конференции. - 1999. – Уссурийск, ПГСХА. - С. 36-38.
3. Ивина Н. А. Профессиональная направленность обучения математике / Н. А. Ивина // Актуальные вопросы современной педагогики: материалы XII Междунар. науч. конф. - г.Казань: Молодой ученый.- 2019. - С. 23-25
 4. Савельева Е.В. Применение прикладных задач при обучении математики в сельскохозяйственном вузе // Педагогические науки. – 2020. - №3 (102). – С. 24 – 27.
 5. Савельева Е.В. Применение интерактивных методов обучения для повышения качества математического образования в вузе / Е.В. Савельева // Новые педагогические технологии. - 2015. - № XXIV. - С. 58-63.
 6. Савельева Е.В. Формирование профессиональных компетенций при обучении математике в аграрном вузе // Педагогические науки. – 2017. - №1 (82). – С. 53 – 56.
 7. Tretyak N.A., Gubarkov S.V., Zhupley I.V., Dyakov I.I. Innovative development of higher education institutions in the context of competition and network cooperation // Espacios. - 2019. - Т. 40. - № 31.- С. 8.
-