Уравнение значимо.

Тема данной статьи актуальна, так как для задач практики требуется быстро обработать статистические данные, а программа Excel содержит встроенные функции для решения основных задач прикладной статистики.

1. Краснов, М.Л. Вся высшая математика. Т. 5. Теория вероятностей. Математическая статистика. Теория игр: Учебник / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко [и др.]. - М.: ЛКИ, 2013. - 296 с.
2. Бычкова, С.Г. Социально-экономическая статистика: Учебник для бакалавров / С.Г. Бычкова. - М.: Юрайт, 2013. - 591 с.
3. Вадзинский Р. Статистические вычисления в среде Excel. Библиотека пользователя. — СПб.: Питер, 2008. — 608 с.
4. Соболев, Б.В. Практикум по статистике в Excel: Учебное пособие / Б.В Соболев, Л.В. Борисова, Т.А. Иваночкина, И.М Пешхоев. - Ростов-на-Дону.: Феникс, 2008. - 340 с.

Азиева Л.Д.¹, Садулаева Б.С.²

Применение математического моделирования в изучении землетрясений

¹ФГБОУ ВО «Чеченский государственный университет»

²ФГБОУ ВО «Чеченский государственный педагогический университет»

(Россия, Грозный)

doi: 10.18411/lj-07-2020-194

idsp: ljjournal-07-2020-194

Аннотация

В статье изучены вопросы применения математического моделирования для изучения последствий землетрясений. Рассмотрена динамическая теория сейсмичности. Приведена методика расчета сейсмических сил, воздействующих на высотное здание с применением модели линейного осциллятора. Отмечены достоинства и недостатки данной теории.

Ключевые слова: математическое моделирование, теория сейсмичности, расчет сейсмических сил, линейный осциллятор.

Abstract

The article explores the application of mathematical modeling to study the effects of earthquakes. The dynamic theory of seismicity is considered. A technique for calculating seismic forces acting on a high-rise building using a linear oscillator model is presented. The advantages and disadvantages of this theory are noted.

Keywords: mathematical modeling, theory of seismicity calculation of seismic forces, linear oscillator.

Расчёт высотного здания на сейсмическую устойчивость. Конструкция расчетной схемы для сейсмических расчетов ничем не отличается от динамических расчетов. Такая схема для многих зданий и сооружений может быть использована, например, для каркасных зданий, тогда консоли устанавливаются с жесткостью, равной общей жесткости всех стоек, и потолки считаются жесткими в их плоскости.

При расчете высотного здания на сейсмическую устойчивость применяют модель линейного осциллятора.

Рассмотрим вначале действие мгновенного импульса, описываемое формулой (рис.1):

$$S = \int_0^{t_1} P(t) dt, \text{ при } t \rightarrow 0 \text{ (мгновенный импульс).}$$

Рис.1. Действие мгновенного импульса

По теореме о сохранении количества движения:

$$S = m(V_1 - V_0), \text{ если } V_0 = 0, \text{ то } S = mV_1, \Rightarrow V_1 = S/m$$

После окончания действия импульса будут свободные колебания:

$$y = y_0 \cos \omega t + V_0 \sin \omega t, \quad (1)$$

где $y_0 = 0$, $V_0 = V_1$, тогда $y = S \sin \omega t / m\omega$,

Интеграл Дюамеля. Представим $P(t)$ как последовательность мгновенных импульсов:

$$ds = P(\tau) d\tau \quad y = S \sin \omega t / m\omega.$$

Каждый импульс ds вызывает согласно (2.1) перемещение:

$$dy = dS \sin \omega(t - \tau) / m\omega$$

Суммируя влияние всех элементарных импульсов за время t , находим:

$$y = \int_0^t dy = \frac{1}{m\omega} \int_0^t P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (2)$$

Полученный интеграл носит имя Дюамеля.

Рассмотрим пример. Нагрузка, приложенная внезапно имеет вид

$$P(\tau) = P = \text{const}$$

$$y = \frac{1}{m\omega} \int_0^t P \sin \omega(t - \tau) d\tau = \frac{P}{m\omega^2} \cos \omega(t - \tau) \Big|_0^t = \frac{P}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t)$$

k — коэфф. жесткости $\omega^2 = k/m$. Отсюда имеем

$$\frac{P}{m\omega^2} = P/k = P\delta_{11} = y_{\text{ст}}$$

Поэтому $y = y_{\text{ст}} (1 - \cos \omega t)$. Если $t = \pi/\omega$ то $y = y_{\text{ст}} (1 + 1) = 2y_{\text{ст}}$

Рисунок 2. - Нагрузка приложенная внезапно

Рассмотрим линейный осциллятор при наличии сейсмического воздействия. Выведем уравнение движения линейного осциллятора при наличии сейсмического воздействия (рис.3).

Рисунок 3. - Линейный осциллятор и воздействие сейсмических сил

Запишем уравнения равновесия сил

$$\Sigma X = 0; S_i + S_y = 0$$

$$S_i = m d^2 Z(t)/dt^2;$$

$$S_y = kz(t), \text{ так как } Z(t) = \Delta(t) + z(t).$$

Теперь получаем

$$m(d^2 z(t)/dt^2 + d^2 \Delta(t)/dt^2) + kz = 0,$$

$$m d^2 z(t)/dt^2 + kz = -m d^2 \Delta(t)/dt^2 = P_{эфф}, \text{ далее разделим на } m$$

$$d^2 z(t)/dt^2 + kz/m = -d^2 \Delta(t)/dt^2$$

$$\text{или } d^2 z(t)/dt^2 + \omega^2 z = -d^2 \Delta(t)/dt^2$$

$$\text{где } \omega^2 = k/m = 1/\delta_{11m}.$$

Это уравнение решается с помощью интеграла Дюамеля:

$$z = -\frac{1}{\omega} \int_0^t \frac{d^2 \Delta(\tau)}{d\tau^2} \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (3)$$

Определим сейсмические силы в случае, когда основание движется по гармоническому закону $\Delta(t) = \Delta_0 \sin \theta t$.

Уравнение движения осциллятора без учета затухания имеет вид:

$$d^2 z / dt^2 + \omega^2 z = -d^2 \Delta / dt^2 = W_0 \sin \theta t \quad (3')$$

Здесь $W_0 = \Delta_0 \theta^2$ — амплитуда ускорения.

Решением уравнения (2.3) является функция:

$$z(t) = \frac{W_0 \beta \sin \theta t}{\omega^2},$$

Здесь $\beta = 1 / (1 - (\theta / \omega)^2)$ — коэфф. динамичности.

Сейсмическая сила:

$$S = -m \frac{d^2 Z}{dt^2} = -m \left(\frac{d^2 \Delta}{dt^2} + \frac{d^2 z}{dt^2} \right) = kz$$

Напомним, что $S_i = -S_y$, $k = \omega^2 m$, поэтому $S = kz = \omega^2 m W_0 \beta \sin \theta t$
 $\max S = k_c \beta Q$,

где $k_c = W_0 / g$ — сейсмический коэффициент, точно совпадает с формулой Мононобе.

При учете сил сопротивления коэффициент динамичности вычисляется по формуле:

$$\beta = 1 / \sqrt{(1 - (\theta / \omega)^2) + \gamma^2}$$

Здесь γ — коэффициент внутреннего неупругого сопротивления. Можно принять приближенно для стальных конструкций $\gamma = 0,01$; для железобетонных конструкций $\gamma = 0,1$.

Мы рассмотрели динамическую теорию сейсмичности.

Недостатком теории является то, что она игнорирует начальные условия и переходы. Добавлена принудительная вибрация и свободная вибрация. Преимущество состоит в том, что вибрационное движение системы сильнее реагирует на ее компоненты и частота вибрации ближе к внутреннему компоненту.

Континентальное долгосрочное накопление энергии происходит на месте разрыва, и когда давление в данном регионе достигает своего максимального значения, материал взрывается или расщелина в скалах быстро растет и рассекает. В результате энергия высвобождается быстро, вызывая сейсмические волны и распространяясь на окружающую среду.

Другой причиной землетрясений может быть вулканическая активность. Но такие землетрясения имеют ограниченную площадь воздействия и малую силу. Наконец, причиной землетрясения может стать хозяйственная деятельность человека. Это так называемые индуцированные землетрясения, связанные с заполнением крупных пластов и откачкой нефти и газа из земной полости.

Для оценки возможных последствий землетрясения используется математическое моделирование в сочетании с техническим оснащением сейсмологических станций, которые измеряют колебательное движение Земли. Вибрационные операции определяются математической моделью как дифференциальное уравнение колебаний или волновое уравнение. Поэтому методы решения таких уравнений важны для прогнозирования будущих результатов землетрясения для высотных зданий.

1. Александров А.В., Потапов В.Д., Зылев В.Б. Строительная механика. Динамика и устойчивость упругих систем. М.: Высшая школа, 2008.
2. Амосов А.А., Сеницын С.Б. Основы теории сейсмостойкости сооружений. М.: АСВ, 2001, 2010. (1-е и 2-е издания).
3. Бондаренко В.М. Механизм сейсмических разрушений зданий / В. М. Бондаренко, А. М. Курзанов, В. И. Римшин — Вестник РАН, 2000, том 70, №11, с.1005-1009.
4. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. М.: Стройиздат, 1979.
5. Мкртычев О.В., Джинчелашвили Г.А. Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения). М.: МГСУ, 2012.