РАЗДЕЛ IX. ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Антоновская О.Г.¹, Зайцева М.Н.²**О методике моделирования динамики синтезатора частоты с импульсным частотно-фазовым детектором и астатизирующим фильтром**¹Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет²Нижегородский государственный автомеханический техникум

(Россия, Нижний Новгород)

doi: 10.18411/lj-07-2019-79

idsp: ljjournal-07-2019-79

Аннотация

В настоящей работе изложены основные положения методики построения математических моделей синтезаторов частот с импульсным частотно-фазовым детектором и запоминанием сигнала управления на астатизирующей емкости. Методика моделирования использует в качестве фазовой координаты степень заполнения счетчика и кусочно-постоянный характер изменения во времени выходного сигнала фазового детектора.

Ключевые слова: синтезатор частоты, математическая модель, динамика системы, метод точечных отображений.

Abstract

In current work the main points of methods of mathematical models construction for frequency synthesizers with pulse frequency-phase detector and control signal storage on astatic capacitance. Modeling methods use occupation counter degree as phase coordinate and take into account piecewise-constant character in time of phase detector output signal.

Key words: frequency synthesizer, mathematical model, system dynamics, point mappings method.

К настоящему времени известны многочисленные примеры использования в схемах синтезаторов частот (СЧ) фазовых детекторов (ФД), реализующих на своем выходе кусочно-постоянную форму управляющего сигнала и являющуюся результатом логического анализа относительного расположения импульсов сигнала эталонного генератора (ЭГ) и выходных импульсов декадного счетчика с перестраиваемым коэффициентом деления (ДПКД) [1]. Сложность схем СЧ с такими ФД вынуждает до сих пор при анализе их динамики обращаться, как к вынужденной мере, к различным приближенным методам исследования [2] и, в том числе, на основе использования асимптотических методов, когда в качестве нулевого приближения используется статическая характеристика ФД [3]. Совершенно очевидно, что для анализа динамики таких СЧ с помощью приближенных методов недостаточно не только при исследовании устойчивости динамических процессов в целом, но и при определении предельного быстрогодействия СЧ при перестройке частоты по диапазону.

В целом математическое моделирование динамики СЧ подразумевает использование не только математических моделей (ММ) различной степени сложности, но соответствующей им иерархии математических методов исследования [2]. Если сложность ММ связана, в основном, с размерностью задачи и конструкцией пространства состояний [4], то целесообразность использования того или иного метода исследования ММ диктуется соображениями, связанными с простотой применения метода и приемлемой точностью получающихся результатов.

С методологической точки зрения следует, однако, выделить метод точечных отображений (МТО), поскольку он органически объединяет в единое целое и специфику ММ, и свойства поведения фазовых траекторий как в локальном, так и в глобальном плане. При использовании МТО приближенные математические методы выступают в роли различных технологических приемов описания свойств траекторий [5].

В настоящей статье приводятся основные положения методики моделирования СЧ с импульсным частотно-фазовым детектором (ИЧФД) и астатизирующей емкостью, реализующей этапы запоминания информации. Методика моделирования существенно использует в качестве фазовой координаты степень заполненности счетчика (ДПКД) и кусочно-постоянный характер изменения во времени выходного сигнала фазового детектора (ФД) [6,7]. Ранее было показано, что в асимптотическом случае малого значения астатизирующей емкости исследование динамики СЧ сводится к изучению точечного отображения прямой в прямую [6,8]. В случае учета конечного значения астатизирующей емкости, реализованного в настоящем исследовании, размерность отображения увеличивается на единицу. При этом возникают дополнительные особенности в описании ММ и способе сведения исследования к изучению соответствующего точечного отображения.

При учете неидеальности записи и хранения информации в интервалах постоянства выходного сигнала ФД напряжение на выходе фильтра определяется уравнением [1]

$$C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} = i_{\partial}(t), \quad (1)$$

в котором R – включенное параллельно запоминающей емкости C эквивалентное сопротивление диссипативных потерь, $i_{\partial}(t)$ – выходной ток ИЧФД, выполненный с использованием двух триггеров и схемы И–ИЛИ и принимающий в зависимости от динамики процесса одно из трех постоянных значений $+I_{\partial}, 0, -I_{\partial}$. При использовании уравнения для набега фазы φ перестраиваемого генератора (ПГ) в общепринятой форме [6]

$$\frac{d\phi}{dt} = 2\pi f_0 g(v),$$

где f_0 – частота управляемого генератора, $g(v)$ – нормированная на единицу монотонно возрастающая характеристика ПГ, и при использовании в качестве фазовой координаты тракта ПГ–ДПКД степени заполненности счетчика θ , переходим к уравнению

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{f_0}{N} g(v) \quad (0 \leq \theta \leq 1), \quad (2)$$

в котором N – показатель ДПКД.

Уравнения (1), (2) являются уравнениями ММ СЧ. С целью минимизации количества параметров в ММ СЧ перейдем в (1), (2) к безразмерному времени $\tau = t/T_0$, где T_0 – период сигнала эталонного генератора (ЭГ), показателю счетчика $\alpha = N / f_0 T_0$, безразмерным: напряжению $x = v / v_n$, где нормирующее напряжение $v_n = T_0 I_{\partial} / C$, параметру диссипации $\mu = T_0 / RC$ и управлению $u = i_{\partial}(t) / I_{\partial}$.

Тогда безразмерные уравнения ММ СЧ в произвольном периоде ЭГ принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{x} + \mu x &= u(\tau), \\ \alpha \dot{\theta} &= g(x(\tau)), \quad (0 \leq \theta \leq 1, 0 \leq \tau \leq 1), \end{aligned} \quad (3)$$

где точкой обозначено дифференцирование по τ .

Переходя к изучению свойств ММ СЧ, необходимо отметить, что в (3) управление $u(\tau)$ является кусочно-постоянной функцией времени и поэтому, аналогично системам с переменной структурой, исследование динамики ММ СЧ можно проводить с привлечением трех подпространств Π_1 , Π_2 и Π_3 , характеризующихся тем, что в

каждом из них управление $u(\tau)$ принимает соответственно постоянное значение +1, 0, -1 [6]. Полное представление о фазовых траекториях ММ СЧ в этом случае получается после исследования свойств траекторий в каждом из подпространств и характера перехода траекторий из одного подпространства в другое [9].

Согласно логике работы ИЧФД приход в Π_1 траектории на сечение $\tau=1$ означает появление импульса ЭГ, т. е. соответствует удержанию ИЧФД в режиме $u=+1$. Поскольку в этом случае координаты x и θ не изменяют своих величин, то это означает перенос изображающей точки на сечение $\tau=0$ этого же подпространства при неизменных значениях x и θ . Если в Π_1 фазовая траектория движения приходит с течением времени на сечение $\theta=1$, то осуществляется появление на выходе счетчика управляющего импульса, и поэтому изображающая точка движения в этот момент при сохранении величины x ФНЧ скачком переводится в Π_2 , что соответствует переходу ИЧФД в режим запоминания напряжения. Аналогично переходам в Π_1 осуществляются переходы из Π_2 и Π_3 . То есть реализация фактических переходов из подпространства в подпространство и соответствующих им точечных отображений зависит от свойств фазовых траекторий в каждом из подпространств.

Таким образом, введение в уравнениях ММ СЧ координаты счетчика позволяет свести изучение свойств фазовых траекторий к изучению соответствующих точечных отображений, каждое из которых характеризует определенное состояние сигнала управления.

В случае линейной характеристики

$$g(x) = I + Sx \quad (x > -(I/S))$$

и использования для реализуемых фазовыми траекториями переходов между различными сечениями подпространств Π_1 , Π_2 и Π_3 , задача исследования динамики СЧ сводится к необходимости изучения свойств последовательностей соответствующих точечных отображений. Для определенности примем для сечений C_{ij} подпространств Π_i точечных отображений $T_{ijk,ln}$ и областей G_{ijk} их определения следующие значения индексов: i – номер отображаемого подпространства; $j=1$ соответствует отображению сечения $\theta=0$, $j=2$ – отображению сечения $\tau=0$; $k=1$ и 2 характеризуют разделение отображаемого сечения на части; l – номер подпространства, в которое попадает отображаемая точка; $n=1$ соответствует сечению $\theta=0$ и $n=2$ – т. е. с номером индекса l . Тогда анализ поведения фазовых траекторий ММ СЧ в каждом из подпространств показывает, что точки сечения $\tau=0$ (C_{12}) подпространства Π_1 , являющиеся начальными при изучении регулярных движений, либо остаются в Π_1 и их поведение описывается отображением

$$T_{121,12}(\mu): \begin{cases} \bar{x} = x_0 e^{-\mu} + (1 - e^{-\mu}) \mu^{-1}, & (\theta_0 < \theta_0(\Gamma_1(\mu)) \in G_{121}; \bar{x}, \bar{\theta} \in C_{12}) \\ \bar{\theta} = \theta_0 + \alpha^{-1} [1 + S(1 - e^{-\mu}) \mu^{-1} x_0 + S \mu^{-1} (1 - (1 - e^{-\mu}) \mu^{-1})] \end{cases} \quad (4)$$

либо уходят в подпространство Π_2 и их поведение определяется отображением

$$T_{122,21}(\mu): \begin{cases} \bar{x} = x_0 e^{-\mu\bar{\tau}} + (1 - e^{-\mu\bar{\tau}}) \mu^{-1}, & (\theta_0 > \theta_0(\Gamma_1(\mu)) \in G_{122}; \bar{x}, \bar{\tau} \in C_{21}) \\ \bar{\tau} + S(1 - e^{-\mu\bar{\tau}}) \mu^{-1} x_0 + S \mu^{-1} (\bar{\tau} - (1 - e^{-\mu\bar{\tau}}) \mu^{-1}) = \alpha(1 - \theta_0) \end{cases} \quad (5)$$

В (4), (5) используется обозначение границы $\Gamma_1(\mu)$ вида $\Gamma_1(\mu):$

$$\theta_0 = \theta_0(\Gamma_1) = 1 - \alpha^{-1} [1 + S(1 - e^{-\mu})\mu^{-1}x_0 + S\mu^{-1}(1 - (1 - e^{-\mu})\mu^{-1})].$$

Остальные случаи преобразования сечений подпространств определяются точечными отображениями: сечения C_{21} –

$$\begin{aligned} T_{211,12}(\mu): \quad & \bar{x} = x_0 e^{-\mu(1-\tau_0)}, \quad (x_0 < x_0(\Gamma_2(\mu)) \in G_{211}; \bar{x}, \bar{\theta} \in C_{12}), \\ & \bar{\theta} = \alpha^{-1} [1 - \tau_0 + S(1 - e^{-\mu(1-\tau_0)})\mu^{-1}x_0] \\ T_{212,31}(\mu): \quad & \bar{x} = x_0 e^{-\mu(\bar{\tau}-\tau_0)}, \quad (x_0 > x_0(\Gamma_2(\mu)) \in G_{212}; \bar{x}, \bar{\tau} \in C_{31}), \\ & \bar{\tau} - \tau_0 + S(1 - e^{-\mu(\bar{\tau}-\tau_0)})\mu^{-1}x_0 = \alpha \end{aligned}$$

где граница

$$\Gamma_2(\mu): x_0 = x_0(\Gamma_2(\mu)) = \mu S^{-1}(\alpha - 1 + \tau_0)(1 - e^{-\mu(1-\tau_0)})^{-1} \quad (x_0, \tau_0 \in C_{21}),$$

сечения C_{22} –

$$\begin{aligned} T_{222,31}(\mu): \quad & \bar{x} = x_0 e^{-\mu\bar{\tau}}, \quad (x_0 > x_0(\Gamma_4(\mu)) \in G_{222}; \bar{x}, \bar{\tau} \in C_{31}), \\ & \bar{\tau} + S(1 - e^{-\mu\bar{\tau}})\mu^{-1}x_0 = (1 - \theta_0)\alpha \\ T_{221,12}(\mu): \quad & \bar{x} = x_0 e^{-\mu} \quad (x_0 < x_0(\Gamma_1(\mu)) \in G_{221}; \bar{x}, \bar{\theta} \in C_{12}), \\ & \bar{\theta} = \theta_0 + \alpha^{-1} [1 + S(1 - e^{-\mu})\mu^{-1}x_0] \end{aligned}$$

где граница

$$\Gamma_4(\mu): \theta_0 = \theta_0(\Gamma_4(\mu)) = 1 - \alpha^{-1} [1 + S(1 - e^{-\mu})\mu^{-1}x_0],$$

сечения C_{31} –

$$\begin{aligned} T_{311,22}(\mu): \quad & \bar{x} = x_0 e^{-\mu(1-\tau_0)} + (1 - e^{-\mu(1-\tau_0)})\mu^{-1}, \quad (x_0 < x_0(\Gamma_3(\mu)) \in G_{311}; \bar{x}, \bar{\theta} \in C_{22}) \\ & \bar{\theta} = \alpha^{-1} [1 - \tau_0 + S(1 - e^{-\mu(1-\tau_0)})\mu^{-1}x_0 + S\mu^{-1}(1 - \tau_0 - (1 - e^{-\mu(1-\tau_0)})\mu^{-1})] \\ T_{312,31}(\mu): \quad & \bar{x} = x_0 e^{-\mu(\bar{\tau}-\tau_0)} + (1 - e^{-\mu(\bar{\tau}-\tau_0)})\mu^{-1}, \quad (x_0 > x_0(\Gamma_3(\mu)) \in G_{312}; \bar{x}, \bar{\theta} \in C_{31}) \\ & \bar{\tau} - \tau_0 + S(1 - e^{-\mu(\bar{\tau}-\tau_0)})\mu^{-1}x_0 + S\mu^{-1}(\bar{\tau} - \tau_0 - (1 - e^{-\mu(\bar{\tau}-\tau_0)})\mu^{-1}) = \alpha \end{aligned}$$

где граница

$$\begin{aligned} \Gamma_3(\mu): x_0 = x_0(\Gamma_2(\mu)) = \mu S^{-1}(\alpha - 1 + \tau_0)(1 - e^{-\mu(1-\tau_0)})^{-1} + \\ + (1 - e^{-\mu(1-\tau_0)})^{-1} (1 - \tau_0 - (1 - e^{-\mu(1-\tau_0)})\mu^{-1}). \end{aligned}$$

Анализ приведенных точечных отображений показал, что в зависимости от величины синтезируемой частоты, т. е. от величины параметра α , и значений остальных параметров устанавливаются различные последовательности точечных отображений. Так при

$$1 \leq \alpha \leq 1 + S\mu^{-1} \quad (6)$$

основной синхронный режим соответствует произведению точечных отображений $T_{221,12}$ и $T_{122,21}$, и внутри области G_{211} имеет неподвижную точку (x^*, τ^*) с координатами

$$x^* = (1 - e^{-\mu\tau^*}) (\mu(1 - e^{-\mu}))^{-1},$$

$$\tau^* = \mu(\alpha - 1)S^{-1}.$$

Неподвижная точка (x^*, τ^*) устойчива в линейном приближении в области своего существования (6) на плоскости параметров α, S при значениях S , лежащих под границей N_- устойчивости [5]

$$N_-: \alpha = \alpha(N_-) = 1 - S\mu^{-2} \ln[\mu(1 - e^{-\mu})S^{-1} + g(\mu)] \quad (\alpha > 1), \quad (7)$$

где

$$g(\mu) = (1 + 4e^{-\mu} - e^{-2\mu})(2(1 + e^{-\mu}))^{-1}.$$

При

$$1 - S\mu^{-1} \leq \alpha \leq 1 \quad (8)$$

основной синхронный режим соответствует произведению точечных отображений $T_{222,31}$ и $T_{311,12}$, и внутри области G_{222} имеет неподвижную точку (x^*, θ^*) с координатами

$$x^* = -(1 - e^{-\mu(1-\bar{\tau}^*)}) (\mu(1 - e^{-\mu}))^{-1},$$

$$\theta^* = 1 - \alpha^{-1}(\bar{\tau}^* - S(1 - e^{-\mu(1-\bar{\tau}^*)})(1 - e^{-\mu\bar{\tau}^*})) (\mu^2(1 - e^{-\mu}))^{-1},$$

где

$$\bar{\tau}^* = 1 + \mu(\alpha - 1)S^{-1}.$$

Неподвижная точка (x^*, θ^*) устойчива в линейном приближении в области своего существования, определяемой неравенством (8) при значениях S , лежащих под границей N_- устойчивости, где

$$N_-: \alpha = \alpha(N_-) = 1 - S\mu^{-2} \ln[\mu(e - 1)S^{-1} + (4 + e^{-\mu} - e^{\mu})(2(1 - e^{-\mu}))^{-1}]. \quad (9)$$

При $\alpha = 1$ граница устойчивости (7) непрерывно переходит в границу (9), претерпевая положительный скачок наклона в сторону увеличения α .

Учет механизма диссипации ($\mu > 0$) приводит к тому, что при малых переключениях по диапазону переходные процессы являются аperiодическими: при $\alpha < 1$ только при циклическом включении $u(\tau) = -1$, а при $\alpha > 1$ – только при включении $u(\tau) = +1$. При значительных, определяемых величиной параметра μ , переключениях α по диапазону в пределах области устойчивости, переходные процессы являются на первых этапах колебательными, а окончание процесса по-прежнему является аperiодическим.

1. Левин В.А., Малиновский В.И., Романов С.К. Синтезаторы частот с импульсно-фазовой автоподстройкой. – М.: Радио и связь, 1989. – 232 с.
2. Шахгильдян В.В., Пестряков А.В. Перспективные направления развития динамической теории дискретных систем фазовой синхронизации для устройств синтеза и стабилизации частоты // Электросвязь, – 1993. – № 11. – С.38-42.
3. Антоновская О.Г., Горюнов В.И. Исследование динамики синтезатора частоты на основе использования асимптотических методов // 58-я научная сессия, посвященная дню радио. Труды. Т.2. М., 2003. – С. 89-91.
4. Косякин А.А., Шамриков Б.М. Колебания в цифровых автоматических системах. М.: Наука, 1983. – 336 с.
5. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972. – 336 с.
6. Антоновская О.Г., Горюнов В.И., Палочкин Ю.П. К анализу механизмов синхронизации в синтезаторах частот с кусочно-постоянным характером выходного сигнала фазового детектора // 60-я научная сессия, посвященная Дню радио. Труды. М., 2005. – С. 360-364.

7. Антоновская О.Г., Горюнов В.И., Палочкин Ю.П. Развитие методики моделирования динамики СЧ с ИЧФД и астатизирующим фильтром // 61-я научная сессия, посвященная Дню радио. Труды. М., 2006. – С. 260-262.
8. Горюнов В. И., Ерусланов В.Н., Зайцева М.Н. К анализу быстродействия синтезатора при переключениях по диапазону // Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи. – 1986. – Вып. 3. – С. 44-49.
9. Горюнов В.И., Ерусланов В.Н., Лобашов Н.И. К анализу динамических характеристик синтезатора частоты при учете инерционности фильтра // Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи. – Вып. 3. – 1988. – С. 59-67.

Севрюгин С.Ю.

Об угловой стабилизации спускаемого космического летательного аппарата

*Чистопольский филиал "Восток" Казанского национального исследовательского
технического университета им. А.Н. Туполева - КАИ
(Россия, Чистополь)*

doi: 10.18411/lj-07-2019-80

idsp: ljjournal-07-2019-80

Аннотация

В статье рассматривается проблема синтеза разрывного управления на скользящем режиме с гарантированной терминальной инвариантностью к неопределенным возмущениям в начале координат для решения задачи угловой стабилизации спускаемого космического летательного аппарата (КЛА). Проведено сопоставление процессов при полученном разрывном управлении и линейном, оптимальным по минимуму интеграла от квадрата ошибки. Проведено численное моделирование, сделаны выводы.

Ключевые слова: скользящий режим, разрывное управление, терминальная инвариантность, неопределенные возмущения, моделирование.

Abstract

The article deals with the problem of synthesis of discontinuous control on a sliding mode with guaranteed terminal invariance to indefinite perturbations at the origin to solve the problem of angular stabilization of a descending spacecraft (CLA). A comparison was made of the processes with the obtained discontinuous control and a linear optimal with respect to the minimum of the integral of the square of the error. Numerical modeling was carried out, conclusions were made.

Keywords: sliding mode, discontinuous control, terminal invariance, indefinite perturbations, modeling.

Рассматривается космический летательный аппарат (КЛА) конусообразной формы (рис. 1), предназначенный для оперативной доставки грузов с международной космической станции (МКС). Данный КЛА имеет массу 500 кг, длину $l=2,1$ м, диаметр днища 0,9 м и снабжен двумя ракетными двигателями малой тяги в кормовой части с силами тяги, приложенными с двух противоположных сторон (вторая противоположная сила на рис. 1 не показана). Для совершения пространственного движения в космосе и в атмосфере КЛА снабжен двумя парами ракетных двигателей с малой силой тяги, расположенными с двух противоположных сторон в кормовой части КЛА (на рис. 1 не показаны) и обеспечивающими вращение аппарата относительно продольной оси. После гашения скорости с выходом в заданную точку над поверхностью Земли КЛА с высоты около 10 км совершает практически вертикальное падение со скоростью 100 м/с. Приземление осуществляется с помощью посадочного парашюта с высоты 1000-2000 м.