Молдаванов С.Ю., Долгополов В.Е., Горган Д.А.
Распределение внутренней энергии в окрестности вершины трещины
нормального отрыва

Кубанский государственный технологический университет
(Россия, Краснодар)

doi: 10.18411/lj-07-2019-75

ids: lj-07-2019-75

Аннотация

В статье рассмотрено применение термофлуктуационной теории прочности твердых тел к решению задач механики разрушения. Построены графики распределения удельной внутренней энергии в окрестности вершины трещины нормального отрыва и определены направления дальнейших исследований.

Ключевые слова: прочность твердых тел, механика разрушения.

Abstract

In the article is considered the application of termofluktuation theory of strength of solids to solving problems of mechanics of fracture. The graphs are distribution specific internal energy in the neighborhood of a vertex normal crack detachment and identify areas for further research.

Keywords: solid strength, fracture mechanics.

Несмотря на исключительную важность критериев прочности и разрушения для оптимального проектирования конструкций различного назначения, в этой области механики деформируемого твердого тела имеется большое количество нерешенных задач. В частности недостаточно изучены вопросы длительной прочности и прочности материалов при сложном напряженном состоянии. В работах [1,2] разработана термофлуктуационная теория прочности, согласно которой в качестве критерия разрушения макрочастицы твердого тела было предложено использовать максимальную внутреннюю энергию.

В изотермическом случае малых деформаций термоупругих изотропных тел удельную внутреннюю энергию можно представить в виде [3]:

$$U = \frac{1+\nu}{2E} \sigma_{ij} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{2E} \sigma_{kk}^2 + \alpha_t T \sigma_{kk}, \quad (1)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; α_t – коэффициент линейного теплового расширения; E – модуль упругости материала; ν – коэффициент Пуассона; T – абсолютная температура.

В работе [4] приведены выражения для вычисления компонентов тензора напряжений в окрестности вершины сквозной наклонной трещины при одноосном растяжении (рис. 1)

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \frac{k_I}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{k_{II}}{\sqrt{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right); \\ \sigma_{22} = \frac{k_I}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{k_{II}}{\sqrt{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}; \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} = \frac{k_I}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{k_{II}}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right), \end{cases} \quad (2)$$

где r и θ – полярные координаты точек твердого тела в окрестности вершины наклонной трещины;

k_I и k_{II} – коэффициенты интенсивности напряжений.

Для случая растяжения бесконечной полосы с наклонной трещиной коэффициенты интенсивности напряжений равны:

$$\begin{cases} k_I = p \sin^2 \beta \sqrt{2\pi c}; \\ k_{II} = p \sin \beta \cos \beta \sqrt{2\pi c}, \end{cases} \quad (3)$$

где P – величина растягивающих напряжений; C – половина длины трещины;
 β – угол наклона трещины относительно направления растягивающих напряжений.

Подставляя формулы (2) в соотношение (1), получаем выражение для удельной внутренней энергии в окрестности вершины наклонной трещины в случае растяжения бесконечной полосы

$$\begin{aligned} U = \frac{1}{16\pi\mu r} & \left\{ k_I^2 [(\alpha_1 - 1)(1 + \cos \theta) + \sin^2 \theta] + \right. \\ & + 2k_I k_{II} [2 \cos \theta - (\alpha_1 - 1)] \sin \theta + k_{II}^2 [4 + (\alpha_1 - 1)(1 - \cos \theta) - 3 \sin^2 \theta] \Big\} + \\ & + \frac{\alpha_t T E \alpha_2}{\mu \sqrt{2\pi r}} \left[k_I \cos \frac{\theta}{2} - k_{II} \sin \frac{\theta}{2} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

здесь $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига.

Рисунок 1. Наклонная трещина в условиях одноосного растяжения

При выводе уравнения (4) учтено, что в случае плоской деформации $\sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})$, $\alpha_1 = 3 - 4\nu$ и $\alpha_2 = 1$, а для случая плоского напряженного состояния $\sigma_{33} = 0$, $\alpha_1 = \frac{3 - \nu}{1 + \nu}$ и $\alpha_2 = \frac{1}{1 + \nu}$. Выражение для удельной внутренней энергии (4) содержит особенность при $r = 0$, что является следствием принятой модели трещины в виде тонкого разреза.

Рассмотрим распределение удельной внутренней энергии в окрестности вершины трещины нормального отрыва $\beta = 90^\circ$ (рис. 2-3). Вычисления выполнены для кварцевого стекла при следующих исходных данных: $E = 73600$ МПа; $\alpha_t = 5,4 \cdot 10^{-7}$ 1/град; $\nu = 0,14$; $T = 293^\circ$; $p = 10$ МПа.

Рисунок 2. Плоское напряженное состояние

Рисунок 3. Плоская деформация

На графиках показаны кривые распределения удельной внутренней энергии при соотношениях r/c от 0,1 до 1,0 с шагом 0,1. Полученные кривые симметричны относительно направления исходной трещины. Максимальные значения энергии наблюдаются при угле $\theta = 0^\circ$, что хорошо согласуется с известными экспериментальными данными. При растяжении бесконечной полосы трещина

нормального отрыва распространяется перпендикулярно направлению внешних напряжений.

Рисунок 4. Влияние величины внешнего растягивающего напряжения на распределение внутренней энергии в окрестности вершины трещины

По мере удаления от вершины внутренняя энергия резко убывает (рис. 4). Величина удельной внутренней энергии нелинейно зависит от уровня внешних растягивающих напряжений. Распределения удельной внутренней энергии в окрестности вершины трещины для случаев плоского напряженного состояния и плоской деформации практически подобны. В одних и тех же точках твердого тела энергия при плоской деформации несколько превышает энергию при плоском напряженном состоянии в пределах от 4% до 14%.

Выполненный анализ позволяет сформулировать следующие направления дальнейших исследований:

1. Предложенный подход может служить основой для построения локального критерия разрушения тела с макротрещиной;
2. Для наклонных сквозных дефектов, образующихся в бесконечной полосе, можно определять угол начального распространения трещин, как для случая растяжения, так и для случая сжатия;
3. Используя некоторые дополнительные допущения, появляется возможность построения траектории развития трещины вплоть до полного разрушения твердого тела.

1. Дунаев И.М. Разрушение эластомеров. Механика эластомеров. Межвузовский сб. □ Краснодар: Краснодар. политехн. ин-т, 1981, С. 24-33.
2. Дунаев И.М., Дунаев В.И. Критерий прочности материалов, учитывающий накопление повреждений. // Металловедение и термическая обработка металлов. □ М.: Машиностроение, 2002, №2, С. 26-27.
3. Коваленко А. Д. Термоупругость. Киев: Высшая школа, 1975, 216 с.
4. Си Г., Либовиц Г. Математическая теория хрупкого разрушения // Разрушение. Т. 2, Математические основы теории разрушения. М.: Мир, 1975, С. 83-203.