РАЗДЕЛ XVII. ФИЗИКА

Бойкова Н.А.,¹ Бойкова О.А.²

Квазипотенциал двухчастичных атомов

¹ Саратовский государственный университет² Медицинский институт «РЕАВИЗ» г. Саратов
(Россия, Саратов)

doi: 10.18411/lj-07-2019-73

idsp: ljjournal-07-2019-73

Аннотация

Анализируется квазипотенциал, используемый для описания спектров двухчастичных атомов в квантовом поле. Прослеживается взаимосвязь выражений для амплитуды рассеяния, соответствующих квантовоэлектродинамическим поправкам различных порядков.

Ключевые слова: связанное состояние, энергетический сдвиг, сверхтонкий сдвиг, амплитуды рассеяния, квазипотенциальный подход, квазипотенциал, тонкий сдвиг, логарифмический вклад.

Abstract

The quasipotential used to describe the spectra of two-particle atoms in the quantum-field approach is analyzed. The interrelation of expressions for the scattering amplitude corresponding to quantum-electrodynamics corrections of various orders is traced.

Keywords: bound state, energy shift, hyperfine shift, scattering amplitudes, quasipotential approach, quasipotential, fine shift, logarithmic contribution.

Задачи прецизионного и теоретического исследования сдвигов энергетических уровней водородоподобных и экзотических атомов приобрели не только научное, но и метрологическое значение. Чтобы иметь возможность выполнять измерения различных величин с высокой степенью точности надо установить связь между разностью энергий и измеряемой величиной.

Такой переход от микроскопических к механическим единицам осуществляется с помощью фундаментальных постоянных, связывающих различные физические величины. При этом чтобы избежать потерь точности значения фундаментальных постоянных должны быть также высокоточными.

Согласование значений фундаментальных констант предполагает совместную обработку и корреляцию разнородных данных, полученных на основе измерений и теоретических расчетов, выполненных с помощью разных методов [1]. Прогресс, достигнутый в последних экспериментах лазерной спектроскопии, ставит перед теорией задачу повышения точности расчетов энергетических сдвигов в атомах.

Система двух связанных частиц наиболее просто описывается в системе центра масс. Уравнение Бете–Солпитера в системе центра масс принимает вид

$$G(p_0, q_0, \vec{p}, \vec{q}, E) = G_0(p_0, q_0, \vec{p}, \vec{q}, E) + G_0(p_0, k_0, \vec{k}, \vec{s}, E) T(k_0, s_0, \vec{k}, \vec{s}, E) G_0(s_0, q_0, \vec{s}, \vec{q}, E), \quad (1)$$

где

$$G_0(p_0, q_0, \vec{p}, \vec{q}, E) = i(2\pi)^4 \delta^4(p - q) S_1(E_1 + p_0, \vec{p}) S_2(E_2 - p_0, -\vec{p}). \quad (2)$$

Фермионный пропагатор $S(\vec{p})$ можно выразить через проекционные операторы и получить для двухвременной функции невзаимодействующей системы двух частиц следующее выражение:

$$\hat{G}_0(\vec{p}, \vec{q}, E) = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{q}) \left\{ \frac{A_1^+(\vec{p}) A_2^+(-\vec{p})}{(E - \varepsilon_{1p} - \varepsilon_{2p})} + \frac{A_1^-(\vec{p}) A_2^-(-\vec{p})}{(E + \varepsilon_{1p} + \varepsilon_{2p})} \right\} \gamma_{10} \gamma_{20}. \quad (3)$$

Оператор $\hat{G}_0(\vec{p}, \vec{q}; E)$ не имеет обратного, поэтому применяется операция проектирования на положительно-частотные состояния.

$$\hat{G}_0^+(\vec{p}, \vec{q}, E) = u_1(\vec{p}) u_2(-\vec{p}) \hat{G}_0(\vec{p}, \vec{q}; E) \gamma_{10} \gamma_{20} u_1(\vec{q}) u_2(-\vec{q}). \quad (4)$$

$$\hat{G}_0^+(\vec{p}, \vec{q}, E) = \frac{(2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{q})}{(E - \varepsilon_{1p} - \varepsilon_{2p})} = F(\vec{p}, \vec{q}, E) \quad (5)$$

Основное уравнение квазипотенциального подхода представляется [2]:

$$(F^{-1}(\vec{p}, \vec{q}; E) \varphi(\vec{p})) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int V(\vec{p}, \vec{q}, E) \varphi(\vec{q}) d^3 q, \quad (6)$$

где E – собственное значение полной энергии, φ – описывающая систему волновая функция. Квазипотенциал для системы двух фермионов определяется выражением

$$V = F^{-1} - (\hat{G}^+)^{-1} = \frac{\tau_0}{(1 + F\tau_0)}, \quad \tau_0 = F^{-1} T_0^+ F^{-1} \quad (7)$$

Определение квазипотенциала упрощается в результате выполнения интегрирования по нулевым компонентам импульсов. С помощью интегрального представления δ -функций Дирака оператор $\overline{G_0 T G_0}$ из выражения для τ_0 можно представить в виде

$$\begin{aligned} \overline{G_0 T G_0} = & -\frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_0 \int_{-\infty}^{\infty} S_1(p_1) S_2(p_2) e^{ip_0 t} dp_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k_0 t} dk_0 \otimes \\ & \otimes \int_{-\infty}^{\infty} e^{k_0 \tau} T(k_0, k_0, \vec{p}, \vec{q}, E) dk_0 \int_{-\infty}^{\infty} S_1(q_1) S_2(q_2) e^{iq_0 \tau} dq_0 \end{aligned} \quad (8)$$

Учитывая выражения фермионных пропагаторов через проекционные операторы:

$$\begin{aligned} S_1(E + p_0, \vec{p}) = & \left(\frac{A_1^+(\vec{p})}{(E + p_0 - \varepsilon_{1p} + i\varepsilon)} + \frac{A_1^-(\vec{p})}{(E + p_0 - \varepsilon_{1p} - i\varepsilon)} \right) \gamma_{10}, \\ S_2(E - p_0, -\vec{p}) = & \left(\frac{A_2^+(-\vec{p})}{(E - p_0 - \varepsilon_{2p} + i\varepsilon)} + \frac{A_2^-(-\vec{p})}{(E - p_0 - \varepsilon_{2p} - i\varepsilon)} \right) \gamma_{20}, \end{aligned} \quad (9)$$

с помощью теории вычетов для оператора τ_0 можно получить

$$\begin{aligned} \tau_0 = & T_+(\vec{p}, \vec{q}, E) + \sum_{i,k=1}^2 (\varepsilon_{ip} - E_i) \Delta T_{ik+}''(\vec{p}, \vec{q}, E) (\varepsilon_{kq} - E_k) + \\ & + \sum_{i=1}^2 (\varepsilon_{ip} - E_i) \Delta T_{i+}'(\vec{p}, \vec{q}, E) + \sum_{i=1}^2 (\varepsilon_{iq} - E_i) \Delta T_{i+}''(\vec{p}, \vec{q}, E_i) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{где } T_+(\vec{p}, \vec{q}, E) = u_1(\vec{p}) u_2(-\vec{p}) \gamma_{10} \gamma_{20} T(p_0 = 0, q_0 = 0, \vec{p}, \vec{q}, E) u_1(\vec{q}) u_2(-\vec{q}).$$

Анализ показывает [3–5], что при исследовании уровней энергии двухчастичных атомов с точностью α^5 достаточно ограничиться первым членом суммы в выражении (12), то есть положить

$$\tau_0 \approx T_+(\vec{p}, \vec{q}, E) \quad (11)$$

В слабо связанных системах частицы находятся вблизи массовой поверхности. Поэтому при рассмотрении двухфотонных взаимодействий с точностью α^5 можно использовать приближение рассеяния и выполнить переход

$$T_+(\vec{p}, \vec{q}, E) \rightarrow T_+(0, 0, E) \quad (12)$$

В области больших виртуальных импульсов элементы амплитуды рассеяния могут быть приближенно отнесены к массовой поверхности, то есть вычислены при значениях $|\vec{p}| \approx |\vec{q}| \cong 0$, $E \cong m_1 + m_2$. Возникающие при этом инфракрасные особенности устраняются введением некоторого минимального виртуального импульса $k_{\min} \cong \varepsilon$. Конкретная величина ε незначительна, так как в сумме диаграмм инфракрасные расходимости компенсируются. При этом выполняется замена

$$T_+(0,0,E) \rightarrow T_0^+(0,0,m_1 + m_2). \quad (13)$$

В работах [6, 7] показано, что полное определение логарифмических поправок порядка $\alpha^6 \ln \alpha^{-1}$ в сверхтонкий сдвиг требует использования выражения для квазипотенциала через амплитуду τ_0 .

Таким образом, для решения конкретных задач на связанные состояния применяются различные способы построения квазипотенциала. Их взаимосвязь выражается в последовательном использовании приближения для амплитуды и схематично может быть представлена

$$\tau_0 \rightarrow T_+ \rightarrow T_+(0,0,E) \rightarrow T_+^0(0,0,m_1 + m_2). \quad (14)$$

Исследование величины тонкого сдвига с точностью до пятого порядка по константе α было проведено на основе двух вариантов определения квазипотенциала [3, 4]. В первом случае возникает необходимость введения нефизического параметра λ , низко- и высокочастотные области исследовались отдельно друг от друга. Во втором способе используются естественные параметры – полная энергия и относительные импульсы – характеризующие систему двух частиц. Теория связанных состояний частиц в этом случае зависит только от целочисленных степеней α .

В то же время полная энергия $E \neq m_1 + m_2$ и импульсы взаимодействующих частиц отличны от нуля. Тогда при описании связанных состояний, наряду с целочисленными по α поправками получаем логарифмические поправки [8]. Однако, часть логарифмических поправок может компенсироваться при суммировании, а часть входит в конечные результаты.

Разработанный ранее способ устранения инфракрасных особенностей введением параметра обрезания позволяет решать поставленные задачи только с точностью α^5 . Следовательно, для повышения точности теоретических результатов необходим учет точной зависимости амплитуды рассеяния от энергии и импульсов взаимодействующих частиц.

1. С.Г. Каршенбойм // Успехи физических наук. 2008. Т.178. №10. С.1057–1064.
2. Н.А. Бойкова, С.В. Чурочкина, Ю.Н. Тютчев, Р.Н. Фаустов // Ядерная физика. 2001. Т.64. №8. С.1437–1441.
3. Н.А. Левченко, Ю.Н. Тютчев, Р.Н. Фаустов // Ядерная физика. 1980. Т.32. №6. С.1656–1662.
4. Н.А. Бойкова, В.В. Двоеглазов, Ю.Н. Тютчев, Р.Н. Фаустов // Теоретическая и математическая физика. 1991. Т.89. №2. С.228–237.
5. Н.А. Левченко, Н.Е. Нюнко, Ю.Н. Тютчев, Р.Н. Фаустов // // Сообщения ОИЯИ. 1979. Р2–12355.
6. О.А. Бойкова, Ю.Н. Тютчев // Известия Саратовского университета. 2011. Т.11. вып.1. С.52–58.
7. О.А. Бойкова, Н.А. Бойкова, С.В. Клещевская, Ю.Н. Тютчев, Р.Н. Фаустов // Известия Саратовского университета. 2008. Т.8. №2. С.42–46.
8. Н.А. Бойкова, Ю.Н. Тютчев, Р.Н. Фаустов // Ядерная физика. 2011. Т.74. №1. С.68–71.