Благодаря, решению подобных задач с помощью системы компьютерной алгебры Maple, можно осуществлять поэтапную проверку хода решения задачи, а в итоге и проверку знаний по изученному предмету [6]. То есть, после того, как обучающийся прошел данную тему, ему могут быть предоставлены различные задания, после выполнения которых, будет виден уровень усвоения изучаемых разделов.

Кроме того, система компьютерной алгебры Maple позволяет осуществлять аналитическое тестирования, основной идеей которого является сравнение ответа, полученного тестируемым, и эталонного ответа, полученного средствами СКА Maple [7, 8, 9].

Подводя итог выше написанному, совершенно точно можно сказать, что система компьютерной алгебры Maple должна стать составным элементом учебного процесса, особенно в ВУЗах, изучающих дисциплины математической направленности. С ее помощью можно легко заинтересовать обучающихся в изучении различных математических разделов.

1. Алексеев, Е. Р. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9 [Текст] // Е. Р. Алексеев, О. В. Чеснокова. – М.: НТ Пресс, – 2006. – 496 с.
2. Босс, В. Лекции по математике: Теория чисел // В. Босс. – М.: Ленанд, – 2019. – 224 с.
3. Оре, О. Приглашение в теорию чисел [Текст]. // О. Оре. – М.: Наука, – 1980. – 128 с.
4. Просветов Г. И. Теория чисел: задачи и решения: Учебно – практическое пособие М.: Издательство «Альфа-Пресс», – 2010. – 72 с.
5. Сдвижков О.А. Математика на компьютере. Maple. М: СОЛОН–Пресс, 2003 г. – 176 с.
6. Киричек К.А., Оленев А.А. Обучение бакалавров педагогического образования элементам комбинаторики с использованием информационных технологий. // Мир науки. Педагогика и психология. – 2019. – Т. 7. – № 3. – С. 9.
7. Киричек К.А., Малиатаки В.В., Оленев А.А. Использование информационных технологий для ознакомления обучающихся основной школы с темой "множество". // Информатика в школе. – 2018. – № 8 (141). – С. 39-46.
8. Оленев А.А., Малиатаки В.В. Исторические шифры и Maple. // Информатика в школе. – 2018. – № 4 (137). – С. 44-49.
9. Оленев А.А., Малиатаки В.В. Моделирование логических элементов и простейших узлов ЭВМ в системе компьютерной математики Maple. // Информатика в школе. – 2017. – № 8 (131). – С. 58-63.

Лорсанова З.М.

Два класса решения линейных алгебраических задач

*Чеченский государственный университет
(Россия, Грозный)*

doi: 10.18411/lj-06-2020-53

idsp: ljjournal-06-2020-53

Аннотация

Все методы решения линейных алгебраических задач (наряду с задачей решения СЛАУ, это и вычисление определителей), можно разбить на два класса: прямые (или точные) и итерационные.

Прямые методы – это такие методы, которые приводят к решению за конечное число арифметических операций. Если операции реализуются точно, то и решение также будет точным.

Ключевые слова: алгебраические уравнения, метод Крамера, метод Гаусса, итерационный метод.

Abstract

All methods for solving linear algebraic problems (along with the problem of solving SLAEs, this is the calculation of determinants) can be divided into two classes: direct (or

exact) and iterative. Direct methods are those methods that lead to a solution in a finite number of arithmetic operations. If the operations are implemented accurately, then the solution will also be accurate.

Keywords: linear algebraic equations, square root method, Gauss method, direct methods.

Все методы решения линейных алгебраических задач (наряду с задачей решения СЛАУ, это и вычисление определителей), можно разбить на два класса: прямые (или точные) и итерационные.

Прямые методы – это такие методы, которые приводят к решению за конечное число арифметических операций. Если операции реализуются точно, то и решение также будет точным. К ним относятся: метод Гаусса; метод Крамера; метод главных элементов; метод квадратных корней и др.

Итерационный метод – это метод, в котором точное решение может быть получено лишь в результате бесконечного повторения единообразных, как правило, простых действий. Сюда относятся: метод итерации; метод Зейделя; метод релаксаций и др.

Рассмотрим некоторые прямые методы. Теоретические условия существования и единственности решения систем линейных уравнений известны - главный определитель не должен быть равен нулю. Тогда решение можно найти методом исключения неизвестных Гаусса и по правилу Крамера. Эти методы позволяют за конечное число действий получить точное решение системы, если все действия выполняются точно, без округления.

Метод исключения неизвестных Гаусса для решения систем линейных уравнений более эффективен, чем правило Крамера. Более того, метод Гаусса также эффективен и при вычислении определителя и обратной матрицы.

При большом числе неизвестных иногда оказывается, что выгоднее решать систему уравнений методом итераций, который дает приближенное решение системы.

Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений

Пусть требуется решить систему n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными:

[illegible]

Прямой ход метода Гаусса преобразует систему (1) к треугольному виду исключением соответствующих неизвестных. Пусть $a_{1,1} \neq 0$. Первый шаг заключается в исключении переменной x_1 с помощью первого уравнения из остальных уравнений. Разделим первое уравнение на $a_{1,1}$:

$$a_{1,k}^1 = a_{1,k} / a_{1,1}, \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad b_1^1 = b_1 / a_{1,1}. \quad (2)$$

Затем от второго уравнения отнимем первое уравнение, умноженное на $a_{2,1}$. В результате, на месте второго уравнения получим уравнение, не содержащее x_1 . Чтобы исключить x_1 из третьего уравнения отнимем от него первое уравнение, умноженное на $a_{3,1}$. Аналогично исключаем x_1 из четвертого и последующих уравнений. Для исключения x_1 из i -го уравнения ($i = 2, 3, \dots, n$) применим формулы:

$$a_{i,k}^1 = a_{i,k} - a_{i,k}^1 a_{i,1}, \quad k=1, 2, \dots, n; \quad b_i^1 = b_i - b_i^1 a_{i,1}. \quad (3)$$

Метод квадратных корней

Пусть дана линейная система $A \cdot X = B$ (1),
 где $A = [a_{ij}]$ – симметрическая матрица, т.е. $A_{-1} = [a_{ji}]$. Тогда матрицу A можно представить в виде произведения двух транспонированных между собой треугольных матриц $A = T' T$ (2)

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & \dots & t_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & t_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad T' = \begin{bmatrix} t_{11} & 0 & \dots & 0 \\ t_{12} & t_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ t_{1n} & t_{2n} & \dots & t_{nn} \end{bmatrix}$$

где

Производя перемножение матриц T' и T , для определения элементов t_{ij} матрицы T получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} t_{1i} t_{1j} + t_{2i} t_{2j} + \dots + t_{ii} t_{ij} = a_{ij} & i < j \\ t_{1i}^2 + t_{2i}^2 + \dots + t_{ii}^2 = a_{ii} \end{cases}$$

Отсюда последовательно находим:

$$\left. \begin{aligned} t_{11} &= \sqrt{a_{11}}, & t_{1j} &= \frac{a_{1j}}{t_{11}} & (j > 1) \\ t_{ii} &= \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^n t_{ki}^2} & (1 < i \leq n) \\ t_{ij} &= \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} t_{kj}}{t_{ii}} & (i < j) \\ t_{ij} &= 0 & \text{при } i > j \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Система (1) имеет определенное единственное решение, если $t_{11} \neq 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$), так как тогда $\det A = \det T' \cdot \det T = (\det T)^2 = (t_{11} t_{22} \dots t_{nn})^2 \neq 0$

$$t_{ii}^2 > 0$$

Коэффициенты матрицы T будут действительны, если

При наличии соотношения (2) уравнения (1) эквивалентно двум уравнениям: $T' y = b$ и $T x = y$, или в раскрытом виде

$$\left. \begin{aligned} t_{11} y_1 &= b_1 \\ t_{12} y_1 + t_{22} y_2 &= b_2 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ t_{1n} y_1 + t_{2n} y_2 + \dots + t_{nn} y_n &= b_n \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

и

$$\left. \begin{aligned} t_{11} x_1 + t_{12} x_2 + \dots + t_{1n} x_n &= y_1 \\ & t_{22} x_2 + \dots + t_{2n} x_n = y_2 \\ & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ & t_{nn} x_n = y_n \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Отсюда последовательно находим:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \frac{b_1}{t_{11}} \\ y_i &= \frac{b_i - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} y_k}{t_{ii}} \quad (i > 1) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

и

$$\left. \begin{aligned} x_n &= \frac{y_n}{t_{nn}} \\ x_i &= \frac{y_i - \sum_{k=i+1}^n t_{ik} x_k}{t_{ii}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Изложенный способ решения линейной системы носит название метода квадратных корней.

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Москва, Наука, Численные методы, Главная редакция физ. мат. литературы, 2008.
2. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. Учебное пособие, Санкт – Петербург – Москва – Краснодар, 2009.
3. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа, Гос изд-во физ-мат. Лит., г. Москва 2007.
4. Курош А.Г., Курс высшей алгебры: Учебник. 16-изд., Изд. «Лань»; М.: Изд. «Физматкнига», 2010. – 432с.
5. Токочаков В.И. Практическое пособие по теме "Решение систем алгебраических и дифференциальных уравнений в среде MathCadWindows" для студентов всех специальностей дневного и заочного отделений. - Гомель: ГГТУ, 2011.

Макарова М.В.

Построение гарантирующих управлений, как способ обеспечения надежности объектов при моделировании

*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
(Россия, Санкт-Петербург)*

doi: 10.18411/lj-06-2020-54

idsp: ljjournal-06-2020-54

Аннотация

Исследуются объекты, математическими моделями которых являются линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. На эти объекты действуют возмущающие силы, которые имеют случайный характер. Известны их корреляционные функции и спектральные плотности мощности. Дается алгоритм построения гарантирующего управления, которое обеспечивает надежность рассматриваемых объектов.