Так как $(1+i^{al})(1+i^{alD/4})=2i^{al}$ при $D/4 \equiv 1(\text{mod } 4)$ и $(1+i^{al})(1+i^{alD/4})=2$ при $D/4 \equiv -1(\text{mod } 4)$, то получаем совпадение формул.

В случае нечетного α , после проведения некоторых вычислений, также получим совпадение формул.

6 случай. Пусть $q=2^\alpha$, $\alpha \geq 2$, $(\delta_F/4, 2^\alpha)=2$. Тогда, используя лемму 7 [4], будем иметь: $G(4, l)=0$; $G(2^\alpha, l)=2^{\alpha+1}(1+i^{al})\exp\left(\frac{2\pi ialD/8}{8}\right)$, если α – четное, и $G(2^\alpha, l)=2^{\alpha+1}(1+i^{alD/8})\exp\left(\frac{2\pi ial}{8}\right)$, если α – нечетное.

В работе [5] этому случаю соответствует лемма 13:

$$G(2^\alpha, l) = \begin{cases} i^{al} \cdot 2^{\alpha+1} \sqrt{2}, & \text{если } D/8 \equiv 1(\text{mod } 4), \\ 2^{\alpha+1} \sqrt{2}, & \text{если } D/8 \equiv -1(\text{mod } 4). \end{cases}$$

Заметим, что значения для суммы Гаусса $G(4, l)$ не совпадают. В остальных случаях, можно доказать, что формулы равны.

Выводы.

1. В работе С.А. Гриценко представлен более общий случай точных формул для двойных сумм Гаусса, а именно рассматриваются точные формулы для $G(q, l, \overline{m})$. В работе У.М. Пачева, Р.А. Дохова представлен частный случай формул для $G(q, l) = G(q, l, \overline{0})$.

2. Точные формулы для $G(q, l)$, полученные У.М. Пачевым и Р.А. Доховым более удобны для использования, чем формулы С.А. Гриценко, представленные для степеней простых чисел, входящих в разложение числа q .

3. Присутствуют некоторые несоответствия в полученных точных формулах.

4. В работе [5] отсутствуют случаи $q=2$, $(\delta_F, 2)=2$ и $q=4$, $(\delta_F/4, 2^\alpha)=2$.

1. Малышев А.В. О представлении целых чисел положительными квадратичными формами // Труды математического института им. В.А. Стеклова АН СССР. – 1962. – Т. 65. – С. 3–212.
2. Хассе Г. Лекции по теории чисел. – М.: Иностранная литература, 1953. – 519 с.
3. Айерлэнд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. – М.: Мир, 1987. – 416 с.
4. Гриценко С.А. О функциональном уравнении одного арифметического ряда Дирихле // Чебышевский сборник. – 2003. – Т. 4. – Вып. 2. – С. 53–67.
5. Пачев У.М., Дохов Р.А. О двойных суммах Гаусса, соответствующих классам идеалов мнимого квадратичного поля // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Математика. Физика. – 2013. – № 19(162). – Вып. 32. – С. 108–119.

Красникова Л.М.

Проблема поиска эффективных методов использования компьютерных технологий как нового дидактического средства изучения геометрии в школе

*Ставропольский государственный педагогический институт
(Россия, Ставрополь)*

doi:10.18411/lj-05-2018-77

idsp: 000001:lj-05-2018-77

Аннотация

В статье рассматривается проблема поиска эффективных методов использования компьютерных технологий на примере исследования свойств окружности девяти точек в интерактивной геометрической среде GeoGebra, а также на примере других современных

программ как трехмерной геометрии, так и двухмерной. Акцентируется внимание в рассмотрении данных программ на такие возможности интерактивной геометрической среды как наглядность, моделирование, динамика, использование которых приносит инновации в традиционную методику преподавания геометрии.

Ключевые слова: интерактивная геометрическая среда; ИГС GeoGebra; информационно-коммуникационные технологии в геометрии.

Abstract

The article deals with the problem of finding effective methods of using computer technologies on the example of studying the properties of the circle of nine points in the interactive geometric environment GeoGebra, as well as on the example of other modern programs such as three-dimensional geometry and two-dimensional. The attention in the consideration of these programs is focused on such possibilities of interactive geometric environment as visibility, modeling, dynamics, the use of which brings innovation in the traditional methodology of teaching geometry.

Keywords: dynamic geometry software, software GeoGebra, information and communication technologies in geometry.

Традиционно в средних школах большое значение придается изучению математики. Математика рассматривается как один из профилирующих предметов в школе. Это объясняется той огромной ролью математики в формировании материалистического мировоззрения учащихся и в развитии таких важных качеств личности как умение мыслить логически и пространственно, умение четко и лаконично выражать свои мысли и, что особенно важно на современном этапе, умение использовать электронно-вычислительную технику для обработки и передачи информации, а также для решения математическими методами прикладных задач.

Одной из основных математических дисциплин школьного курса является – геометрия. Значимость которой определяется необходимостью ее применения при решении прикладных задач. Геометрия, как учебный предмет, обладает уникальными возможностями для решения главной задачи общего математического образования – целостного развития и становления личности средствами математики. Развитие учащихся средствами геометрии направлено на формирование их познавательных способностей, в том числе к пространственному мышлению. Недостатки в освоении геометрии могут привести к серьезному ущербу миропонимания у школьника. Поэтому развитие геометрического мышления должно выходить за временные рамки курса геометрии как школьного предмета.

Геометрия является одним из самых сложных предметов для школьников. Такой вывод следует если проанализировать результаты ГИА и ЕГЭ по математике: школьники либо не выполняют геометрические задачи вообще, либо решают только задачи планиметрии, и лишь незначительная часть учеников на экзамене приступает к решению стереометрических задач, при этом не многие получают положительный результат.

Практика показывает, что одной из причин сложившейся ситуации является использование традиционной методики преподавания геометрии: «школьный учебник и сложившаяся у нас традиция преподавания привели к представлению о том, что основная цель обучения геометрии - развитие логического мышления у школьников...» [3, с. 59]. Данная методика используется в ущерб образным компонентам мышления. Поэтому в последнее время многие исследователи занимаются поиском путей совершенствования методики обучения геометрии, основанного на оптимальном сочетании наглядно-образного и логического мышления.

В качестве одной из методик преподавания геометрии, позволяющей применять нетрадиционные методы к изучению различных вопросов геометрии является использование современных информационно-коммуникационных технологий (ИКТ).

Вопросам разработки и использования новых информационных технологий в обучении геометрии посвящены многочисленные труды педагогов и методистов. В их работах рассмотрено использование компьютерной техники и программных средств для моделирования геометрических объектов и их преобразований, решения задач и проведения количественных расчетов, разработка учащимися алгоритмов и программ на базе компьютеров, осуществление контроля и стандартизированного контроля знаний[6]. Важно отметить что применение ИКТ как средства обучения не должно сводиться к простой иллюстрации устного изложения учебного материала, а должны быть задействованы все его возможности: наглядность, моделирование, динамика.

Свойство интерактивности геометрической среды позволяет [4, с. 59]:

- выполнять построение чертежа для вводимых пользователем исходных данных;
- изменять параметры объектов при сохранении общего алгоритма построения чертежа;
- получать сведения о свойствах изображенных фигур;
- проводить компьютерный эксперимент с целью сбора данных о свойствах изучаемого объекта или наблюдения за характером изменения его свойств.

Существующие ИКТ можно условно разделить на несколько типов, так к программам простейшего типа относятся интерактивные графические пакеты, позволяющие выполнять геометрические построения с помощью математических объектов, задавая разнообразные соотношения между ними. Их можно разделить на два вида: программы (2D) геометрия на плоскости и программы (3D) геометрия в пространстве.

Для изучения курса стереометрии можно использовать программу трехмерной геометрии GeoGebra. Эта программа обладает простым интерфейсом пользователя, имеет русскоязычную версию, но при этом обладает достаточно обширным потенциалом.

Так, например, в среде программы можно построить окружность Эйлера, т.е. окружность, которая проходит через середины сторон произвольного треугольника, основания его высот и середины отрезков, соединяющих вершины с точкой пересечения высот треугольника (рисунок 1). Иначе говоря, это геометрические конструкции, применяемые для упрощения восприятия логических связей между предметами, понятиями и явлениями. Эти диаграммы впервые появились в работах Леонарда Эйлера. Использование кругов Эйлера добавляет наглядность при решении сложных прикладных задач, делая многие связи вполне очевидными и наглядными. Задачи, решенные с помощью кругов Эйлера, являются еще одними из красивейших задач стереометрии. Возможности GeoGebra позволяют не только достаточно быстро построить окружность девяти точек, используя готовые инструменты среды, но и продемонстрировать в динамике ее свойства.

Рис.1 «Окружность девяти точек».

Можно указать еще множество программ, позволяющих упростить изучение школьного курса геометрии и курса геометрии в высших учебных заведениях. Такие как, например, «Живая геометрия» - которая является результативным средством изучения и понимания геометрии для широкого спектра пользователей от учеников от пятого класса до студентов вуза, хотя в большинстве своем она рассчитана на поддержку школьного курса геометрии и алгебры. Данная программа демонстрирует свою полную мощь при динамической работе с евклидовой и неевклидовой геометрий, алгеброй, тригонометрией, приближенными вычислениями и расчетами. Меняющийся, визуальный метод «Живой геометрии» помогает школьникам приобретать необходимые навыки манипуляции математическими объектами. Данный опыт составляет ту базу, которая им нужна для дальнейшего изучения геометрии.

Количество программ, где обучающимся предоставляется информационная среда, благодаря которой можно выполнять любые аналоги построений с помощью циркуля и линейки, постоянно возрастает. Это замечательные технические инструменты, которые пришли на смену школьным принадлежностям, таким как карандаш, линейка и циркуль. Аккуратно, точно, красочно, а главное быстро можно выполнить практически любые геометрические построения и операции, ввести привычные обозначения, автоматически измерить длины и так далее. Эти программы могут не только строить аккуратные и точные чертежи, но и изменять уже готовый чертёж, перемещая одну из точек или прямых, построение самого чертежа при этом сохраняется. В некоторых таких программах предусмотрена анимация.

К очевидным достоинством данных программ относится то, что:

- не нужно задумываться о положении базовых точек (когда мы строим чертеж на бумаге может получиться так, что в одном его месте точек много, а в другом мало, в таком случае мы его перерисовываем);
- предоставляется возможность легко проверить построение;
- можно организовать самостоятельную поисковую деятельность.

Так, например, программа «Свободная плоскость. СвоП 2.0» помогает в построении геометрических чертежей и их детального анализа. С помощью этой программы можно отметить точку, провести прямую, луч, окружность и так далее. При изучении темы треугольники можно осуществлять различные изменения формы треугольника и сделать вывод о том, что медианы треугольника пересекаются в одной точке, а также можно провести соответствующие измерения и выяснить, в каком отношении делятся медианы их точкой пересечения [1]. Также в ней можно изменять размеры построенных фигур, выполнять повороты и симметрично отражать относительно точки или прямой. Программу уместно использовать при решении задач по геометрии на стадии исследования.

Программа «ПланиМир» представляет особый интерес для учителя математики, так как содержит хорошо разработанный геометрический практикум по теме «Построение с помощью циркуля и линейки». А также в ней есть поурочная методическая разработка, что позволяет даже на первом этапе знакомства с программой легко проводить уроки. «Геометрический практикум» составлен в соответствии с существующими учебниками школьного курса геометрии. Каждый его раздел содержит задачу на построение, например, о построении биссектрисы угла с пошаговым доказательством справедливости построения. Раздел «Свободная работа» позволяет решать практически любые задачи на построение. В программе также предлагаются две задачи для самостоятельного решения.

Еще одна программа, позволяющая упростить изучение геометрии это «3DSecBuilder». Эта программа очень удобна для построения пространственных фигур, так как содержит различные заготовки, которые можно увеличивать или уменьшать, поворачивать, включить режим анимации и наблюдать вращение тела в пространстве, а самое главное в ней можно построить сечение[5].

Очевидно, что использование широких возможностей интерактивной геометрической среды позволяет изменить традиционные подходы к изучению многих сложных вопросов геометрии, как было показано на примере задачи Эйлера. По сравнению с традиционными наглядными средствами ИГС как инновационная технология изучения геометрического материала предоставляет качественно новые дидактические возможности.

1. Использование информационных технологий в обучении геометрии -2010. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.bestreferat.ru/referat-249561.html> (дата обращения: 15.02.2018).
2. Андрафанова Н.В., Назарян Д.С. Интерактивная геометрическая среда как средство компьютерной наглядности в обучении геометрии. Материалы международной научно-практической конференции «Информационные технологии в обеспечении федеральных государственных образовательных стандартов», Елец, 2014, с.76-80.
3. Андрафанова Н.В., Назарян Д.С. Интерактивная геометрическая среда как средство развития познавательного интереса школьников. Проблемы и перспективы развития образования в России, 2014. – №27, с.59-65.
4. Андрафанова Н.В., Назарян Д.С. Интерактивная геометрическая среда как средство развития познавательного интереса школьников. Проблемы и перспективы развития образования в России, 2014. – №27, с.59-65.
5. Бушкова Ольга Аркадьевна. Методические аспекты изучения курса геометрии в педагогическом вузе с использованием компьютерной системы Mathematica–2007 [Электронный ресурс]. URL: <http://nauka-pedagogika.com/pedagogika-13-00-02/dissertaciya-metodicheskie-aspekty-izucheniya-kursa-geometrii-v-pedagogicheskom-vuze-s-ispolzovaniem-kompyuternoy-sistemy-mathematica> (дата обращения: 17.02.2018).
6. Марюков Михаил Николаевич. Научно-методические основы использования компьютерных технологий при изучении геометрии в школе [Электронный ресурс]. URL: <http://nauka-pedagogika.com/pedagogika-13-00-02/dissertaciya-nauchno-metodicheskie-osnovy-ispolzovaniya-kompyuternyh-tehnologiy-pri-izuchenii-geometrii-v-shkole> (дата обращения: 16.02.2018).
7. Андрафанова Наталия Владимировна. Инновационные технологии в преподавании геометрии.-2015 [Электронный ресурс]. URL: <https://infourok.ru/statya-ob-ispolzovanii-ikt-v-prepodavanii-geometrii-421243.html> (дата обращения: 15.02.2018).
8. Крути Эйлера и примеры задач на логику [Электронный ресурс]. URL: <https://mozgportal.ru/razvitie-mozga/uprazhneniya/krugi-ejlera-i-primery-zadach-na-logiku.html> (дата обращения: 19.02.2018).