РАЗДЕЛ XVIII. ФИЗИКА

Виноградов Е.Л.

Преобразование пространственных координат и времени при переходе из инерциальной системы отсчета в неинерциальные*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
(Россия, Санкт-Петербург)*

doi:10.18411/lj-04-2018-128

idsp: 000001:lj-04-2018-128

Аннотация

В рамках релятивистской кинематики рассмотрены закономерности преобразования пространственных координат и времени при переходе из инерциальной неподвижной системы отсчета в системы, перемещающиеся ускоренно или замедленно (неинерциальные). Предложенные формулы использованы для расчета эффекта замедления течения времени в системах отсчета, движущихся с «околосветовыми» скоростями и оценки размеров Метагалактики.

Ключевые слова: релятивистская кинематика, системы отсчета, преобразования координат, время, Метагалактика, закон Хаббла.

Abstract

In the framework of relativistic kinematic we have studied the transformation of spatial coordinates and time in the transition from inertial reference system in systems, moving with acceleration or deceleration (non-inertial). The proposed formulas are used to calculate the deceleration of time in non-inertial systems, moving with enormous velocities, and to estimate the size of Metagalaxy.

Keywords: relativistic kinematic, reference systems, transformation of coordinates, time, Metagalaxy, Hubble law.

Один из важнейших разделов современной физики, называемый релятивистской кинематикой или специальной теорией относительности (СТО) представляет собой яркую демонстрацию атрибутов этой основополагающей естественнонаучной дисциплины – ее экспериментальный характер и абсолютную логичность, свойственную математике [1]. Во-первых, СТО базируется на двух сформулированных Пуанкаре и Эйнштейном постулатах, которые обобщают огромное количество опытных данных, свидетельствующих об однородности и изотропности пространства, однородности и однонаправленности времени (можно сказать – на двух физических аксиомах). Во-вторых, справедливость выводов СТО (физических теорем) при всей их кажущейся парадоксальности математически строго доказывается – точно так же, как в рамках евклидовой планиметрии однозначно определяются, опираясь на совокупность «несомненных истин» (аксиом и постулатов), свойства двумерных фигур.

В специальной теории относительности доказано, что:

- пространственные координаты и время $\{x, y, z, t\}$, измеренные в неподвижной инерциальной системе отсчета I, неразрывно связаны с характеристиками системы отсчета II $\{\xi, \eta, \zeta, \tau\}$, также инерциальной, равномерно перемещающейся относительно первой системы с постоянной скоростью $\vec{v}_0$ таким образом, что горизонтальные оси x и ξ обеих систем

лежат на одной прямой, а две другие пары их осей остаются параллельными; при этом выполняются преобразования Лоренца

$$x = (\xi + v_0 \tau) / \sqrt{1 - v_0^2 / c^2} \quad (1)$$

(v_0 меньше скорости распространения электромагнитных волн в вакууме c),

$$\xi = (x - v_0 t) / \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}, \quad (2)$$

$$t = (\tau + \xi v_0 / c^2) / \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}, \quad (3)$$

$$\tau = (t - x v_0 / c^2) / \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}; \quad (4)$$

— наблюдатель, который находится в системе I и измеряет скорость объекта $\frac{dx}{dt}$, движущегося в системе II по горизонтальной оси со скоростью $\frac{d\xi}{d\tau}$

, получает значение $\frac{dx}{dt} \neq \frac{d\xi}{d\tau} + v_0$, а именно,

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{d\xi}{d\tau} + v_0 \right) / \left(1 + \frac{d\xi}{d\tau} \frac{v_0}{c^2} \right); \quad (5)$$

— по наблюдениям из первой системы линейные размеры объекта, находящегося в подвижной системе, уменьшаются в направлении его перемещения вместе с этой системой,

$$l = \lambda \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}; \quad (6)$$

— время в системе отсчета II течет медленнее, чем в системе неподвижной,

$$\Delta\tau = \Delta t \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}. \quad (7)$$

Последний из приведенных здесь выводов СТО выглядит предельно неправдоподобным – настолько он противоречит повседневному «бытовому» опыту. Тем не менее, возрастание временных интервалов с изменением способа их измерения ($\Delta t > \Delta\tau$) вполне достоверно: это положение СТО представляет собой итог безупречных математических преобразований исходных экспериментально обоснованных уравнений, к тому же, оно убедительно подтверждено рядом опытов, включая определение времени жизни Δt мюонов, разогнанных до «околосветовой» скорости 0,9994 c в кольцевом ускорителе CERN; оказалось, что в этом случае Δt превышает $\Delta\tau$ в три десятка раз (!) [2]. На практике эффект релятивистского замедления времени учитывается при снятии показаний бортовых часов спутниковых навигационных устройств.

Рассматриваемая в СТО движущаяся система отчета является зеркальным отражением неподвижной: обе они инерциальны (в системе II точно так же не действуют силы инерции, как и в системе I); первая система удаляется от второй с той же скоростью v_0 (по модулю); с точки зрения наблюдателя, находящегося в системе II, отстают часы не его, неподвижного, а хронометр коллеги, удаляющегося вместе с системой I. Однако, если вторая система отсчета начинает перемещаться не равномерно, а ускоренно или замедленно, то рассматривать ее как аналог системы неподвижной уже невозможно – в ней действуют силы инерции, не характеризующие какие-либо реальные взаимодействия объектов, эта система становится неинерциальной. В изменившейся ситуации

преобразования Лоренца (1)-(4) требуют модифицирования, например, такого, которое предлагается в настоящей работе.

Допустим, в центре координатной системы $\{\xi, \eta, \zeta\}$ располагается неподвижный объект и для него $\xi = 0$, $\frac{d\xi}{d\tau} = 0$. Значит, как следует из уравнения (5), $\frac{dx}{dt} = v = v_0$ – скорость этого объекта, равномерно удаляющегося вместе с системой отсчета II от наблюдателя, пребывающего в центре координатной системы $\{x, y, z\}$, совпадает со скоростью системы II. Если же в начальный момент времени система отсчета II начинает перемещаться с постоянным ускорением a и увеличивающейся скоростью $v(t) = at$, то естественно предположить, что и в новых обстоятельствах $\frac{dx}{dt} = v = v(t)$.

Однако наблюдатель, находящийся в любой точке неподвижной системы I, никогда не сможет зафиксировать безграничное возрастание скорости движущегося объекта, поскольку в соответствии с положениями специальной теории относительности в любой момент времени $v(t) < c$, и $v(t) \sim c$ лишь в неопределенно далеком будущем – при $t \rightarrow \infty$.

Точно определить вид функциональной зависимости $v(t)$ скорости разгоняемого объекта от времени разгона $0 < t < \infty$ – достаточно сложная проблема. Но совсем нетрудно аппроксимировать эту зависимость непрерывной монотонной функцией, линейной на одном конце значений аргумента и стремящейся к пределу $c = \text{const}$ на другом. В частности, можно считать, что

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = c \left[1 - \exp\left(-\frac{at}{c}\right) \right]. \quad (8)$$

Тогда уравнение (1) заменяется на равенство

$$x = \int_0^t v(t) dt = ct + \frac{c^2}{a} \exp\left(-\frac{at}{c}\right) - \frac{c^2}{a}, \quad (9)$$

указывающее на квадратичную зависимость длины начального отрезка пути объекта от времени (при $t \rightarrow 0$, как в классической кинематике материальной точки, $x = at^2/2$). Кроме того, выясняется, что в рамках указанных допущений при ускоренном приближении объекта к неподвижному наблюдателю

$$v(t) = -c \left[1 - \exp\left(-\frac{at}{c}\right) \right], \quad (10)$$

$$x = -ct - \frac{c^2}{a} \exp\left(-\frac{at}{c}\right) + \frac{c^2}{a}. \quad (11)$$

Если объект, удаляющийся от наблюдателя со скоростью $\vec{v}_0$, в момент $t = 0$ начинает двигаться равнозамедленно, то вплоть до остановки при $t = v_0/a$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = v_0 - at; \quad (12)$$

за указанный промежуток времени он проходит путь

$$x = v_0 t - at^2/2. \quad (13)$$

Кинематика объекта, который за время $\Delta t = v_0/a$ равнозамедленно приближается к наблюдателю и, в конце концов, останавливается, описывается формулами, подобными (12) и (13):

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -v_0 + at, \quad (14)$$

$$x = -v_0 t + at^2/2. \quad (15)$$

Покажем теперь, каковы в свете сделанных предположений различия в результатах измерения временных промежутков Δt и $\Delta \tau$. Для этого недостаточно в формуле (7) заменить постоянную скорость v_0 на функцию $v(t)$ (12) (или (14)) – нужно еще иметь в виду однонаправленность времени, невозможность возвращения в прошлое. Интервалы Δt и $\Delta \tau$ имеют положительные значения, также положительная разность $(\Delta t - \Delta \tau)$ с течением времени возрастает до тех пор, пока система отсчета II не останавливается. С учетом сказанного при ускоренном перемещении этой системы по оси x в любом направлении

$$\Delta \tau = \int_0^{\Delta t} \left[1 - \left(1 - e^{-at/c} \right)^2 \right]^{1/2} dt, \quad (16)$$

а в случаях замедленного удаления неинерциальной системы II к системе инерциальной (неподвижной) до остановки и замедленного сближения двух систем

$$\Delta \tau = \int_0^{\Delta t} \left[1 - \left(\frac{v_0 - at}{c} \right)^2 \right]^{1/2} dt. \quad (17)$$

Оценим величину эффекта замедления хода времени в подвижной системе отсчета при ее разгоне и последующем торможении, точнее, внутри массивного объекта, находящегося в ее центре.

Представим, что происходят события, фантастические, но не сопряженные с нарушениями физических законов: с Земли в дальний космос запускается автоматический возвращаемый зонд – на расстояние $R \sim 5 \cdot 10^{16} \text{ м}$ (около пяти световых лет), отделяющее Млечный Путь от ближайших галактик. На первом этапе зонд разгоняется с начальным ускорением $a = 10^3 \text{ м/с}^2$ до скорости $v_k = 3 \cdot 10^7 \text{ м/с} = 0,1c$. Понятно, при таких условиях релятивистские эффекты должны проявляться, хотя и не слишком ярко. Длительность разгона определяется, исходя из равенства (8), она составляет $3,15 \cdot 10^4 \text{ с}$. За это время зонд проходит путь (см. формулу (9)) $0,45 \cdot 10^{12} \text{ м} \ll R$, так что по завершении первого этапа задуманное исследование межгалактического пространства, можно считать, еще не начиналось. После выключения ракетного двигателя аппарат на втором этапе летит с постоянной скоростью, связанная с ним система отсчета является инерциальной (за исключением моментов корректировки его траектории). Длится этот этап по часам находящегося на Земле наблюдателя $1,67 \cdot 10^9 \text{ с}$ (приблизительно 55,5 лет), а по бортовым часам космического аппарата, как показывают расчеты по формуле (7) – $1,66 \cdot 10^9 \text{ с}$. События, происходящие на третьем этапе путешествия зонда (при его торможении), несущественны; в этом отношении третий этап от первого ничем не отличается. Далее возвращаемый космический аппарат преодолевает расстояние R в обратном направлении, двигаясь фактически равномерно со скоростью $v_k = 3 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.

Суммарное время его пребывания в космосе $\Delta t_{\Sigma} = 2R/v_k \approx 3,34 \cdot 10^9$ с (около 111 лет). За этот немалый срок бортовые часы вернувшегося на Землю зонда отстанут от часов наблюдателя на 1,11 года.

Очевидно, чем ближе скорости исследуемых физических объектов к пределу $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, тем заметнее релятивистские эффекты, включая обсуждаемое выше несовпадение отсчетов временных интервалов Δt_{Σ} и $\Delta \tau_{\Sigma}$. К числу таких сверхбыстрых объектов относятся не только нестабильные элементарные частицы с массами $\sim 10^{-28}$ кг [2], но и сверхтяжелые космические объекты (имеются в виду элементы Метагалактики, расширяющейся после Большого Взрыва, то есть галактики и квазары). Кстати, количество таких объектов, по-видимому, огромно – порядка 10^{11} - 10^{12} ; скорости и расстояния до Млечного Пути примерно двух сотен из них измерены с точностью $\sim 10\%$ [3]. Оказалось, что астрономические объекты, удаленные от Млечного Пути на $R \sim (25 \div 100) \times 10^{21}$ м, перемещаются с громадными скоростями v (вплоть до 0,98 с), причем, в большинстве случаев они не приближаются к земному наблюдателю, а удаляются от него, то есть существует тенденция возрастания скоростей «убегания» наблюдаемых галактик с увеличением R .

В 1929 г. Э. Хаббл, суммируя результаты выполненных к тому времени опытов, предложил простую формулу

$$v = HR, \quad (18)$$

где H – постоянная Хаббла, принимаемая равной $2,3 \cdot 10^{-18}$ 1/с. Декларируемая формулой (18) пропорциональность скорости «разбегания» галактик и квазаров величине R впоследствии была названа законом Хаббла.

Для формирования современной космологии как науки этот закон имеет огромное значение, так как общепризнанные представления о возникновении «всего сущего» при Большом Взрыве некой сверхплотной и сверхнагретой субстанции (черной дыры) начали складываться после установления факта «разбегания» элементов Метагалактики. Тем не менее, закон Хаббла нельзя отнести к числу физических аксиом по следующим причинам:

1) Существует небольшое количество галактик, которые приближаются к земному наблюдателю, а не удаляются от него. В их числе, например, ближайшая соседка Млечного Пути – туманность Андромеды.

2) Скорость v в формуле (18) – это так называемая лучевая скорость, то есть проекция «полной» скорости $\vec{V}$ наблюдаемого объекта на линию, соединяющую его с наблюдателем. Строго говоря, нет оснований предполагать, что скорости $\vec{V}$ и, тем более, лучевые скорости всех равноудаленных от Млечного пути галактик и квазаров одинаковы или близки. Такое предположение наглядно опровергается результатами измерения величин v и R , образующих в «пространстве» $v - R$ облако точек, ширина которого достигает 10^6 м/с.

3) Приемленность закона Хаббла проверена для космических объектов, удаленных от Млечного Пути «только» на $\sim 10^{23}$ м, в то время как самая далекая из обнаруженных галактик находится на расстоянии от земного наблюдателя $\sim 10^{26}$ м – в тысячу раз большем. Сопоставление приведенных чисел вызывает серьезные сомнения в том, что действие этого закона распространяется на всю Метагалактику.

4) Если путь x , пройденный изучаемым объектом, и скорость прохождения пути $\frac{dx}{dt}$ связаны уравнением типа (18), то обе эти величины возрастают с течением времени одинаково безгранично – по экспоненте и никак иначе:

$$x = x_0 \exp(Ht), \quad \frac{dx}{dt} = x_0 H \exp(Ht) = x H.$$

Однако скорость любого объекта, как бы она не увеличивалась, в соответствии с положениями специальной теории относительности не может превысить скорость распространения электромагнитного излучения в вакууме. Значит, уравнение (18) – всего лишь несовершенная аппроксимация реальной зависимости $v = f(R)$, теряющая свою полезность с увеличением R до значений, превышающих 10^{23} м. В таком случае имеет смысл рассмотреть движение элементов Метагалактики с учетом формул (8) и (9), которые аппроксимируют временные зависимости $v(t)$ и $x(t)$ при изменении аргумента в бесконечно широком интервале, $0 < t < \infty$.

Равенства (8)-(9) приводятся к виду

$$at = -c \ln(1 - v/c), \quad (19)$$

$$aR = cat - cv; \quad (20)$$

если известны скорость неинерциальной системы отсчета, которая связана с удаляющимся космическим объектом, обнаруженным на измеренном расстоянии R от Млечного Пути, то не составляет труда по уравнениям (19)-(20) рассчитать время достижения этой скорости и ускорение объекта.

Учитывая физический смысл лучевой скорости, а также неточность закона Хаббла, следует заключить, что быстроту «разбегания» галактик и квазаров нужно оценивать по максимальному значению $v = f(t)$ из нескольких величин, полученных спектроскопическим методом (по красному смещению линий в спектрах излучения наблюдаемых объектов) и относящихся приблизительно к одному и тому же расстоянию R до этих объектов, которое должно определяться независимо – например, методом фотометрии (путем измерения яркости звезд-цефеид).

Экспериментально установлено, что при $R \approx 3 \cdot 10^{22}$ м скорость удаления элементов Метагалактики от Млечного Пути около $0,8 \cdot 10^6$ м/с, а с увеличением указанного расстояния вдвое галактики «разбегаются» со скоростью $\sim 1,1 \cdot 10^6$ м/с [3]. Из этих данных следует:

- ускорение космических объектов исчезающе мало ($\sim 0,8 \cdot 10^{-10}$ м/с²), по сути, они перемещаются равномерно;
- те из них, для которых $R \approx 3 \cdot 10^{22}$ м, проделали этот путь за $\sim 10^{16}$ с, а другие, преодолевшие расстояние $6 \cdot 10^{22}$ м – приблизительно за $1,4 \cdot 10^{16}$ с.

Допустим, галактики, наиболее удаленные от Млечного Пути, имеющие скорость порядка $0,98$ с, перемещались после Большого Взрыва к границе доступной для наблюдения Метагалактики с тем же ускорением $\sim 0,8 \cdot 10^{-10}$ м/с², что и более медленные космические объекты. Тогда из уравнений (19)-(20) следует, что такие «метегалактические экспрессы» достигли границу за $\sim 1,5 \cdot 10^{19}$ с, удалившись за это время от земного наблюдателя на $34 \cdot 10^{26}$ м. Таким образом, приведенная здесь оценка размеров Метагалактики в 25 раз превышает так называемое хаббловское расстояние $D_H = c/H \approx 1,4 \cdot 10^{26}$ м, которое, на самом деле, рассчитывалось без учета невозможности преодоления скоростного предела $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Кратко подведем итоги.

В настоящей статье предложены формулы, описывающие в рамках релятивистской кинематики закономерности преобразования характеристик пространства-времени при переходе из неподвижной системы отсчета в системы,

перемещающиеся ускоренно и замедленно, в частности, с изменяющимися «околосветовыми» скоростями.

Показано, что течение времени в движущихся системах необратимо замедляется вне зависимости от направлений их скоростей и ускорений.

Применительно к решению проблем космологии обоснована некорректность использования закона Хаббла и полученных спектральным методом значений скоростей галактик в целях определения расстояний до этих элементов Метагалактики.

1. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. – М.: Мир, 1972. – С. 220 – 260.
2. Bailey J. et al. Measurements of relativistic time dilatation for positive and negative muons in a circular orbit // Nature. – 1977. – Vol. 268. – №5618. – P. 301 – 305.
3. Ефремов Ю. Н. Постоянная Хаббла. [Электронный ресурс www.astronet.ru/db/msg/1198710].