поверхности. Сумма обратных координат таких точек есть постоянное число и равно $\frac{4}{k}$.

1. Асланян Л.Х. Алгоритм решения диофантовых задач Эрде́ша-Штрауса и В. Сierпинского, части I и II. Ереван, 2015. TimetoPrint.
2. Асланян Л.Х. Исследование алгоритма решения диофантовых задач вида $4/k=1/x+1/y+1/z$ сформулированного Эрде́шом. Научный журнал "Вестник" СГУГиТ (Сибирского государственного университета геодезии и технологии), N 3 (35), 2016, стр. 57-67.
3. Асланян Л.Х. Решение гипотезы П. Эрде́ша, В. Сierпинского, А. Шинцеля, Л. Асланяна, LAR LAMBERT, Academic Publishing, Германия, 2017, код 918-3-330-05-946-7, стр. 23-25.
4. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., "Наука", 1981.
5. Сierпинский В. (Wacław Sierpiński). Сто простых, но одновременно и трудных вопросов арифметики (перевод Голубева). М., 1961.
6. Хрестоматия по истории математики, под редакцией А.П. Юшкевича, Москва, "Просвещение", 1976.
7. Гипотеза Эрде́ша-Штрауса (электронный ресурс), Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Гипотеза_Эрде́ша_—_Штрауса.
8. Открытые проблемы. "Проблемы современной математики", отдел Теория чисел (электронный ресурс). Режим доступа: http://gruzdoff.ru/wiki/Египетские_дроби.

Хромова Н.Н.

Изучение свойств геометрических преобразований средствами программы «1С: Математический конструктор»

*КГУ им. К.Э. Циолковского
(Россия, Калуга)*

doi:10.18411/lj-04-2018-127

idsp: 000001:lj-04-2018-127

Аннотация

В статье раскрываются возможности проведения геометрических преобразований и экспериментального изучения их свойств в интерактивной среде «1С: Математический конструктор».

Ключевые слова: динамическая геометрия, математический эксперимент, «1С: Математический конструктор», геометрические инструменты, геометрические преобразования, осевая симметрия, параллельный перенос, движение, алгоритм построения.

Abstract

The article reveals the possibilities of geometric transformations and experimental study of their properties in an interactive environment "1C: Mathematical constructor".

Keywords: dynamic geometry, mathematical experiment, «1C: Mathematical constructor», geometric tools, geometric transformations, axial symmetry, parallel translation, motion, algorithm construction.

Уже более 20 лет в преподавании математики используются программы так называемой динамической геометрии, позволяющие проводить математические эксперименты. По цели использования можно выделить математические эксперименты трех видов:

- 1) эксперименты, направленные на открытие новых фактов и выдвижение гипотез;
- 2) эксперименты, подтверждающие теоретические результаты;
- 3) эксперименты, предназначенные для решения задач [1].

Все виды экспериментов имеют большое значение для успешного усвоения школьниками геометрического материала. Педагогические возможности динамической геометрии достаточно широки [2].

Кроме того, математический эксперимент является одним из важнейших методов формирования инновационной деятельности у будущих учителей математики [3].

Также благодаря программам компьютерной геометрии было открыто немало новых геометрических свойств, в частности – несколько новых замечательных точек треугольника.

В этой статье мы остановимся на возможностях изучения свойств геометрических преобразований средствами интерактивной среды «1С Математический конструктор», – лидера среди отечественных программ динамической геометрии.

Как известно, геометрические преобразования делятся на движения и подобия. Программа «1С: Математический конструктор» позволяет не только выполнять все геометрические преобразования по определению, но и предоставляет готовые инструменты: “Параллельный перенос”, “Поворот”, “Осевая симметрия”, “Гомотетия”, “Движение”, “Подобие”, “Линейное преобразование”, задаваемое матрицей. Центральную симметрию относительно точки O можно реализовать как поворот вокруг O на 180° .

Параллельный перенос, поворот, осевая и центральная симметрии относятся к движениям – преобразованиям, сохраняющим расстояние между точками. Эти факты можно наглядно доказать с помощью математических экспериментов.

Покажем, как, например, можно организовать экспериментальное доказательство того, что осевая симметрия является движением.

- 1) Зададим ось симметрии a . Отметим произвольно точки A и B .
- 2) Найдём образы A_1 и B_1 точек A и B при осевой симметрии относительно прямой a (инструмент “Осевая симметрия”).
- 3) Измерим расстояния AB и A_1B_1 (инструмент “Длина отрезка, окружности или дуги”). Они равны даже при достаточно большой точности измерения.

Перемещая точки A и B , можно наблюдать, что меняется расстояние между ними, но неизменным остаётся тот факт, что $AB = A_1B_1$ (рис. 1). Это значит, что осевая симметрия сохраняет расстояние между точками, следовательно, является движением.

Для удобства сравнения можно вычислить разность длин отрезков, – при всевозможных положениях исходных точек $AB - A_1B_1 = 0$.

Рисунок 1. Доказательство того, что осевая симметрия – движение.

При движениях фигура переходит в равную ей фигуру. Это также можно доказать экспериментально.

Например, алгоритм доказательства того, что при осевой симметрии окружность переходит в равную ей окружность, может быть следующим.

1) Изобразим ось симметрии a и произвольную окружность с центром O . Отметим на этой окружности точку M .

2) Построим образ M_1 точки M при осевой симметрии относительно a .

Двигая M , видим, что M_1 описывает окружность. Для большей наглядности можно поставить след на M_1 (инструмент “Рисовать/прекратить рисование следа”).

То, что получающаяся окружность равна данной, позволяет увидеть совпадение длин радиусов OM и OM_1 (рис.2).

Рисунок 2. Образ окружности при осевой симметрии

Еще более убедительным доказательством будет использование инструмента “Геометрическое место точек (ГМТ)”, где точкой-водителем будет точка M , а точкой-карандашом – точка M_1 . Полученное таким образом ГМТ полностью совпадет со следом, оставленным точкой M_1 . При этом с образом данной окружности можно будет работать как с обычной кривой.

С помощью математического эксперимента можно выявлять т.н. неподвижные точки геометрического преобразования – точки, для которых $A_1 = A$. Для этого надо попытаться найти такие положения точки A , при которых она совпадает со своим образом A_1 . Так, для осевой симметрии неподвижными являются все точки оси, а параллельный перенос не имеет неподвижных точек.

Экспериментальным путем можно обнаруживать фигуры, обладающие осевой (центральной) симметрией, а также находить положение этой оси (центра).

«1С: Математический конструктор» позволяет также выполнять композиции геометрических преобразований. При этом экспериментально можно обнаружить и доказать, что, например, композиция двух параллельных переносов является параллельным переносом, а композиция двух осевых симметрий (в общем случае) – поворотом.

Согласно теореме Шаля, любое движение плоскости является композицией не более чем трех осевых симметрий. Интересно обнаружить эти оси для каждого из известных геометрических преобразований. На рис.3 представлено экспериментальное доказательство того, что параллельный перенос на вектор $\vec{AB}$ является композицией двух осевых симметрий $S_b \circ S_a$, где $a \parallel b$, $a \perp \vec{AB}$, расстояние между осями a и b вдвое меньше длины вектора $\vec{AB}$.

Рисунок 3. Разложение параллельного переноса в композицию осевых симметрий

Аналогичные эксперименты можно проводить с преобразованиями подобия.

1. Хромова Н.Н. Учебный модуль «Математический эксперимент как новая форма активизации учебной деятельности школьников» // Материалы II региональной научно-практической конференции «Цифровые образовательные ресурсы в учебном процессе педагогического вуза и школы». – Воронеж: ВГПУ, 2008.
2. Булычев В.А., Булычева О.Г., Хромова Н.Н. Интерактивное обучение в среде «Математический конструктор». // Вестник КГУ имени К.Э.Циолковского. – Калуга: КГУ, 2013.
3. Хромова Н.Н. О компьютерном математическом эксперименте в процессе профессиональной подготовки будущего учителя математики. // Материалы международной научно-практической конференции «Проблемы непрерывного образования: проектирование, управление, функционирование». Ч. III. – Липецк: ЛГПУ, 2007.