Корнеев А.М., Лаврухина Т.В., Сметанникова Т.А.
Решение задачи оптимального распределения ресурсов МЧС методом динамического программирования

*Липецкий государственный технический университет
(Россия, Липецк)*

doi: 10.18411/lj-03-2021-05

idsp: ljjournal-03-2021-05

Аннотация

В статье приводится методика представления задачи распределения ресурсов в виде классической задачи динамического программирования, решение которой основано на принципе оптимальности Беллмана.

Ключевые слова: задача оптимального распределения ресурсов, принцип оптимальности Беллмана, динамическое программирование

Abstract

The article provides a technique for representing the resource allocation problem in the form of a classical dynamic programming problem, the solution of which is based on the Bellman optimality principle

Keywords: optimal resource allocation problem, Bellman's optimality principle, dynamic programming

В основе принципа оптимальности Беллмана в рамках задачи распределения ресурсов лежит задача динамического программирования.

Динамическое программирование – метод оптимизации, при котором возможно решение через последовательное решение подзадач, на которые может быть разбита основная задача. При этом зачастую каждая из подзадач может быть разбита дополнительно на подзадачи. Так может продолжаться бесконечно долго, пока не будет найдена подзадача, для которой решение известно.

Исходя из этого, метод динамического программирования определяет оптимальное решение, разделив исходную задачу на несколько шагов и находя решение для каждого шага. Важно понимать, что оптимизация процесса выполняется только для данного конкретного шага. Если принять то, что такая оптимизация всегда верна, это может привести к тому, что конечное решение может быть выбрано неверно, так как не всегда решение, выбранное в рамках одного конкретного этапа, будет верным и оптимальным в рамках всего процесса в целом. Из этого следует, что на каждом шаге существует задача выбора оптимального решения не только в рамках текущей подзадачи, но и в рамках всей задачи в целом.

Таким образом, можно сформулировать принцип оптимальности: если некоторая последовательность решений оптимальна, то на любом шаге последующие решения образуют оптимальную стратегию по отношению к результату предыдущих решений.

Проще говоря, вне зависимости от предыдущего состояния системы, выбирать оптимум на данном конкретном шаге необходимо так, чтобы суммарный выигрыш или проигрыш на данном конкретном этапе и на всех последующих этапах был бы наибольшим или наименьшим в зависимости от поставленной задачи.

Исходя из этого, поставленную задачу оптимизации можно разделить на два этапа:

1) Обратный ход. При обратном ходе происходит поиск «условно-оптимальных» решений. Изначально известно: конечное состояние системы, которое необходимо достичь. Из этого состояния последовательно получаем решения к

начальному состоянию. Таким образом, при обратном ходе происходит последовательный поиск решения, начиная с самого последнего и заканчивая первым;

2) Прямой ход. После обратного хода получено множество «условно-оптимальных» решений. Теперь, когда известно начальное состояние системы необходимо отбросить неоптимальные решения, получив, таким образом, оптимум для всего процесса в общем.

Для применения данного метода необходимо определить некую математическую модель. В свою очередь, чтобы получить некоторое математическое представление задачи необходимо ввести ряд обозначений:

$x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_0$ – каждое из обозначений представляет собой последовательность тех состояний, в которых система может находиться перед соответствующим шагом – перед n шагом, перед $n-1$ и так далее до 1 шага.

$z_1(x_{n-1}), z_2(x_{n-2}), \dots, z_n(x_0)$ – последовательность «условно-оптимальных» решений приращения целевой функции, начиная с последнего и заканчивая первым.

$u_n, u_{n-1}, \dots, u_1$ – каждое из обозначений представляет собой множество тех действий или управлений, которые применяются на соответствующем шаге – на n шаге, перед $n-1$ и так далее до 1 шага.

Таким образом, можно построить ряд рекуррентных соотношений для обратного хода:

$$\begin{aligned} z_1(x_{n-1}) &= \max_{u_n} (F_n(x_{n-1}, u_n)) \\ z_2(x_{n-2}) &= \max_{u_{n-1}} (F_{n-1}(x_{n-2}, u_{n-1}) + z_1(x_{n-1})) \\ z_n(x_0) &= \max_{u_1} (F_1(x_0, u_1) + z_{n-1}(x_1)) \end{aligned}$$

Данные рекуррентные соотношения называют функциональными уравнениями Беллмана. При этом $z_n(x_0)$ является последним, найденным на этапе обратного хода, решением. Оно является началом для этапа последующего прямого хода. Важно помнить, что в представленных рекуррентных соотношениях должен выполняться именно поиск максимума. В зависимости от поставленной задачи может выполняться поиск минимума. В этом случае в каждом рекуррентном соотношении максимум меняется на минимум.

Формулировка задачи оптимального распределения ресурсов заключается в том, что имеется ряд претендентов на получение ресурсов - филиалы фирмы или направления деятельности внутри организации, например, МЧС нужно выбрать куда вложить дополнительные ресурсы зимой: на тушение лесных пожаров, на охрану рек или на дополнительную разъяснительную работу с населением.

Ресурсы, рассматриваемые внутри задачи могут быть совершенно различными: финансы – имеется какая-либо денежная сумма, которую необходимо распределить между структурными образованиями; техника – необходимо распределить какое количество какой техники выделить на то или иное действие, тому или иному филиалу; люди – необходимо распределить людей по каким-либо структурным образованиям, например, отделению МВД необходимо решить, на какой участок дороги сколько сотрудников необходимо выделить.

Зачастую, в подобных задачах присутствует сезонность. Необходимо учитывать, что зимой, летом, весной и осенью перед структурным образованием могут стоять различные задачи, например, в рамках работы МЧС нет смысла выделять большие силы на тушение лесных пожаров зимой. Такие показатели часто отражены именно в исходных данных задачи [1-3].

Наконец, должен проследиваться исходный посыл задачи, в рамках которого необходимо решать задачу. Здесь важно понимать, что именно необходимо выполнить: максимизацию или минимизацию. Например, в одних задачах важно выполнить минимизацию возможных затрат в рамках работы предприятия, в других задачах необходимо максимизировать приносимую прибыль. В рамках МЧС может быть поставлена задача минимизации количества аварийных ситуаций, или минимизации

затрат на погашение последствий этих ситуаций. В конечном счёте, именно на основе данного посыла и строится целевая функция.

Рассмотрим задачу оптимального распределения заданного объема капиталовложений в несколько предприятий.

Пусть на реконструкцию и модернизацию 4-х своих филиалов фирма имеет возможность выделить 200 млн. руб. Ожидаемый прирост прибыли зависит как от финансируемого филиала, так и от объема этого финансирования. Однако, прирост прибыли в отдельно взятом филиале не зависит от вложенных средств в другие филиалы, а общая прибыль фирмы равна сумме всех приростов по филиалам. Следует определить оптимальное распределение капиталовложений между филиалами, максимизирующее общий прирост прибыли фирмы.

В данном случае речь идет об однократном распределении средств, и поэтому задача сама по себе не является динамической. Однако, ее можно наиболее просто решить, как «многошаговую», если объекты капиталовложений (филиалы) включать в рассмотрение последовательно, т.е. на каждом шаге к рассмотренным добавлять следующий.

При таком подходе можно использовать функциональные уравнения Беллмана. Для их решения в табулированном виде общий объем капиталовложений разбивается на N интервалов с шагом Δ (для нашей задачи положим $N=4$, тогда $\Delta=200/4=50$ млн. руб.). Т.е. значения функций, входящих в уравнения Беллмана, будут определяться только в точках, кратных (в нашем примере в точках 0, 50, 100, 150, 200).

Пусть ожидаемый прирост прибыли филиалов при соответствующих капиталовложениях задан таблицей 1.

Таблица 1.

Прирост прибыли филиалов

Кап. вложения	Прирост прибыли по филиалам			
	1	2	3	4
50	25	30	36	28
100	60	70	64	56
150	100	90	95	110
200	140	122	130	142

$C=200$ – общий объем распределяемых средств;

x – объем средств, выделяемых филиалам (на каждом шаге), $0 \leq x \leq C$.

$F_i(x_i)$ – ожидаемый прирост i -той фирмы при выделении ей x_i средств. Тогда целевая функция.

$$F = F_1(x_1) + F_2(x_2) + F_3(x_3) + F_4(x_4) \rightarrow \max$$

при ограничении $\sum x_i = C$, где $x_i > 0 \forall i \in [1,4]$

Схема решения.

1. Опишем обозначения стандартной задачи распределения ресурсов в рамках нашей задачи:

$z_1(x)$ – максимальная прибыль фирмы при выделении всех имеющихся средств одному первому филиалу;

$z_2(x)$ – максимальная прибыль фирмы при распределении средств между первым и вторым филиалом;

$z_3(x)$ – максимальная прибыль фирмы при распределении средств между всеми филиалами кроме последнего;

$z_4(x)$ – максимальная прибыль фирмы, если распределить имеющиеся ресурсы между всеми имеющимися филиалами.

Из исходных условий задачи становится виден ряд моментов:

$a * z_i(0) = 0 \forall i \in [1,4]$. Суть данного равенства в том, что если не выделять ресурсы на какой-либо филиал, то он не приносит прибыли вообще;

$z_4(C) = \max(F) = F^*$. Смысл данного равенства в том, что максимальную прибыль организация получает в том случае, если распределит все свои ресурсы между четырьмя филиалами.

2. «Обратный ход».

Рассмотрение задачи необходимо начать с распределения средств первому филиалу, в этом случае по определению прибыль будет составлять:

$$z_1(x) = F_1(x) \quad (1)$$

На основании формулы (1) можно составить распределение между первым и вторым филиалами. В этом случае второму филиалу выделяются средства в объёме x_2 . Но, так как весь объём имеющихся средств составляет x , первому филиалу достанется только $x - x_2$ имеющихся ресурсов. Таким образом, общая прибыль двух филиалов составит:

$$z_2(x) = \max_{0 \leq x_2 \leq C} (F_2(x_2) + z_1(x - x_2)) \quad (2)$$

Имея формулу (2), можно вывести аналогичное равенство и для распределения ресурсов между тремя филиалами. Итак, изначально количество ресурсов составляет x , третьему филиалу выделяются средства в объёме x_3 , следовательно, оставшиеся ресурсы $x - x_3$ распределяются между первым и вторым филиалами. В итоге, для трёх филиалов прибыль высчитывается по формуле:

$$z_3(x) = \max_{0 \leq x_3 \leq C} (F_3(x_3) + z_2(x - x_3)) \quad (3)$$

Для ясности выведем аналогичную зависимость для всех филиалов. Общее количество ресурсов – x , количество ресурсов, выделяемое четвёртому филиалу – x_4 , оставшиеся ресурсы, распределённые между тремя оставшимися филиалами – $(x - x_4)$. Получившееся отношение:

$$z_4(x) = \max_{0 \leq x_4 \leq C} (F_4(x_4) + z_3(x - x_4)) \quad (4)$$

Таким образом, расчёты с помощью составленных функциональных уравнений Беллмана (1) – (4) позволяют найти:

z_i – максимальную прибыль фирмы при распределении ресурсов фирмы между i -ым количеством филиалов;

F_i – ожидаемый прирост i -той фирмы при выделении ей x_i средств для всех возможных x .

Далее происходит этап прямого хода.

3. «Прямой ход».

Среди найденных на предыдущем этапе z_i и F_i необходимо найти такое z_4 , что $z_4(C) = F^*$ и оптимальное x_4^* такое, что $F_4(x_4^*) = F_4^*$. После этого осуществляется проход в обратную сторону, то есть зная результаты для распределения между четырьмя филиалами можно определить оставшиеся ресурсы для трёх.

Общий объём распределяемых ресурсов – C . Выбранное ранее оптимальное распределение для четвёртого филиала – x_4^* . Тогда ресурсы, которые можно распределить между оставшимися тремя филиалами – $(C - x_4^*)$. Исходя из этого, находим $z_3(C - x_4^*) = F^*$, затем находим оптимальное x_3^* такое, что $F_3(x_3^*) = F_3^*$.

После этого объём оставшихся на два филиала ресурсов составляет $(C - x_4^* - x_3^*)$. Из этого можно найти $z_2(C - x_4^* - x_3^*) = F^*$ и оптимальное x_2^* такое, что $F_2(x_2^*) = F_2^*$.

В конечном счёте, для одного филиала останется $(C - x_4^* - x_3^* - x_2^*)$, которое и является x_1^* , необходимо найти только соответствующий ему $F_1^* = F_1(x_1^*)$.

Таким образом, при решении данной задачи, мы получаем количество ресурсов, которые необходимо выделить каждому филиалу, а также размер прибыли, приносимой каждым филиалом в случае выделения ему соответствующих средств.

1. Korneev, A.M. Emergency risk situations computation for intellectual support in administration of decisions [Текст] / Korneev A.M., Salfetnikov M.V., Glazkova Y.A., Lavrukhina T.V., Abdullakh L.S. // Journal of Computational and Theoretical Nanoscience. 2019. Т. 16. № 1. С. 105-108.
2. Korneev, A.M. Computation intellectual support for administration of decisions on risks of emergency situations [Текст] / Korneev A.M., Salfetnikov M.V., Glazkova Y.A., Lavrukhina T.V., Abdullakh L.S. // Journal of Computational and Theoretical Nanoscience. 2019. Т. 16. № 1. С. 120-123.
3. Korneev, A.M. Mathematical modeling and optimization of risk analysis in emergencies [Текст] / Korneev A.M., Salfetnikov M.V., Glazkova Y.A., Lavrukhina T.V., Abdullakh L.S. // International Journal of Engineering and Technology(UAE). 2018. Т. 7. № 4.7. С. 209-211.

Корнюшко В.Ф., Кузнецов А.С., Колыбанов К.Ю.

**Оптимизация управления экспериментальными исследованиями процессов
смешения и структурирования эластомерных композитов с помощью
имитационных моделей**

*МИРЭА – Российский технологический университет
(Россия, Москва)*

doi: 10.18411/lj-03-2021-06

idsp: ljjournal-03-2021-06

Аннотация

В статье рассмотрены вопросы, касающиеся разработки имитационных моделей как средств информационной поддержки инженеров-технологов в практике их производственной деятельности. Показана целесообразность создания системы непрерывного профессионального обучения с использованием комплекса информационных систем, включающих имитационные модели. Применение таких информационных систем позволяют инженеру-технологу совершенствовать подходы к принятию решений в сложной технологической обстановке, когда управленческие решения неоднозначны и могут быть недостаточно эффективными, приводя к образованию брака продукции. Такой подход особенно эффективен в системе дополнительного непрерывного профессионального обучения и представляет собой расширенную модель информационной поддержки для оптимизации принятия решений на производстве многокомпонентных эластомерных композитов. В статье рассмотрена единая химико-технологическая система производства изделий из многокомпонентных эластомерных композитов, а также химико-технологические процессы смешения и структурирования эластомерных композитов как составляющие производственной химико-технологической системы. Предложена модель алгоритмической и информационной поддержки, основанная на интеллектуальной системе управления на основе комплексного анализа технологической информации, базе данных основной географической информации. Данная интеллектуальная информационная система является программной средой для дополнительного профессионального обучения операторов инженеров – технологов и одновременно – одним из инструментов для оптимизации управления экспериментальными исследованиями процессов смешения и структурирования эластомерных композитов на производстве изделий из эластомерных материалов.

Ключевые слова: имитационная модель, система управления, процессы смешения и структурирования, эластомерные композиты, информационная поддержка, алгоритмическое обеспечение процесса, оптимизация управления, дополнительное профессиональное обучение.