- 2) ежедневно на лугу вырастает - b единиц травы;
- 3) каждая лошадь за 1 день съедает - c единиц травы.

Тогда в первом случае, когда 48 лошадей съели всю траву на лугу за 19 дней, всего травы изначально было a единиц, и за 18 дней выросло еще $19 \cdot b$ единицы. Всего $a + 18 \cdot b$ единиц, и всю эту траву съели 48 лошадей, поедая каждая в один день c единиц, за 18 дней. Из этих зависимостей получаем следующее уравнение:

$$a + 18 \cdot b = 48 \cdot 18 \cdot c \quad (1)$$

Для второго случая получаем уравнение:

$$a + 58 \cdot b = 16 \cdot 58 \cdot c \quad (2)$$

Если искомое число дней обозначить через x , то получаем уравнение:

$$a + x \cdot b = 10 \cdot x \cdot c \quad (3)$$

В итоге мы получили три уравнения с четырьмя неизвестными. Затем, вычитая из уравнения (2) уравнение (1), получим $40 \cdot b = 64 \cdot c$, откуда находим $c = 0,625 \cdot b$ (4). Затем, подставляя выражение (4) вместо c в уравнение (1), определим, что $a = 522 \cdot b$ (5). Подставляя полученные значения (4) и (5) в уравнение (3) и, сокращая обе части полученного уравнения на b , получаем уравнение относительно x : $522 + x = 6,25x$. Отсюда находим, что $x = 99,4$. Таким образом, для 10 лошадей травы хватит на 99 дней.

Рассмотренные эвристические методы являются часто используемыми при решении математических задач [3]. При этом, необходимо дать возможность ученикам познакомиться с эвристическими методами решения математических задач, и сформировать умения их использовать при решении задач. Важно отметить, что среди рассмотренных нами методов нет единственного и верного метода, который подойдет для решения любого типа задач. В то же время, умение применять полученные знания на практике гарантируют развитие мыслительных процессов у учащихся.

1. Ильясов И.И. Система эвристических приёмов решения задач. – М.: Издательство Российского открытого университета, 1992. - 138 с.
2. Клепиков В.Н. Формирование математической картины мира в современном школьном образовании. Педагогика. -2017. - № 3. - С. 49-56.
3. Кулюткин Ю.Н. Эвристические методы в структуре решений - М.: Альфа-книга, - 2013. - 325 с.
4. Шуба М.Ю. Учим творчески мыслить на уроках математики. - М., 2012. -218 с.
5. Хуторской А.В. Методы эвристического обучения. Школьные технологии, №1-2. - 1999. С.233-243.

Гамова Н.А., Безводицкий А.В., Каляда К.Д.

Математическое обоснование спутниковой геодезической съемки

Оренбургский государственный университет

(Россия, Оренбург)

doi: 10.18411/lj-02-2021-54

idsp: ljjournal-02-2021-54

Аннотация

В нашем прогрессивном мире в различных сферах деятельности наблюдается серьезный спрос на высококвалифицированных инженеров. От специалистов в технической области требуются больше знаний из разных отраслей техники, науки и технологии. В данной статье описывается один из способов измерения земельных участков – спутниковая съемка, а также процесс расчета поправок, возникающих вследствие съемки. Цель данной статьи заключается в том, чтобы показать, как используются математические знания на практике, в частности будущими бакалаврами направления подготовки 21.03.02 Землеустройство и кадастры. Покажем, как осуществить на практике построение плана местности с помощью спутниковой геодезической съемки и используя математические методы и подходы при решении

данной задачи. В статье мы использовали результаты практической работы по геодезии с использованием математических расчетов.

Ключевые слова: спутниковая геодезическая съемка, погрешность, математическое обоснование, методы.

Abstract

In our progressive world in various fields there is a serious demand for highly qualified engineers. Specialists in the technical field are required to more knowledge from different branches of engineering, science and technology. In this article describes one of the ways to measure land plots - satellite imagery, as well as the process of calculating corrections that occur due to the shooting. The purpose of this article is to show, how mathematical knowledge is used in practice, in particular by future students bachelor's degree in geodesy. We will show you how to implement it in practice the construction plan of the area via satellite surveying and using mathematical methods and approaches in solving this problem. In the article we used the results of practical work on geodesy with using mathematical calculations.

Keywords: satellite geodetic survey, error, mathematical justification, methods

Современный мир трудно представить без развитой науки и техники. Методы измерения земельных участков также выходят на новый уровень. Одним из таких методов является спутниковая съемка. Спутниковая съемка - это совокупность актуальных методов геодезической съемки, способствующих во временном и пространственном отрезках времени выяснить точное положение конкретной точки [1]. На Земле, спутниковые измерения осуществляются с применением двух радиосигналов исходящих из русской системы ГЛОНАСС и американской NAVSTAR GPS. Полученные данные со спутников корректируются. Нельзя не упомянуть об основных задачах, решаемых с применением спутниковой съемки. Выполнение топографических съёмок. Главной особенностью выполнения топографической съёмки является необходимость определения местоположения весьма большого объёма точек на местности, что с применением данной технологии в разы быстрее выполняется специалистами вне зависимости от степени сложности объекта. Результатом использования GPS технологий является короткое стояние на точке и возможность обработать полученные данные как на месте, так и в офисе. Развитие опорных сетей. Основной целью выполнения этого вида работ становится создание сети пунктов с известными базовыми координатами в районе выполнения геодезических работ. При определении векторов в этом случае используются самые точные из всех известных методов определения координат. В этом случае требуется точность результата до сантиметра. Разбивочные работы. Выполняются при выносе в натуру, в ходе которого все данные необходимо получать в режиме реального времени при соблюдении сантиметрового уровня точности данных [2].

На занятиях по математике мы осуществляем измерения и построения земельных участков с помощью традиционных методов, используя теорию векторов, тригонометрию. Спутниковые измерения осуществляются, как правило, двумя методами:

- статистический метод (приемники, получающие сигналы от спутников, должны стоять на точках с известными координатами неподвижно). Заданным методом интенсивно пользуются при постройке государственных геодезических сетей. Данный метод является высокоточным, но занимает большой промежуток времени на выполнение.
- кинематический метод (означает наличие двух приемников: базового, который находится на точке с известными координатами, и ровера – он перемещается от точки к точке, на оба приемника устанавливается

модем, с помощью которого можно в реальном времени использовать режим кинематики). Хотя данный способ и является менее точным, чем статистический, при этом время, необходимое на выполнение данного способа, занимает не больше одной минуты. Кинематический метод чаще всего используется при межевании или топографической съемке местности [3].

Полученные данные обрабатываются. Затем определяется положение характерных точек границ земельных участков. Для расчета средней квадратической погрешности (далее – скп) положения характерных точек границ (M_t), м применяется формула:

$$M_t = \sqrt{m_0^2 + m_1^2}$$

где M_t - скп местоположения характерной точки относительно ближайшего пункта опорной межевой сети;

m_0 - скп расположения точки съемочного обоснования сравнительно близкого пункта опорной межевой сети;

m_1 - скп расположения характерной точки относительно точки съемочного обоснования, с которой производилось ее определение.

Следующим пунктом выполняемой работы является расчет предельной допустимой погрешности определения площади земельного участка (ΔP), м².

Применяется формула:

$$\Delta P = 3,5 \cdot M_t \cdot \sqrt{P_{\text{док}}}$$

где M_t - скп положения межевого знака M_t ;

P - площадь земельного участка;

ΔP - предельно допустимая погрешность определения площади земельного участка.

При прохождении практических занятий доводилось работать с геодезической спутниковой аппаратурой PrinCe i80. Съемка местности проводилась кинематическим методом. В ходе съемки были определены координаты точек и их точное местоположение, а также рассчитаны средняя квадратическая погрешность и предельно допустимая погрешность. Полученные данные мы обрабатывали на занятиях по математике и параллельно на занятиях по геодезии. Результаты показаны в текстовой части межевого плана, часть которого представлена ниже.

МЕЖЕВОЙ ПЛАН			
Сведения о выполненных измерениях и расчётах			
1. Метод определения координат характерных точек границ земельных участков и их частей			
№ п/п	Кадастровый номер или обозначение земельного участка, частей земельного участка	Метод определения координат	
1	2	3	
1	:ЗУ1	Метод спутниковых геодезических измерений (определений)	
2. Точность определения положения характерных точек границ земельных участков			
№ п/п	Кадастровый номер или обозначение земельного участка	Формулы, примененные для расчёта средней квадратической погрешности положения характерных точек границ (M_t), м	
1	2	3	
1	:ЗУ1	$M_t = \sqrt{m_0^2 + m_1^2} = \sqrt{0,07^2 + 0,07^2} = 0,1$	
3. Точность определения положения характерных точек границ частей земельных участков			
№ п/п	Кадастровый номер или обозначение земельного участка	Учётный номер или обозначение части	Формулы, примененные для расчёта средней квадратической погрешности положения характерных точек границ (M_t), м
1	2	3	4
1	—	—	—
4. Точность определения площади земельных участков			
№ п/п	Кадастровый номер или обозначение земельного участка	Площадь (P), м ²	Формулы, примененные для расчёта предельной допустимой погрешности определения площади земельного участка (ΔP), м ²
1	2	3	4
1	:ЗУ1	27645	$\Delta P = 3,5 \cdot M_t \cdot \sqrt{P_{\text{док}}} = 3,5 \cdot 0,10 \cdot \sqrt{27645} = 58$

Рисунок – 1 Сведения о выполненных измерениях и расчетах

На следующем рисунке представлены геодезические пункты, относительно которых проводились измерения[4].

2. Сведения о геодезической основе, использованной при подготовке межевого плана							
Система координат МСК - субъект							
№ п/п	Название пункта и тип знака геодезической сети	Класс геодезической сети	Координаты, м		Сведения о состоянии на 1 февраля 2019		
			X	Y	наружного знака пункта	центра знака	марки
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Кушкуль(Дальняя Каргалинская), пирамида	3 класс	437344,30	2309796,92	сохранился	сохранился	сохранился
2	БАЗА, тригопункт	2 класс	428478,74	2304431,29	сохранился	сохранился	сохранился
3	Качкарский Мар, тригопункт	2 класс	431992,79	2310891,69	сохранился	сохранился	сохранился
4	Форштадт, пирамида	1 класс	440044,15	2320657,38	сохранился	сохранился	сохранился

Рисунок – 2 Сведения о геодезической основе

Рисунок - 3 показывает схему расположения земельного участка на котором проводилась спутниковая геодезическая съемка.

Рисунок 3 – Схема расположения земельного участка

В результате проведенных измерений и расчета всех погрешностей, а так же иной информации необходимой для конечного результата, был подготовлен и составлен межевой план земельного участка.

В настоящее время все более набирает популярность съемка со спутников высокого разрешения. Такие спутники дают возможность получать изображения с

более высокой точностью, то есть снимки являются четкими, на них видны мельчайшие детали. Такие изображения необходимы, например, для работы с большими участками или для обнаружения различия в зоне съемки, вследствие аварий и чрезвычайных ситуаций[5].

Сравнивая все способы геодезической съемки местности, и время, затраченное на выполнение данной работы, делаем вывод, что на сегодняшний день спутниковый способ измерения становится более распространенным чем, например, лет десять назад. Ведь данный метод значительно сокращает время на съемку объектов, что влияет на снижение себестоимости работ.

1. Антонович К.М. 2 Системы координат и времени в спутниковых технологиях // Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. — Москва: ФГУП «Картгеоцентр», 2006. — Т. 1. — С. 66.
2. Инструкция по развитию съемочного обоснования и съемке ситуации и рельефа с применением глобальных навигационных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS. — М.: — ЦНИИГАиК. — 2002. — 124 с
3. Арнольд К. Методы спутниковой геодезии / Под ред. Кузнецова А.Н: Пер. с нем. — М.: Недра, 1973. — 224 с.
4. Генике А.А. Побединский Г.Г. 3.2.2. Геодезические системы координат и их преобразования // Глобальные спутниковые системы определения местоположения и их применение в геодезии. — Москва: ФГУП «Картгеоцентр», 2004. — С. 122. — 352 с.
5. Ключин Е.Б. Перспективы развития спутниковых методов измерений в геодезии // Геодезия и картография. —1997. —№ 3. — С. 11–13.