Залукаева О.В.**Опыт проведения дистанционной олимпиады по теории вероятностей в техническом вузе***Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В.Ломоносова
(Россия, Северодвинск)**doi: 10.18411/lj-02-2021-52**idsp: ljjournal-02-2021-52***Аннотация**

В статье проанализирован опыт проведения дистанционной олимпиады по теории вероятностей в техническом вузе. Приведена подборка заданий, предлагавшихся для решения. Проведена количественная и качественная оценка результатов. Разобрано решение нескольких задач.

Ключевые слова: теория вероятностей, дистанционное обучение, повторение независимых испытаний, вероятности сложных событий

Abstract

The article analyzed the experience of distance Olympiad about theory of chances. It was in technical university. In this article demonstrates the tasks that were proposed for solving. This was a qualitative assessment of the results was carried out. The solution of several tasks is analyzed.

Keywords: theory of chances, distance learning, repetition of independent tests, the likelihood of complex events.

Теория вероятностей и математическая статистика приобрели сейчас настолько огромное практическое значение в инженерном деле, что в современных ФГОС ВПО подготовки бакалавров по техническим направлениям этой дисциплине отводится весьма значительная роль. Знание вероятностных закономерностей, свободное владение методами построения вероятностных моделей профессиональных задач является необходимым элементом подготовки конкурентоспособных инженеров, востребованных на рынке труда [1].

Математические олимпиады являются мощным стимулом к углубленному изучению предмета, раскрытию способностей, творческого потенциала студентов, формированию вероятностного стиля мышления.

В условиях дистанционного обучения целью проведения олимпиады стала поддержка интереса студентов к изучаемой дисциплине, попытка разнообразить их учебную деятельность и даже оценка усвоения учебного материала в новых, весьма трудных обстоятельствах.

Поэтому олимпиадные задания подбирались по двум принципам: охватить наибольшее количество тем и подобрать задания разные по уровню сложности так, чтобы «средний» студент мог решить несколько задач, а «продвинутому» студенту было над чем подумать.

В итоге олимпиадные задания охватили следующие разделы теории вероятностей: классическое определение вероятности, повторение независимых испытаний, условная вероятность, законы распределения и числовые характеристики случайных величин, формула полной вероятности, вероятности сложных событий, нормальный закон распределения случайных величин. Деление задач на темы носит условный характер. Некоторые задачи можно решать различными способами.

В таблице 1 приведена подборка олимпиадных задач, предложенных студентам технических специальностей Института судостроения и морской арктической техники.

Большая часть задач носит классический характер, их условия могут быть немного изменены без потери математической сущности. Задача 3 (о бродяге)

предлагалась на Открытой международной студенческой интернет олимпиаде по математике (организатор – Поволжский технический университет) в 2010 г. [2].

Таблица 1.

Задания олимпиады «Орел и решка»

№№	Задание
1	Из разрезной азбуки выкладывается слово «математика». Затем все буквы этого слова тщательно перемешиваются и снова выкладываются в случайном порядке. Какова вероятность того, что снова получится слово «математика»?
2	Два равносильных шахматиста играют матч из 12 партий. В каждой партии возможно три исхода: $\omega_1 = \{\text{выиграл первый игрок}\}$, $\omega_2 = \{\text{ничья}\}$, $\omega_3 = \{\text{выиграл второй игрок}\}$. Пусть $P(\omega_1) = P(\omega_3) = 0,2$, $P(\omega_2) = 1 - P(\omega_1) - P(\omega_3) = 0,6$. Найти вероятность события $A = \{\text{сыграно две результативные партии}\}$.
3	В одном маленьком французском городке полиция разыскивает бродягу. Вероятность того, что он находится в одном из восьми баров этого городка, безразлично в каком, равна 0,8. Двое полицейских посетили семь баров, но бродягу не обнаружили. С какой вероятностью он будет найден в восьмом баре?
4	Автомобиль на пути к месту назначения встретит 5 светофоров, каждый из которых пропустит его с вероятностью 0,6. Случайная величина X – число светофоров, пройденных машиной до первой остановки или до прибытия к месту назначения. Найти математическое ожидание случайной величины.
5	На рисунке изображена схема дорог. Туристы выходят из пункта A , выбирая каждый раз на развилке дорог дальнейший путь наудачу. Какова вероятность, что они попадут в пункт C ?
6	Игральную кость бросают пять раз. Найти вероятность того, что три раза выпадет четное число очков, один раз выпадет одно очко и один раз выпадет три либо пять очков (событие A).
7	Математик каждую секунду с вероятностью $1/2$ делает шаг вперед, а с вероятностью $1/2$ стоит и обдумывает мысль. По истечении каждой секунды (независимо от продолжительности предыдущего обдумывания) с вероятностью $1/3$ математику может прийти в голову гениальная идея. Какова вероятность того, что перед тем, как гениальная идея придет математику в голову, он сделает ровно 2 шага?
8	В ящике лежат 12 красных, 8 зеленых и 10 синих шаров. Наудачу вынимаются два шара. Какова вероятность того, что вынуты шары разного цвета, если известно, что среди них нет синего?
9	Студент Иванов знает только 10 из 25 экзаменационных билетов. В каком случае шансы Иванова получить известный ему билет выше: когда он подходит тянуть билет первым или вторым по счету?
10	Коробки с шоколадом упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 1,06 кг. Известно, что 5% коробок имеют массу, меньшую 1 кг. Каков процент коробок, масса которых превышает 940 г?

В олимпиаде приняли участие 18 студентов. На решение отводилось 90 минут. Наибольший интерес вызвала задача 3, процент студентов, решивших ее, также оказался самым большим. Видимо, здесь сработал психологический момент, привлекла

внимание простота и необычность формулировки. При этом решения были предложены разные.

Высоким также оказался процент студентов, решивших первую и девятую задачи (классическое определение вероятности и формула полной вероятности соответственно). Никто не смог справиться с шестой задачей на повторение независимых испытаний, когда число исходов отдельных испытаний больше двух.

В целом, процент решаемости заданий распределился, как показано на рис.1.

Рис.1. Процент студентов, верно решивших задание олимпиады

Только один из участников полностью справился с заданием 7. Здесь дополнительную трудность внесла необходимость суммирования ряда. При разборе заданий после подведения итогов, наилучшим было признано такое решение. Для того, чтобы математик сделал два шага до того как ему в голову придет гениальная идея (ГИ), необходимо, как минимум, две секунды.

$$A = \left\{ \begin{array}{l} \text{перед тем, как ГИ придет математику в голову,} \\ \text{он сделает ровно два шага} \end{array} \right\}.$$

Событие

Время в секундах	Вероятность сделать два шага
2	$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}$
3	$C_3^2 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) = C_3^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \frac{1}{6},$ C_3^2 - количество способов выбора номеров двух секунд из трех для совершения шагов.
4	$C_4^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \frac{1}{6}$
...	...
n	$C_n^2 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \frac{1}{6}$
...	...

Т.о.,

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + C_3^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \frac{1}{6} + C_4^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \frac{1}{6} + \dots + C_n^2 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \frac{1}{6} + \dots =$$

$$= \frac{1}{18} \left(1 + C_3^2 \frac{1}{3} + C_4^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + C_n^2 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} + \dots \right) = \frac{1}{18} \sum_{n=2}^{\infty} C_n^2 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} = \frac{1}{36} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n-1)n}{3^{n-2}}.$$

Для суммирования ряда введем обозначение $\frac{1}{3} = t, \quad |t| < 1$.

$$\text{Тогда } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n-1)n}{3^{n-2}} = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)t^{n-2} = \frac{d^2}{dt^2} \sum_{n=2}^{\infty} t^n = \frac{d^2}{dt^2} \cdot \left(\frac{1}{1-t} \right) = \frac{2}{(1-t)^3}.$$

$$\text{При } t = \frac{1}{3} \text{ получаем } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n-1)n}{3^{n-2}} = \frac{2}{(1-1/3)^3} = \frac{27}{4}.$$

$$\text{Вероятность события } A: P(A) = \frac{1}{36} \cdot \frac{27}{4} = \frac{3}{16}.$$

Проведенная олимпиада позволила выявить разделы теории вероятностей, усвоение которых вызвало наибольшие трудности в условиях дистанционного обучения (вероятности сложных событий, повторение испытаний, составление закона распределения случайной величины). В целом, опыт проведения такой олимпиады можно признать положительным и использовать его в дальнейшей работе, например, для проведения отборочных туров или подготовки к участию во всероссийских олимпиадах.

***

1. Дворяткина, С.Н. Развитие вероятностного стиля мышления в процессе обучения математике: теория и практика: монография / С.Н. Дворяткина. – М.: ИНФРА-М, 2013. – 272 с.
2. Эвнин, А.Ю., Лернер, Э.Ю., Игнатов, Ю.А., Григорьева, И.С. Задачи по теории вероятностей на студенческих олимпиадах, Математическое образование, 2017, выпуск 4(84), 45-60.

Зацепина Ю.А., Кирьянова Е.Е.

Методика применения эвристических подходов при решении математических задач

*ГБОУ ВО «Ставропольский государственный педагогический институт»
(Россия, Ставрополь)*

doi: 10.18411/lj-02-2021-53

idsp: ljjournal-02-2021-53

Аннотация

С учётом развития науки и технологий, применение эвристических методов в процессе обучения становится востребованным для развития мышления и логики. Эвристические методы в математике это не только нечто интересное и увлекательное, но и эффективное средство по освоению материала и развитию логического мышления учеников. Рассматриваемые эвристические методы позволяют упростить решение математических задач в школьном курсе математики.

Ключевые слова: эвристика, эвристический метод, математическая задача, методы решения задач.

Abstract

Taking into account the development of science and technology, the use of heuristic methods in the learning process is becoming popular for the development of thinking and logic. Heuristic methods in mathematics are not only something entertaining and fascinating, but also an effective tool for mastering the material and developing students' logical thinking. The considered heuristic methods will simplify the solution of mathematical problems in the school mathematics course.

Keywords: heuristics, heuristic method, mathematical problem, methods of problem solving.