CALCULO DE LOS VALORES LIMITES DE LA POROSIDAD EN LAS ROCAS (*).

Por Luis Flores Covarrubias, M. S. G. M.

El objeto del presente estudio es calcular teóricamente, las cifras que corresponden a los valores límites de la porosidad en algunas rocas, teniendo en cuenta el arreglo de los granos que las constituyen.

Puede decirse de una manera general, que la gran mayoría de las rocas, poseen cierto grado de porosidad y que son, por consiguiente, más o menos permeables al paso de líquidos o gases.

El dato, porosidad, es de suma importancia, pues en muchos casos es indispensable conocerlo, como por ejemplo, para deducir la capacidad y velocidades del agua en los acuíferos; para el cálculo de reservas petrolíferas; para el estudio de la génesis de los criaderos minerales que son originados muchas veces, por la circulación de aguas termo-minerales en rocas más o menos permeables; y por último este dato es necesario en el estudio de los materiales de construcción, pues como lo expresa Hunt, la calidad de las rocas de construcción es inversamente proporcional al valor numérico de su porosidad.

Para definir correctamente, lo que se entiende por porosidad es necesario considerar un volumen cualquiera, pero limitado de la roca de que se trata. Entonces, si se divide el volumen de los huecos contenidos en la porción considerada de

(*) Las cifras correspondientes a estos valores límites han sido ya determinadas por diversos investigadores. Los métodos expuestos en el presente trabajo han sido ideados por el autor.

la roca, entre el valor del volumen total de la misma, se obtiene el valor de la porosidad, referido a la unidad de volumen. Para obtener la cifra de la porosidad en por ciento, se multiplica el dato anterior por cien.

Por lo tanto, puede definirse como porosidad de una roca: la relación del volumen de los huecos al volumen total de una porción de ella.

Este valor difiere del dato llamado razón de absorción, el que puede definirse: como el cociente del peso del agua absorbida entre el peso de la roca seca.

En el caso de circulación de aguas subterráneas, Darcy encontró que la velocidad (v) de escurrimiento entre dos puntos del terreno en una dirección dada, es proporcional a la carga hidrostática (h), que hay entre estos puntos, e inversamente proporcional a la longitud (L) que separa a los mismos. Esta ley queda dada por la siguiente fórmula

$$v = K \frac{h}{L}$$

Ahora bien, el factor de proporcionalidad K, depende casi exclusivamente del valor de la porosidad.

Posteriormente, Allen Hazen, determinó que la velocidad de circulación es función de la temperatura, según lo expresó matemáticamente por la ecuación

$$v = K_1 d^2 \frac{h}{L} (.70 + .03 t) \left\{ \begin{array}{l} \text{H y L, tienen el mismo significado} \\ \text{que en la igualdad anterior.} \\ d = \text{diámetro medio de los granos} \\ \text{que componen la roca.} \\ t = \text{temperatura media en grados} \\ \text{centígrados que tiene el agua} \\ \text{circulante.} \end{array} \right.$$

En la cual K₁ es una constante experimental, cuyo valor depende de la porosidad de la roca.

Así mismo y como antes dije, en el cálculo de reservas petrolíferas, interviene el dato porosidad, como lo muestra la siguiente igualdad

CANTIDAD DE PETROLEO = $P \times V \times G \times C$.

Siendo P, el valor de la porosidad, por unidad de volumen; V, el volumen de la roca que contiene el petróleo, que se obtiene multiplicando el área estimada de la región por el espesor medio de la formación petrolífera; G, es el grado de saturación del petróleo y por último, C es un coeficiente práctico, que fija la cantidad de petróleo que puede ser recuperado.

La permeabilidad de las rocas varía grandemente y depende:

a.—Del valor de la porosidad.

b.—De la naturaleza propia de la roca, ya que sea esta homogénea y compacta, como en las ígneas y metamórficas o bien que esté compuesta de partículas y granos sueltos o cementados, como en el caso de arenas, gravas, areniscas, conglomerados, lutitas, calizas, etc.

c.—De la presencia o ausencia de disyunciones, grietas o fisuras que permitan la permeabilidad en grande.

d.—De la uniformidad en el tamaño de los granos o partículas.

Cuando éstas o aquéllos, son de muy diferente tamaño entre sí, la porosidad y por lo tanto la permeabilidad disminuyen.

e.—De las dimensiones de los intersticios, poros o huecos existentes entre las partículas.

En efecto, cuando el diámetro medio del poro es mayor que .508 mm. (super-capilar) las leyes generales de la hidrostática rigen el escurrimiento. Cuando este diámetro, está comprendido entre .0002 mm. y .508 mm. (capilar) intervienen en el escurrimiento fenómenos capilares. Por último en los poros sub-capilares (diámetro medio menor que .0002 mm.) las atracciones moleculares, entre los intersticios, dificultan o impiden el escurrimiento a través de ellos.

*
* *

Las determinaciones experimentales hechas para fijar el valor de la porosidad en distintas clases de rocas, han señalado en términos generales que la correspondiente cifra, fluctúa entre 30% y 46% para arenas y gravas no consolidadas; para

estos mismos materiales consolidados, el valor de la porosidad es menor de 15% llegando a ser de 4% para la mayoría de las lutitas; y por último en muchas rocas ígneas, este valor es igual o menor de 1% generalmente de .2% y .5%, en el caso de no existir grietas o disyunciones.

E. Robertson Buckley,* por medio de numerosas experiencias, ha determinado el valor de la porosidad para varios materiales de construcción del Estado de Wisconsin, E. U. A. Algunos de estos datos constan en las tablas o cuadros siguientes

GRANITOS

CANTERA	Valor de la POROSIDAD	Valor de la RAZON DE ABSORCION
Amberg Granite Co.	.108	.040
Granite Heights Granite Co.	.48	.18
Milwaukee Monument Co.	.519	.20
O. J. Jenks	.62	.23

CALIZAS

CANTERA	Valor de la POROSIDAD	Valor de la RAZON DE ABSORCION
Guillen Stone Co.	1.17	.419
Voree Stone Quarry.	8.36	3.28
Oenning and Giesen.	12.18	4.95
Bridgeport.	13.02 y 13.36	5.46 y 5.60

ARENISCAS

CANTERA	Valor de la POROSIDAD	Valor de la RAZON DE ABSORCION
C. and N. W. Ry. Co.	4.81	2.00
C. and N. W. Ry. Co.	6.17 y 7.03	2.57 y 2.90
Duluth Brownstone Co.	10.37	4.415
Flag River Brownstone Co.	21.81 y 22.02	10.66 y 10.74

(*) Wisconsin Geological and Natural History Survey, Bulletin No. 4, 1903.

Por otra parte, determinaciones experimentales de la porosidad en arenas petrolíferas (*) muestran que los valores de ésta, pueden variar entre 7% y 34.2%, como se ve en el siguiente cuadro

ARENAS Y ARENISCAS PETROLIFERAS

Nombre y Clase del Material	L O C A L I D A D	Valor de la POROSIDAD
Arena de Wall Creek	Campo petrolero de Salt Creek Wyoming (colectó y analizó respectivamente, Wegemann y C. E. Van Orstrand).	25.8%
Arena Nacatoch (formación Navarro)	Mexia-Groesbeck field, Texas	16.6% a 34.2%
Arenisca de Petrolia	Texas, E. U. A.	18.5% a 27%
Diversas arenas petrolíferas	Oil City, Pennsylvania	7% a 10%
Arenas de Bartlesville	Oklahoma.	20%
Arenas petrolíferas	Bakú, U. R. S. S. (analizadas por Thompson)	25%

Algunas rocas ígneas, debido a la presencia en ellas de diaclasas o fracturas, han podido servir de receptáculos petrolíferos como sucede en los campos petroleros de Lytton Springs en Texas, y en el de Totumo en Venezuela.

Para determinar teóricamente los valores límites de la porosidad, he tenido que hacer en estas investigaciones ciertas hipótesis que estén lo más posible de acuerdo con la realidad de los hechos físicos.

En este orden de ideas, considero únicamente el caso de la permeabilidad en intersticios super-capilares, en los cuales el escurrimiento, no está influenciado por la capilaridad o por las fuerzas intermoleculares; además, supongo que los granos constituyentes de la roca son de forma esférica y de igual diámetro.

Dentro de estas limitaciones, caben dos arreglos posibles: El primero lo llamo "arreglo ortogonal" por colocarse las es-

(*) Geology of Petroleum by W. H. Emmons, 2nd. ed. 1931.

feras en tal forma que las líneas que unen sus centros, se intersectan en ángulos rectos, a este arreglo corresponde el valor **máximo** de la porosidad.

Al otro arreglo, lo he designado con el nombre de "arreglo tetraedral", por constituir los centros de las esferas vértices de tetraedros regulares, corresponde a este arreglo el valor **mínimo** de la porosidad.

Una vez hechas, las anteriores consideraciones, paso a exponer los cálculos y razonamientos que he ideado para encontrar estos valores máximo y mínimo de la porosidad en las rocas, dentro de las hipótesis antes mencionadas.

DEDUCCION DE LAS FORMULAS DEL AUTOR PARA VALUAR LOS LIMITES DEL VALOR DE LA POROSIDAD

Si consideramos un volumen V, el cual es ocupado por material compuesto de partículas granulares, que sensiblemente las podamos considerar como esferas, entonces, se define como porosidad (P) expresada en %.

$$P = \left[\frac{\text{Volumen huecos entre las partículas}}{\text{Volumen total}} \right] 100 \dots (1)$$

Suponiendo que estas partículas son esféricas, todas iguales y de diámetro d, podemos considerar que al llenar el volumen V pueden tener entre sí los dos arreglos que muestran las figuras 1, y 2, correspondiendo a cada uno, diferente valor para P.

Fig 1

FIG. 2

PRIMER ARREGLO (ORTOGONAL).

En este arreglo (Fig. 1), las líneas que unen entre sí los centros de las esferas, forman al cortarse, ángulos rectos.

Supongámos un cubo de arista igual, a L , el cual va a ser ocupado por N esferas de diámetro d y que guardan entre sí este primer arreglo.

El número de esferas alineadas que caben en una arista es, $n = \frac{L}{d}$, y el número total que llenan al cubo, es $N = \frac{L^3}{d^3}$, por lo tanto el volumen V_e ocupado por ellas es

$$V_e = \left[\frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2} \right)^3 \right] \left(\frac{L^3}{d^3} \right) = \frac{\pi}{6} L^3 \dots \dots \dots (2)$$

Teniendo en cuenta la (1) la porosidad vale

$$P = 100 \left[\left(L^3 - \frac{\pi L^3}{6} \right) : L^3 \right] = 100 \frac{6 - 3.1416}{6} \dots$$

$$\boxed{P = 47.64\%}$$

SEGUNDO ARREGLO (TETRAEDRAL).

Los puntos O_1 y O_2 , son puntos de tangencia con las caras ABV

y BCV de una de las tres esferas que ocupan los respectivos triedros del tetraedro regular (Fig. 3).

FIG. 3

Si movemos el tetraedro regular, hasta que la arista AB quede de punta, las medianas VQ y QC quedarán representadas en verdadera magnitud (Fig. 4). Por lo tanto si M es la longitud de una mediana tenemos

$$BC = VB = M$$

y

$$BS = \frac{1}{3}M. \cdot \frac{BS}{VB} = \frac{1}{3}$$

Si

$$\angle VBC = a, \text{ entonces}$$

FIG. 4

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{\frac{1}{3}M}{M} = \cos^{-1} \frac{1}{3}$$

Por otra parte,

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{BP} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \therefore$$

$$BP = O_1 B = R\sqrt{2} \quad \left\{ R = \text{radio de la esfera} = \frac{d}{2} \right\}$$

En la Fig. 5, O_1 es el punto de tangencia de la esfera con la cara A B V y $O_1 B_1 = O_1 T = R\sqrt{2}$ por lo tanto,

$$\frac{O_1 B_1}{B_1 B} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \therefore$$

$$B_1 B = O_1 B_1 \sqrt{3} = \frac{d}{2} \sqrt{6}$$

Fig. 5

El plano E H F es tangente a la esfera y normal a la base A B C. La distancia H B vale

$$HB = B_1 B - \frac{d}{2} = \frac{d}{2} (\sqrt{6} - 1).$$

Si llamamos L a la arista del tetraedro, por las consideraciones anteriores, la podemos expresar en la siguiente forma

$$L = n d + d (\sqrt{6} - 1) = d (n + \sqrt{6} - 1) \dots \dots (3)$$

En la cual n es el número de esferas que caben alineadas a lo largo de la arista del tetraedro.

Al acomodar las esferas dentro del tetraedro, estas ocupan varias capas en tal forma que en una capa cualquiera el número de esferas es

$$1 + 2 + 3 + \dots + r = \frac{r(1+r)}{2}$$

El número N total de esferas que caben en el tetraedro es

$$N = \sum_{r=1}^n \frac{r [1 + r]}{2} = \frac{1}{2} \left[\sum_1^n r^2 + \sum_1^n r \right] \dots\dots\dots (4)$$

$$\left[\left(\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) + \frac{n (n + 1)}{2} \right] \frac{1}{2}$$

$$= \frac{n}{12} (2n^2 + 3n + 1) + \frac{n}{4} (n + 1)$$

$$= \frac{n}{12} [n + 1] [2n + 1] + \frac{n}{4} [n + 1]$$

$$= \frac{n [n + 1]}{12} [(2n + 1) + 3] = \frac{n}{6} [n + 1] [n + 2] \dots\dots [5]$$

El volumen de una esfera es, $\frac{\pi}{6} d^3$, y el volumen total, V_e , ocupado por todas las esferas que están dentro del tetraedro es

$$V_e = N \frac{\pi}{6} d^3 = \frac{\pi}{36} d^3 n [n + 1] [n + 2] \dots\dots\dots [6]$$

Sabemos que el volumen de un tetraedro regular de arista L es

$$V_t = \frac{\sqrt{2}}{12} L^3.$$

Sustituyendo, el valor L de la (3) obtenemos

$$V_t = \frac{\sqrt{2}}{12} d^3 [n + \sqrt{6} - 1]^3 \dots\dots [7]$$

Llevando el valor de V_e y V_t a la (1) obtenemos el valor de la porosidad cuando hay N esferas dentro del tetraedro.

$$P = 100 \left[1 - \frac{\frac{\pi}{36} d^3 n [n+1] [n+2]}{\frac{\sqrt{2}}{12} d^3 [n + \sqrt{6}-1]^3} \right] \dots\dots [8]$$

$$= 100 \left[1 - \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \frac{n [n+1] [n+2]}{[n + \sqrt{6}-1]^3} \right] \dots\dots [9]$$

Dividiendo por n^3 , los dos términos del quebrado de la (9) el valor de P no se altera

$$P = 100 \left[1 - \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \frac{[1 + \frac{1}{n}] [1 + \frac{2}{n}]}{[1 + \sqrt{\frac{6}{n}} - \frac{1}{n}]^3} \right] \dots\dots [10]$$

Si en esta ecuación (10) suponemos que $n \rightarrow \infty$ el diámetro de las esferas disminuye constantemente y se aproxima a 0 como límite.

El límite al cual tiende P es

$$100 \left[1 - \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \right]$$

Esto significa, que el valor mínimo de la porosidad en este segundo arreglo es

$$P = 100 \left[1 - \frac{3.1416}{(3)(1.4142)} \right] = 100 \left(1 - \frac{3.1416}{4.2426} \right) \dots$$

$$\boxed{P = 25.952\%}$$

GENERALIZACION DE LOS RESULTADOS ANTES OBTENIDOS

Estos dos valores, (47.64 y 25.952) de P , en los dos arreglos analizados, no son únicamente ciertos en el caso de un cubo y un tetraedro, sino que persisten para el caso de un cuerpo de forma y volumen completamente irregulares.

En efecto, supongamos el cuerpo de la figura 6, que está ocupado por partículas esféricas que tienen el arreglo tetraédral.

FIG. 6

Estas partículas no llenan todo el volumen, sino que dejarán huecos tales como los A, B, C, etc., en los cuales no cabrán esferas completas.

FIG. 7

Es evidente que si colocamos el cuerpo de la (Fig. 6) dentro del tetraedro, que hemos venido analizando, (Fig. 7), por estar colocadas las partículas, dentro de él, de una manera isótropa, el valor de la porosidad del cuerpo, es el mismo que el valor P. del tetraedro, puesto que todos los huecos A, B, C. etc., han sido ocupados por partes de esferas.

En otras palabras, que el valor de la porosidad del cuerpo irregular difiere del valor P del tetraedro, a causa del volumen ε de todos los huecos.

De este volumen ε , podemos afirmar que

$$\varepsilon < S d \dots \dots \dots (11)$$

Además, por lo antes dicho, el valor de la porosidad del cuerpo irregular vale

$$P' = 100 \left\{ 1 - \frac{\pi \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right)}{3\sqrt{2} \left(1 + \frac{\sqrt{6}}{n} - \frac{1}{n}\right)^2} + \frac{\varepsilon}{V_t} \right\} \dots \dots (12)$$

Al hacer tender, en esta expresión, $n \longrightarrow \infty$, $d n$ tiende hacia 0 como límite, y por tanto de la (1) deducimos que $\varepsilon \longrightarrow 0$

En resumen

$$\text{Lím. } P' = 100 \left(1 - \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \right) = 25.952\%$$

De lo anterior se infiere que el valor límite de la porosidad en este segundo arreglo, es igual para el caso del tetraedro y para el caso del cuerpo irregular, o sea: que la forma del cuerpo que contiene a las partículas no influye en el valor de P.

Para el arreglo ortogonal pueden hacerse consideraciones análogas, introduciendo el cuerpo de forma irregular, dentro del cubo de arista L.

La generalización a un cuerpo de forma completamente irregular de las dos fórmulas deducidas en este trabajo justifican porque en investigaciones de Mecánica de los Suelos, y en otros problemas de Ingeniería de Cimentación, se toman como valores límites aproximados de la porosidad los de 26% y 47%, en arenas diversas y en gravas caracterizadas por sus valores efectivos, **coeficientes de uniformidad**, etc., tal como los definió Allen Hazen.