Comparativo entre Métodos de Cálculo de Vigas de Aço com Alma Enrijecida Longitudinalmente

Denise Aparecida Barbosa^{1*}, Rodrigo Barreto Caldas² e José Osvaldo Ferreira Filho³

¹ Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, denbarbosa@yahoo.com.br

² Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, caldas@dees.ufmg.br

³ Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, josefilho@ufmg.br

Comparison between Steel Girders Calculation Methods with Longitudinally Stiffened Web

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre os métodos de cálculo utilizados pela norma europeia EN 1993-1-5:2006, na verificação de seções esbeltas: Método da Tensão Reduzida e Método da Largura Efetiva. O estudo tem como foco as almas enrijecidas de vigas esbeltas com seção transversal do tipo I de aço, submetidas a tensões normais longitudinais e de cisalhamento. Oito perfis com almas enrijecidas são estudados, com um ou dois enrijecedores longitudinais na região comprimida. Para realizar as verificações dos casos estudados foram utilizados os programas computacionais Mathcad 2001 Professional e EBPlate 2.01. Observam-se diferenças relevantes entre os valores dos dois métodos aplicados, visto que as espessuras obtidas para as almas verificadas conforme o Método da Tensão Reduzida são maiores em até 30% que as obtidas pelo Método da Largura Efetiva, e os momentos resistentes são inferiores em até 82,5%.

Palavras-chave: *Método da largura efetiva; método da tensão reduzida; vigas de aço de alma esbelta; tensão crítica de flambagem elástica; enrijecedores longitudinais.*

Abstract

This work presents a comparative study of the calculation methods used by the European standard EN 1993-1-5: 2006, in the verification of slender sections: Reduced Stress Method and Effective Width Method. The study focuses on the stiffened webs of slender girders with steel type I cross section, subjected to direct stresses and shear stresses. Eight profiles with stiffened webs are studied, with one or two longitudinal stiffeners in the compressed region. In order to carry out the verifications of the studied cases, the computational programs Mathcad 2001 Professional and EBPlate 2.01 were used. There are significant differences between the values of the two methods applied, since the thicknesses obtained for the webs verified according to the Reduced Stress Method are higher up to 30% than those obtained by the Effective Width Method, and the moments capacity are lower in up to 82.5%.

Keywords: Effective width method; reduced stress method; slender web steel girders; elastic buckling critical stress; longitudinal stiffeners.

1 Introdução

Em elementos estruturais de aço com grande razão entre a largura e a espessura das placas, como vigas de pontes e viadutos, a instabilidade das placas é um dos pontos críticos. Na prática, a forma de contornar o problema da instabilidade das placas nas seções esbeltas é através do reforço por meio de enrijecedores transversais e longitudinais. A verificação das seções esbeltas, como por exemplo, vigas esbeltas com seção transversal do tipo I, permite determinar a espessura da alma, e o uso ou não de enrijecedores longitudinais, o que afeta diretamente no peso da estrutura.

A norma europeia EN 1993-1-5:2006 utiliza dois métodos de cálculo na verificação de seções transversais esbeltas de aço: Método da Largura Efetiva e Método da Tensão Reduzida. O Método da Tensão Reduzida em comparação com o Método da Largura Efetiva, apresenta a desvantagem de subestimar a tensão máxima na placa devido à desconsideração de redistribuição da tensão ao longo da seção transversal. Entretanto, o Método da Largura Efetiva em comparação com o Método da Tensão Reduzida, apresenta as desvantagens de abranger somente elementos estruturais com seções transversais típicas e uniformes, e de ser mais trabalhoso para ser programado.

Este trabalho consiste em avaliar por meio de um estudo comparativo, os dois métodos analíticos da norma EN 1993-1-5:2006, sendo que os casos estudados compreendem: quatro tipos de painéis de almas de seções transversais do tipo I de aço, com um ou dois enrijecedores longitudinais na região comprimida, submetidos a tensões normais longitudinais e de cisalhamento.

2 Métodos de verificação da capacidade resistente de seções transversais esbeltas

A verificação da capacidade resistente de seções transversais esbeltas pode ser realizada pelo Método da Largura Efetiva ou pelo Método da Tensão Reduzida.

2.1 Método da largura efetiva

As seções transversais Classe 4 são aquelas em que a flambagem local irá ocorrer antes da tensão de compressão na fibra extrema alcançar a resistência ao escoamento, em uma ou mais partes da seção transversal.

Para uma seção Classe 4 submetida a tensões normais, uma distribuição de tensão elástica ao longo da seção transversal denominada “efetiva” (“reduzida”) é considerada, e a capacidade resistente da seção é governada pelo início do escoamento na fibra mais comprimida da seção transversal “efetiva”. Normalmente a seção transversal “reduzida” é designada como seção transversal “efetiva” porque se baseia no conceito de “largura efetiva”, segundo o qual ao ocorrer uma flambagem local de placa, na parte comprimida da seção, esta parte deixa de ser eficiente (não efetiva) para suportar tensões normais.

Portanto, para as seções esbeltas, definidas como de Classe 4, os itens 2.2(1), 2.2(4) e 4.3 da norma EN 1993-1-5:2006 recomendam a utilização de seções efetivas (áreas efetivas dos elementos comprimidos) como forma de incorporar os efeitos da flambagem local na análise elástica global de placas comprimidas, submetidas às tensões no seu plano. Sendo assim, neste método a flambagem local da placa é contabilizada por meio de larguras “efetivas” na seção transversal, ou seja, por uma seção transversal “reduzida”.

A área efetiva de cada subpainel (região do painel delimitada por enrijecedores longitudinais e transversais da alma) deve ser determinada a partir de um coeficiente de redução para contemplar a possibilidade de flambagem local. Em seguida, determina-se a redução da área da placa enrijecida relativamente à possibilidade de flambagem global e, finalmente, tem-se a área efetiva da parte comprimida da placa enrijecida.

2.1.1 Flambagem global Tipo Placa, para placas não enrijecidas longitudinalmente

A largura efetiva da parte comprimida ($b_{c,eff}$) de uma placa não enrijecida é uma proporção (ρ_{loc}) da atual largura geométrica da parte comprimida desta placa (b_c), conforme mostra a Equação ((2.1):

$$b_{c,eff} = \rho_{loc} b_c \quad (2.1)$$

O fator de redução para flambagem de placa é obtido de uma fórmula de Winter modificada, e depende da distribuição de tensão normal longitudinal (ψ) ao longo da largura do elemento de placa (b) e das condições de contorno ao longo das bordas longitudinais.

Conforme a EN 1993-1-5:2006 os coeficientes de redução para elementos de placa comprimidos internos (duas bordas longitudinais apoiadas - AA) são dados pelas Equações ((2.2) e (2.3):

$$\rho_{loc} = 1,0 \quad \text{para} \quad \bar{\lambda}_p \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} \quad (2.2)$$

$$\text{e,} \quad \rho_{loc} = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,0055(3+\psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{para} \quad \bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} \quad (2.3)$$

onde, ψ é a razão de tensões na duas bordas da placa, com a máxima tensão de compressão no denominador; $\bar{\lambda}_p$ é a esbeltez da placa. A esbeltez relativa da placa é definida pela Equação ((2.4):

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,p}}} \quad (2.4)$$

onde, $\sigma_{cr,p}$ é a tensão crítica de flambagem elástica da placa.

2.1.2 Flambagem global Tipo Placa, para placas enrijecidas longitudinalmente

O comportamento Tipo Placa de placas enrijecidas longitudinalmente está associado a uma flambagem global de toda a placa, ou seja, da composição placa e enrijecedores.

A largura efetiva da parte comprimida ($b_{c,eff}$) de uma placa enrijecida, similarmente à placa não enrijecida, é uma proporção (ρ_{loc}) da largura real desta parte comprimida (b_c). A expressão do fator de redução aplicável (ρ_{loc}) é a mesma que para placa não enrijecida, Equação (2.3).

Quando os subpainéis são esbeltos e sujeitos à flambagem local (na placa, entre enrijecedores longitudinais), a interação de flambagem local e global deve ser considerada. Esta interação é obtida por meio da modificação da esbeltez relativa da placa equivalente, calculada pela Equação ((2.5):

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,p}}} \quad (2.5)$$

onde, $\sigma_{cr,p}$ é a tensão crítica de flambagem elástica da placa enrijecida, em que a flambagem local da placa não é avaliada, que pode ser obtida conforme explicitado em Barbosa e Caldas (2018). O valor de $\beta_{A,c}$ é dado pela Equação ((2.6):

$$\beta_{A,c} = \frac{A_{c,eff,loc}}{A_c} \quad (2.6)$$

onde, $A_{c,eff,loc}$ é a soma das áreas efetivas dos subpainéis e enrijecedores total ou parcialmente comprimidos, exceto as partes efetivas de bordas com larguras, em que são suportadas por um outro elemento de placa adjacente; A_c é a área bruta da parte comprimida da placa enrijecida, exceto as partes efetivas de bordas, em que são suportadas por um outro elemento de placa adjacente.

Os subpainéis são assumidos para serem totalmente suportados pelos enrijecedores (não ocorre flambagem global dos enrijecedores).

2.1.3 Flambagem global Tipo Pilar

A flambagem global Tipo Pilar é representada pelo fator de redução χ_c , que corresponde à metodologia de cálculo da capacidade resistente à flambagem por compressão do item 6.3.1.2 da EN 1993-1-1:2005, sendo a equação a mesma que para a flambagem de pilar (Equações ((2.7) e ((2.8)):

$$\chi_c = \frac{1}{\varphi + (\varphi^2 - \bar{\lambda}_c^2)^{0,5}} \quad (2.7)$$

onde,

$$\varphi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda}_c - 0,2) + \bar{\lambda}_c^2 \right] \quad (2.8)$$

onde, α é o fator de imperfeição; $\bar{\lambda}_c$ é a esbeltez para o comportamento Tipo Pilar. O valor de $\bar{\lambda}_c$ é dado pelas Equações ((2.9) a ((2.11):

a) para placas não enrijecidas longitudinalmente:

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,c}}} \quad (2.9)$$

onde, $\sigma_{cr,c}$ é a tensão crítica de flambagem elástica para comportamento Tipo Pilar.

b) para placas enrijecidas longitudinalmente:

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,c}}} \quad (2.10)$$

onde, $\sigma_{cr,c}$ é a tensão crítica de flambagem elástica para comportamento Tipo Pilar.

O valor de $\beta_{A,c}$ é dado por:

$$\beta_{A,c} = \frac{A_{sl,1,eff}}{A_{sl,1}} \quad (2.11)$$

onde, $A_{sl,1}$ é a área bruta da seção transversal do enrijecedor mais as partes adjacentes da placa; $A_{sl,1,eff}$ é a área efetiva da seção transversal do enrijecedor mais as partes adjacentes da placa levando em conta a flambagem dos subpainéis.

2.1.4 Interpolação entre os comportamentos Tipo Placa e Tipo Pilar

Os fatores de redução para flambagem global são calculados baseados em um comportamento Tipo Placa (fator de redução ρ) e um comportamento Tipo Pilar (fator de redução χ_c).

A capacidade resistente de uma placa enrijecida longitudinalmente computa um comportamento intermediário, por meio de um fator de redução final (ρ_c) tal que, $\chi_c \leq \rho_c \leq \rho$. A fórmula de interpolação para obter o fator de redução final (ρ_c) é dada pela Equação ((2.12):

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c \quad (2.12)$$

onde, ξ é o parâmetro que indica a “susceptibilidade” de flambagem Tipo Placa ou Tipo Pilar, ou o quanto a tensão crítica elástica Tipo Placa está “distante” da tensão crítica elástica Tipo Pilar, para placas enrijecidas ou não enrijecidas. O parâmetro ξ é dado pela Equação ((2.13):

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad \text{sendo } 0 \leq \xi \leq 1 \quad (2.13)$$

A Figura 1 mostra os limites atribuídos ao parâmetro ξ , que representam fisicamente o seguinte: para placas “curtas” ($\alpha \leq 1,0$) onde prevalece a flambagem Tipo Pilar ($\rho_c = \chi_c$), a razão $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$ é próxima de 1,0 e o valor de ξ é próximo de zero; para placas “longas” ($\alpha > 1,0$) a razão $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$ aumenta para um valor maior ou igual a 2, e $\xi \geq 1$, logo prevalece a flambagem Tipo Placa ($\rho_c = \rho$). O valor α é a razão de aspecto da placa.

2.1.5 Capacidade resistente à força cortante

A norma EN 1993-1-5:2006 adota como modelo de capacidade resistente última de placas submetidas ao cisalhamento, o Método do Campo de Tração Rotacionado. Esta teoria adota a superposição da carga crítica elástica (pré-crítica) com a capacidade resistente ao cisalhamento adicional (pós-crítica).

Figura 1 – Interpolação entre comportamento Tipo Placa e comportamento Tipo Pilar (JOHANSSON et al., 2007, modificado).

A capacidade resistente total de cálculo à força cortante para almas enrijecidas ou não enrijecidas, é dada pela Equação ((2.14):

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad (2.14)$$

onde, $V_{bw,Rd}$ é a capacidade resistente da alma, ou seja, a contribuição da alma; $V_{bf,Rd}$ é a capacidade resistente das mesas, ou seja, a contribuição das mesas; h_w é a altura da alma; t_w é a espessura da alma; f_{yw} é a resistência ao escoamento da alma; γ_{M1} é o fator parcial de segurança para capacidade resistente relacionada à instabilidade; $\eta = 1,20$ é coeficiente que leva em conta o aumento da capacidade resistente ao cisalhamento.

A Equação (2.14) admite que a contribuição da alma ($V_{bw,Rd}$) não é modificada pela formação do campo de tração entre as mesas, visto que na Equação (2.14), a capacidade resistente total ($V_{b,Rd}$) não pode ser maior que a capacidade resistente plástica da alma isolada (dada pelo último termo da expressão).

Conforme a EN 1993-1-5:2006, a capacidade resistente da alma é dada pela Equação ((2.15):

$$V_{bw,Rd} = \chi_w \frac{f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad (2.15)$$

onde, χ_w é o fator de redução para a capacidade resistente à flambagem por cisalhamento da alma, em função da sua esbeltez.

A capacidade resistente de cálculo ao cisalhamento das mesas, transmitida pelo campo de tração, resulta do equilíbrio do comprimento da mesa (c) entre rótulas plásticas (mecanismo plástico nas mesas), sendo dada pela Equação ((2.16):

$$V_{bf,Rd} = \frac{4 M_{pl,f}/\gamma_{M1}}{c} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \quad (2.16)$$

onde, $M_{pl,f}$ é o momento plástico resistente das mesas; f_{yf} é a resistência ao escoamento do material da mesa; b_f , t_f são as dimensões da mesa com a menor capacidade resistente axial, sendo que b_f não deve exceder $15 \cdot \epsilon \cdot t$, em cada lado da alma.

Se as mesas não estiverem completamente acionadas para resistir ao momento fletor, ou seja, quando $M_{Ed} \leq M_{f,Rd}$, a contribuição das mesas ($V_{bf,Rd}$) deve ser reduzida pelo fator apresentado no último termo da Equação ((2.17):

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \left[1 - \left(\frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right] \quad (2.17)$$

onde, M_{Ed} é o momento fletor solicitante de cálculo; $M_{f,Rd}$ é momento fletor resistente de cálculo da seção transversal constituída apenas pelas áreas efetivas das mesas.

Caso haja uma força axial solicitante (N_{Ed}) supostamente transmitida apenas pelas mesas, o $M_{f,Rd}$ deve ser reduzido pelo fator apresentado no último termo da Equação ((2.18):

$$M_{f,Rd} = \frac{M_{f,k}}{\gamma_{M0}} \left[1 - \frac{N_{Ed}}{\frac{(A_{f1} + A_{f2}) f_{yf}}{\gamma_{M0}}} \right] \quad (2.18)$$

A contribuição das mesas pode ser contabilizada (adicionada) à capacidade resistente ao cisalhamento da alma (contribuição da alma), somente se $M_{Ed} \leq M_{f,Rd}$. A verificação de almas não enrijecidas ou enrijecidas à flambagem local, submetidas às forças cortantes é dada pela Equação ((2.19):

$$\eta_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.19)$$

onde, V_{Ed} é a força solicitante cortante de cálculo; $V_{b,Rd}$ é a capacidade resistente total, conforme a Equação (2.14).

2.1.6 Verificação da seção transversal submetida a tensões normais

No caso em que atuam simultaneamente força axial (N_{Ed}) e momento fletor (M_{Ed}) a norma EN 1993-1-5:2006 segue um procedimento simplificado em que as propriedades efetivas da seção transversal são determinadas para cada tipo de esforço de forma

independente, ao invés de determiná-las baseando-se na distribuição resultante de tensão, devido à força axial mais o momento fletor.

A verificação de seções transversais formadas por placas não enrijecidas ou enrijecidas é realizada de acordo com as Equações ((2.20) a ((2.22):

a) força axial:

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{A_{eff} f_y / \gamma_{M0}} \leq 1 \quad (2.20)$$

b) momento fletor uniaxial com força axial:

$$\eta_1 = \frac{(M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{y,N})}{W_{eff,y} f_y / \gamma_{M0}} \leq 1 \quad (2.21)$$

c) momento fletor biaxial com força axial:

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{A_{eff} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{(M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{y,N})}{W_{eff,y} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{(M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{z,N})}{W_{eff,z} f_y / \gamma_{M0}} \leq 1 \quad (2.22)$$

onde, A_{eff} é a área efetiva da seção transversal devido à compressão pura; $e_{y,N}$, $e_{z,N}$ são as variações na posição da linha neutra elástica calculada em compressão pura, em relação aos eixos y e z, respectivamente; $M_{y,Ed}$, $M_{z,Ed}$ são os momentos fletores solicitantes de cálculo, em relação aos eixos y e z, respectivamente; N_{Ed} é a força axial solicitante de cálculo; $W_{eff,y}$, $W_{eff,z}$ são os módulos elásticos da seção efetiva devido ao momento fletor puro, em relação aos eixos y e z, respectivamente; γ_{M0} é o fator parcial.

2.1.7 Interação entre força axial, momento fletor e força cortante

Se a força axial e o momento fletor não puderem ser resistidos pelas mesas sozinhas ($M_{Ed} > M_{f,Rd}$), ou se a força cortante não puder ser resistida pela alma sozinha ($\bar{\eta}_3 > 0,5$), e se $\bar{\eta}_1 \geq M_{f,Rd}/M_{pl,Rd}$, logo a fórmula de interação (Equação ((2.23)) deve ser verificada para os efeitos combinados de momento e força cortante na alma de viga com seção do tipo I ou caixa:

$$\bar{\eta}_1 + \left[1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}} \right] [2\bar{\eta}_3 - 1]^2 \leq 1,0 \quad (2.23)$$

onde, $M_{f,Rd}$ é o momento fletor resistente de plastificação de cálculo da seção composta pela área efetiva apenas das mesas; $M_{pl,Rd}$ é o momento fletor resistente de plastificação de cálculo da seção composta pela área efetiva das mesas e pela área total

da alma, independentemente da classe da seção; $\bar{\eta}_1$ e $\bar{\eta}_3$ são dados pelas Equações (2.24) e (2.25):

$$\bar{\eta}_1 = \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \quad (2.24)$$

onde, M_{Ed} é momento fletor solicitante de cálculo, e,

$$\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}} \quad (2.25)$$

onde, V_{Ed} é a força cortante solicitante de cálculo; $V_{bw,Rd}$ é a contribuição da alma na capacidade resistente ao cisalhamento.

2.2 Método da tensão reduzida

O Método da Tensão Reduzida usa o critério de von Mises para analisar a interação entre os diferentes tipos de tensões, e compara as tensões solicitantes (a análise da placa é realizada com base no campo de tensão total) no painel com tensões limites definidas pelo elemento de placa que flamba primeiro. No Método da Tensão Reduzida a capacidade resistente é determinada em um único passo de verificação.

O Método da Tensão Reduzida assume uma distribuição linear de tensões até alcançar o limite de tensão da região da placa que flamba primeiro. Até esta tensão limite ser alcançada, a seção transversal é totalmente efetiva. Logo, as seções transversais verificadas conforme o Método da Tensão Reduzida podem ser consideradas como elementos de Classe 3. Portanto, o elemento de placa “mais fraco” em uma seção transversal de aço comanda a capacidade resistente da seção transversal inteira.

Neste método, a flambagem de placa não é contabilizada por meio da diminuição das propriedades da seção transversal. Ao contrário do Método da Largura Efetiva, cada uma das tensões atuantes na seção transversal não deve exceder a um determinado valor chamado de “resistência reduzida” (menor do que a resistência ao escoamento) e a verificação do efeito global do campo de tensões deve ser obtida através do critério de escoamento de von Mises. Considerando um campo de tensão no plano da placa, a tensão equivalente solicitante de cálculo ($\sigma_{eq,Ed}$) é definida pela Equação (2.26):

$$\sigma_{eq,Ed} = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{z,Ed}^2 - \sigma_{x,Ed} \sigma_{z,Ed} + 3 \tau_{Ed}^2} \quad (2.26)$$

onde, $\sigma_{x,Ed}$, $\sigma_{z,Ed}$ são as tensões normais solicitantes de cálculo, baseadas nas propriedades da seção transversal bruta; τ_{Ed} é a tensão de cisalhamento solicitante de cálculo, baseada nas propriedades da seção transversal bruta.

No Método da Tensão Reduzida todos os fatores de redução da resistência ao escoamento do aço (ρ_x , ρ_z e χ_w) são calculados com uma única esbeltez para o painel com base no campo de tensão total, a chamada esbeltez global modificada da placa $\bar{\lambda}_p$, sendo dada pela Equação ((2.27):

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} \quad (2.27)$$

onde, α_{cr} é o fator crítico (mínimo) para o qual a tensão equivalente de cálculo, $\sigma_{eq,Ed}$, deve ser aumentada afim de atingir a tensão equivalente crítica elástica, $\sigma_{eq,cr}$, da placa submetida ao campo de tensão completo; $\alpha_{ult,k}$ é o fator crítico (mínimo) para o qual a tensão equivalente de cálculo, $\sigma_{eq,Ed}$, deve ser aumentada afim de atingir a resistência ao escoamento característica (f_y) no ponto mais crítico da placa, sem levar em conta a instabilidade fora do plano. O fator α_{cr} é dado pelas Equações ((2.28) e ((2.29):

$$\alpha_{cr} = \frac{1}{\frac{1 + \psi_x}{4\alpha_{cr,x}} + \frac{1 + \psi_z}{4\alpha_{cr,z}} + \sqrt{\left(\frac{1 + \psi_x}{4\alpha_{cr,x}} + \frac{1 + \psi_z}{4\alpha_{cr,z}}\right)^2 + \frac{1 - \psi_x}{2\alpha_{cr,x}^2} + \frac{1 - \psi_z}{2\alpha_{cr,z}^2} + \frac{1}{\alpha_{cr,\tau}^2}} \quad (2.28)$$

ou,

$$\alpha_{cr} = \frac{\sigma_{eq,cr}}{\sigma_{eq,Ed}} \quad (2.29)$$

onde, $\alpha_{cr,x}$, $\alpha_{cr,z}$ são os fatores críticos (mínimos) para a flambagem da placa nas direções x e z, respectivamente; $\alpha_{cr,\tau}$ é o fator crítico (mínimo) para a flambagem da placa, para tensões de cisalhamento, sendo calculados pelas Equações ((2.30) e ((2.31):

$$\alpha_{cr,x} = \frac{\sigma_{cr,x}}{\sigma_{x,Ed}}; \alpha_{cr,z} = \frac{\sigma_{cr,z}}{\sigma_{z,Ed}}; \alpha_{cr,\tau} = \frac{\tau_{cr}}{\tau_{Ed}} \quad (2.30)$$

onde, $\sigma_{cr,x}$, $\sigma_{cr,z}$, τ_{cr} são as tensões críticas elásticas de flambagem.

O fator $\alpha_{ult,k}$ é dado por:

$$\alpha_{ult,k} = \frac{f_y}{\sigma_{eq,Ed}} \quad (2.31)$$

Quando o fator de redução ρ é obtido da interpolação apropriada entre ρ_x , ρ_z e χ_w , a qual segue o critério de von Mises, a verificação da placa submetida ao campo de tensão completo é dada pela Equação ((2.32):

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x f_y / \gamma_{M1}}\right)\left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z f_y / \gamma_{M1}}\right) + 3\left(\frac{\tau_{Ed}}{\chi_w f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 \leq 1 \quad (2.32)$$

onde, ρ_x é o fator de redução para flambagem de placa calculado com $\bar{\lambda}_p$, levando em conta a interação entre os comportamentos Tipo Placa e Tipo Pilar, na direção de σ_x (tensões normais longitudinais); ρ_z é o fator de redução para flambagem de placa calculado com $\bar{\lambda}_p$, levando em conta a interação entre os comportamentos Tipo Placa e Tipo Pilar, na direção de σ_z (tensões normais transversais); χ_w é o fator de redução para flambagem de placa para $\bar{\lambda}_p$, para tensões de cisalhamento τ .

A interação entre os comportamentos Tipo Placa e Tipo Pilar pode ser realizada para ambas as direções x e z, pelas Equações ((2.33) a ((2.36):

$$\rho_x = (\rho_p - \chi_x) \xi_x (2 - \xi_x) + \chi_x \quad (2.33)$$

e,

$$\rho_z = (\rho_p - \chi_z) \xi_z (2 - \xi_z) + \chi_z \quad (2.34)$$

onde,

$$\xi_x = \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr,x}} - 1 \text{ mas } 0 \leq \xi_x \leq 1 \quad (2.35)$$

e,

$$\xi_z = \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr,z}} - 1 \text{ mas } 0 \leq \xi_z \leq 1 \quad (2.36)$$

3 Casos estudados

Os casos estudados foram abordados em Barbosa e Caldas (2018), e compreendem painéis enrijecidos, mais especificamente almas de viga com seção do tipo I enrijecidas com um ou dois enrijecedores longitudinais na região comprimida, submetidas a tensões normais longitudinais (σ) e tensões de cisalhamento (τ) conforme mostra a Figura 2.

Foram estudados quatro tipos de painéis, classificados como M, V, MV e VM de almas com um ou dois enrijecedores longitudinais na região comprimida, totalizando oito painéis diferentes. A denominação dos painéis é descrita na Tabela 1.

Figura 2 – Alma submetida às tensões normais longitudinais (σ) e tensões de cisalhamento (τ).

Tabela 1 – Denominação dos painéis estudados.

Descrição	Denominação do painel
Painel submetido somente ao momento fletor	Painel M
Painel submetido somente à força cortante	Painel V
Painel submetido a 75% do momento fletor solicitante no Painel M, e 25% da força cortante solicitante no Painel V	Painel MV
Painel submetido a 75% da força cortante solicitante no Painel V, e 25% do momento fletor solicitante no Painel M	Painel VM

Para todos os painéis estudados foram feitas as seguintes considerações: placa retangular simplesmente apoiada com comportamento isotrópico, carregada no seu plano, com espessura uniforme e tensões atuando ao longo das suas bordas; enrijecedores longitudinais em seção retangular sólida, somente em um dos lados da alma da seção transversal do tipo I. Os valores dos parâmetros considerados para os painéis estudados são descritos na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros considerados para todos os painéis estudados.

Descrição	Parâmetro	Valor
Resistência nominal ao escoamento do aço	f_y	345 MPa
Fator parcial para capacidade resistente associada ao escoamento	γ_{M0}	1,0
Fator parcial para capacidade resistente associada à instabilidade	γ_{M1}	1,1
Módulo de elasticidade do aço	E_a	200000 MPa
Coefficiente de Poisson do aço	ν	0,3

As seções transversais do tipo I com almas enrijecidas têm as seguintes características, conforme mostram as Figura 3, Figura 4 e a Tabela 3.

Tabela 3 – Características das almas enrijecidas estudadas.

Descrição	Alma com um enrijecedor	Alma com dois enrijecedores
Dimensões das mesas	300 mm x 12,5 mm	300 mm x 16 mm (superior), 700 mm x 37,5 mm (inferior)
Largura do painel enrijecido	3000 mm	3500 mm
Comprimento do painel enrijecido	5000 mm	5000 mm
Razão de aspecto	$5000/3000 = 1,68$	$5000/3500 = 1,43$
Dimensão do enrijecedor	100 mm x 12,5 mm	140 mm x 16mm
Posição do enrijecedor	$h_w/4$	$h_w/4, h_w/4$
Razão entre as tensões normais	$\sigma_2/\sigma_1 = -1,0$	$\sigma_2/\sigma_1 = -0,60$

A partir da seção transversal do tipo I com alma enrijecida com um enrijecedor longitudinal, com espessura da alma enrijecida fixada em 12,5 mm ou da seção transversal em perfil I com alma enrijecida com dois enrijecedores longitudinais, com espessura da alma fixada em 16 mm (valores usuais para almas de vigas esbeltas aplicadas em estruturas de pontes) definem-se os esforços solicitantes de cálculo, momento fletor e força cortante (conforme mostrado nas duas primeiras linhas das Tabela 4 e Tabela 5), para os quais a alma enrijecida alcançará sua capacidade resistente, utilizando o Método da Tensão Reduzida, nos seguintes painéis estudados: Painel M (100% do momento fletor nominal definido) e no Painel V (100% da força cortante nominal definida). Os valores dos esforços considerados para cada tipo de painel são apresentados juntamente com as seções estudadas.

3.1 Alma de perfil I, com 1 enrijecedor longitudinal na região comprimida

Figura 3 – Alma enrijecida com um enrijecedor longitudinal na região comprimida.

Tabela 4 – Esforços solicitantes de cálculo $M_{y,Ed}$ e $V_{z,Ed}$ nos painéis estudados, que esgotam a capacidade resistente de cálculo dos painéis Painel M e Painel V, com alma de espessura $t_w = 12,5$ mm.

Painel	Momento fletor solicitante de cálculo $M_{y,Ed}$ [kN.m]	Força cortante solicitante de cálculo $V_{z,Ed}$ [kN]
M	5967	0
V	0	1139,4
MV	$0,75 \times 5967 = 4475,25$	$0,25 \times 1139,4 = 284,85$
VM	$0,25 \times 5967 = 1491,75$	$0,75 \times 1139,4 = 854,55$

3.2 Alma de perfil I, com dois enrijecedores longitudinais na região comprimida

Figura 4 – Alma enrijecida com 2 enrijecedores longitudinais na região comprimida.

Tabela 5 – Esforços solicitantes de cálculo $M_{y,Ed}$ e $V_{z,Ed}$ nos painéis estudados, que esgotam a capacidade resistente de cálculo dos painéis Painel M e Painel V, com alma de espessura $t_w = 16$ mm.

Painel	Momento fletor solicitante de cálculo $M_{y,Ed}$ [kN.m]	Força cortante solicitante de cálculo $V_{z,Ed}$ [kN]
M	13689	0
V	0	3974,4
MV	$0,75 \times 13689 = 10266,75$	$0,25 \times 3974,4 = 993,6$
VM	$0,25 \times 13689 = 3422,25$	$0,75 \times 3974,4 = 2980,8$

3.3 Procedimentos de verificação dos casos estudados

São considerados dois procedimentos de verificação, sendo: Procedimento A, no qual a tensão crítica de flambagem elástica é determinada por meio do programa computacional EBPlate 2.01, e a verificação da seção transversal é realizada pelo Método da Tensão Reduzida explicitado no item 10 da norma EN 1993-1-5:2006, e no Item 2.2; e procedimento B, no qual a tensão crítica de flambagem elástica também é

determinada por meio do programa computacional EBPlate 2.01, porém a verificação ocorre pelo Método da Largura Efetiva explicitado nos itens 4 e 5 da norma EN 1993-1-5:2006, e no Item 2.1.

Em ambos os procedimentos, a partir da seção transversal em perfil I definida, considera-se a espessura da alma como parâmetro variável, e verificam-se todos os painéis estudados: Painei M, Painei V, Painei MV e Painei VM.

A verificação de cada painel estudado ocorre por meio de um processo iterativo a fim de obter a espessura da alma com a qual a seção transversal do tipo I terá capacidade resistente igual aos esforços solicitantes.

3.4 Análise dos resultados

As espessuras, t_w , das almas estudadas, Figura 3 e Figura 4, obtidas conforme o Método da Tensão Reduzida são maiores (1,1 a 1,3 vezes para a alma com um enrijecedor longitudinal, e 1,0 a 1,3 vezes para a alma com dois enrijecedores longitudinais) do que as obtidas pelo Método da Largura Efetiva, conforme mostram as Tabela 6 e Tabela 7.

Tabela 6 – Espessura do painel, com um enrijecedor, conforme os métodos de cálculo para o estado limite último, da norma EN 1993:1-5:2006.

	Espessura t_w [mm]			
	Painei M	Painei V	Painei MV	Painei VM
Método da Largura Efetiva	5,5	7,3	3,6	6,2
Método da Tensão Reduzida	12,5	7,4	10,5	8,9

Tabela 7 – Espessura de painel, com dois enrijecedores, conforme os métodos de cálculo para o estado limite último, da norma EN 1993:1-5:2006.

	Espessura t_w [mm]			
	Painei M	Painei V	Painei MV	Painei VM
Método da Largura Efetiva	8,4	12,3	4,6	10,3
Método da Tensão Reduzida	15,6	12,5	13,5	11,6

As Figura 5 e Figura 6 apresentam os valores dos momentos resistentes de cálculo obtidos para as almas enrijecidas apresentadas nas Figura 3 e Figura 4, com as seguintes espessuras definidas: 3,6; 4,6; 5,5; 6,2; 8,4; 8,9; 10,3; 10,5; 11,6; 12,5; 13,5 e 15,6 mm. Foram utilizados o Método da Largura Efetiva e o Método da Tensão Reduzida conforme a norma EN 1993-1-5:2006. Observam-se diferenças relevantes entre os valores dos dois métodos, sendo que quando se aplica o Método da Largura Efetiva para almas menos espessas (3,6; 4,6; 5,5; 6,2 e 8,4 mm) os momentos resistentes são 3,3 a 5,7 vezes

superiores aos valores referentes ao Método da Tensão Reduzida, enquanto que para almas mais espessas (8,9; 10,5; 12,5; 10,3; 11,6; 13,5 e 15,6 mm) essas diferenças são menores e os momentos resistentes são 1,4 a 2,5 vezes superiores aos valores referentes ao Método da Tensão Reduzida.

O estudo realizado por Caballero e Simón-Talero (2010) também mostra diferenças significativas entre os resultados obtidos pelo Método da Largura Efetiva e pelo Método da Tensão Reduzida, ambos conforme a EN 1993-1-5:2006, sendo que para almas mais esbeltas a capacidade resistente é significativamente diminuída quando se aplica o Método da Tensão Reduzida em comparação com o Método da Largura Efetiva que conduz a capacidades resistentes até três vezes o valor obtido com o Método da Tensão Reduzida, enquanto que, para almas mais espessas a diferença entre os dois métodos é menos pronunciada.

Figura 5 – Momento resistente de cálculo para almas com um enrijecedor, conforme o Método da Largura Efetiva e o Método da Tensão Reduzida, conforme a norma EN 1993-1-5:2006.

Figura 6 – Momento resistente de cálculo para almas com dois enrijecedores, conforme o Método da Largura Efetiva e o Método da Tensão Reduzida, conforme a norma EN 1993-1-5:2006.

No Método da Tensão Reduzida, a interação dos diferentes tipos de tensões solicitantes na seção é baseada no critério de plastificação de von Mises, levando em conta a redução da resistência ao escoamento do aço. Este método não leva em conta uma possível redistribuição de tensões entre os diferentes elementos que compõem a seção transversal, assumindo assim uma distribuição linear de tensões até atingir a tensão limite da região do painel que flambar primeiro, quando se considera que foi alcançada a capacidade resistente última da seção, o que faz com que a capacidade resistente última de toda a seção seja comandada pelo elemento menos resistente da seção. Isto pode levar a diferenças significativas quando os seus resultados são comparados com aqueles fornecidos pelo Método da Largura Efetiva.

4 Conclusões

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre os dois métodos de cálculo de seções esbeltas: Método da Largura Efetiva e Método da Tensão Reduzida apresentados pela EN 1993-1-5:2006. O Método da Largura Efetiva utiliza uma medida de esbeltez diferente para a determinação de cada um dos coeficientes de redução, considera a redistribuição pós-crítica das tensões entre os elementos da seção transversal, realiza uma verificação para cada tipo de esforço e em seguida uma verificação para a

combinação de esforços por meio de equações de interação. O Método da Tensão Reduzida calcula todos os fatores de redução da resistência ao escoamento do aço com uma única esbeltez para o painel, a chamada esbeltez global, considera o campo de tensões completo e a capacidade resistente é determinada em um único passo de verificação, assumindo assim uma distribuição linear de tensões até atingir a tensão crítica da região do painel que flambear primeiro.

Os resultados das verificações dos oito diferentes painéis estudados neste trabalho comprovam que as diferenças entre as considerações do Método da Largura Efetiva e do Método da Tensão Reduzida levam a resultados significativamente diferentes, visto que ao utilizar o Método da Largura Efetiva para almas com espessuras de 3,6 a 8,4 mm, os momentos resistentes obtidos são 3,3 a 5,7 vezes superiores aos valores obtidos utilizando o Método da Tensão Reduzida, enquanto que para almas com espessuras de 8,9 a 15,6 mm, essas diferenças diminuem e os momentos resistentes obtidos são 1,4 a 2,5 vezes superiores aos valores obtidos utilizando o Método da Tensão Reduzida. E ainda, essas verificações aplicando o Método da Tensão Reduzida da EN 1993-1-5: 2006 resultam em espessuras das almas maiores que as espessuras obtidas conforme o Método da Largura Efetiva desta mesma norma em: 1,1 a 1,3 vezes para a alma com um enrijecedor longitudinal, e 1,0 a 1,3 vezes para a alma com dois enrijecedores longitudinais.

Logo, apesar do Método da Largura Efetiva ter a vantagem de fornecer almas com espessuras inferiores às fornecidas pelo Método da Tensão Reduzida, este método apresenta a desvantagem de abranger somente elementos estruturais com seções transversais típicas e largura uniforme, além disso, é mais trabalhoso para ser programado. Entretanto, o Método da Tensão Reduzida tem a vantagem de ser aplicável também às seções transversais não típicas e não uniformes, e ainda proporciona mais agilidade nas verificações por se tratar de um método fácil de ser programado. Porém, o atual desenvolvimento deste método apresenta lacunas significativas de definição na forma de aplicação e no seu desenvolvimento.

5 Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio concedido pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais) e UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais).

6 Referências bibliográficas

- ACERO, R. L.; RODRÍGUEZ, P. G. **La revisión del Eurocódigo 3, parte 1-5: “placas planas cargadas en su plano”**. Hormigón y acero, n. 272, p. 85-96, 2014.
- BARBOSA, D.A.; CALDAS, R.B. **Estudo Comparativo da Tensão Crítica Elástica de Flambagem de Chapas Enrijecidas em Aço**. In: IX Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas. Rio de Janeiro: 18 a 20 de maio, 2016.
- BARBOSA, D.A. **Estudo de almas de vigas de aço enrijecidas longitudinalmente**. 2016. 300f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, 2016.
- BARBOSA, D.A.; CALDAS, R.B. **Tensões Críticas de Flambagem Global de Almas de Vigas de Aço Enrijecidas Longitudinalmente**. Artigo em publicação na Revista da Estrutura de Aço, 2018.
- BRAUN, B.; KUHLMANN, U. **Reduced stress design of plates under biaxial compression**. Steel Construction, v. 5, n. 1, p. 33-40, 2012.
- CABALLERO, A.; SIMÓN-TALERO, J. M. In: **SDSS’Rio 2010 STABILITY AND DUCTILITY OF STEEL STRUCTURES. Plate buckling according to eurocode 3: comparison of the effective width method and the reduced stress method**. Rio de Janeiro: September 8 – 10, 2010.
- CTICM; RFS; COMBRI. **EBPlate: elastic buckling of plates**, Software Developed by Centre Technique Industriel de la Construction Metallique (CTICM) in the Frame of the ComBri Project, RFCS Contract n° RFS-CR-03018, 2006. Disponível em: www.cticm.com.
- DA SILVA, L. S.; GERVÁSIO, H. **Manual de dimensionamento de estruturas metálicas: métodos avançados**. CMM, Mem Martins (in Portuguese), 2007.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN. EN 1990. **Eurocode – Basis of structural design**. 2002.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN. EN 1993-1-1. **Eurocode 3 – Design of steel structures – part 1-1: general rules and rules for buildings**. 2005.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN. EN 1993-1-5. **Eurocode 3 – Design of steel structures – part 1-5: general rules - plated structural elements**. 2006.
- JOHANSSON, B.; MAQUOI, R.; SEDLACEK, G.; MÜLLER, C.; BEG, D. **Commentary and worked examples to EN 1993-1-5: Plated structural elements**. Joint report JRC-ECCS, 2007.
- LEBET, J.P.; HIRT, M.A. **Steel bridges: conceptual and structural design of steel and steel-concrete composite bridges**. CRC Press, 2013.
- VAYAS, I.; ILIOPOULOS, A. **Design of steel-concrete composite bridges to eurocodes**. CRC Press, 2013.