

УДК 519.863

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДЛОЖЕНИЕМ И СПРОСОМ

Братищев А.В.

д.ф.-м.н., доцент, профессор

Донской государственный технический университет

Батищева Г.А.

д.э.н., доцент, профессор

Журавлева М.И.

к.ф.-м.н., доцент,

Гузенко Н.В.

к.э.н., доцент,

Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)

e-mail: gbati@mail.ru

Аннотация: Исследуется модель динамической системы «Управление спросом и предложением» в окрестности положения равновесия на бесконечности и построены в этих окрестностях фазовые портреты с применением пакета MatLab и графического приложения SimuLink.

Ключевые слова: динамическая система, состояние равновесия, бифуркационный анализ, фазовый портрет, синергетический регулятор.

MATHEMATICAL MODEL OF SUPPLY AND DEMAND MANAGEMENT

Bratishev A.V.

Batischeva G. A.

Zhuravleva M. I.

Guzenko N.V.

Abstract: The model of the dynamic system "supply and demand Management" in the vicinity of the equilibrium position at infinity is studied and phase portraits are constructed in these surroundings using the MatLab package and the SimuLink graphical application.

Keyword: dynamic system, equilibrium state, bifurcation analysis, phase portrait, synergetic regulator.

Компьютерные и информационные технологии – это технологии, помогающие человеку ускорить анализ политической, экономической, социальной и биологической ситуации и последующий синтез решений [1]. В рамках теории динамических систем [2, 3] на этапе анализа исследователя интересуют закономерности взаимосвязи экономических процессов. Полный анализ системы – это её бифуркационный анализ [5,6]. В настоящей статье математический аппарат применен к системе «Управление спросом и предложением» в окрестности положения равновесия на бесконечности и построены в этих окрестностях фазовые портреты с применением пакета MatLab и графическим приложением SimuLink. В работе [4] предложены две модели динамики предложения и спроса в случае, когда спрос подстраивается под предложение, а предложение (при постоянных ценах) стремится обеспечить платежеспособный спрос.

В настоящей статье рассматривается модель вида:

$$\begin{cases} x'_t = -a_1x + a_2y - a_3x^2 - a_4xy, \\ y'_t = b_1x - b_2xy \end{cases},$$

здесь: $x(t)$ – количество товара в момент времени t у производителя (предложение производителя); $y(t)$ – величина денежной массы у потребителя, предназначенная для приобретения товара x .

На скорость изменения предложения разнонаправленно влияют четыре фактора: моральная и физическая изнашиваемость товара $-a_1x$; наличие денежной массы у потребителя a_2y ; ухудшение качества выпущенного товара с течением времени $-a_3x^2$; раскупаемость товара $-a_4xy$.

На скорость изменения спроса влияют два фактора: количество товара у производителя b_1x и сбыт товара $-b_2xy$.

Параметры предполагаются произвольными положительными числами.

Авторами исследована модель методами теории бифуркационного анализа [5, 7]. По экономическому смыслу построение фазового портрета

ограничивается первой четвертью фазовой плоскости. Несложно видеть, что система имеет три состояния равновесия:

$$S_1 = (0,0), \quad S_{2,3} = \left(\frac{-(a_1 b_2 + a_4 b_3) \pm \sqrt{(a_1 b_2 + a_4 b_3)^2 + 4 a_2 b_1 a_3 b_2}}{2 a_3 b_2}, \frac{b_1}{b_2} \right)$$

Состояние S_2 находится в первой, а состояние S_3 – в четвёртой четверти фазовой плоскости. С помощью теоремы Ляпунова авторам удалось доказать, что независимо от значений параметров состояние S_1 всегда является седлом и грубым состоянием равновесия. Состояние S_2 является грубым устойчивым узлом, а состояние S_3 – грубым неустойчивым узлом.

Отметим, что при любых положительных коэффициентах системы фазовые портреты будут топологически эквивалентными. Положения равновесия полностью сохраняют свой характер независимо от значений параметров.

Исследование проводилось для трех случаев: $a_3 > b_2$, $a_3 < b_2$, $a_3 = b_2$.

Фазовый портрет системы при $a_3 \geq b_2$ разбивается на четыре элементарных ячейки, границы которых состоят из особых траекторий (сепаратрис), а сами ячейки – из неособых траекторий с одинаковым асимптотическим поведением. Для случая $a_3 < b_2$ фазовый портрет системы разбивается на пять элементарных ячеек, границы которых также состоят из особых траекторий, а сами ячейки – из неособых траекторий с одинаковым асимптотическим поведением. Во всех трех ситуациях в интересующей нас первой четверти пространства траектории стягиваются к положению равновесия S_2 , которое интерпретируем как точку согласования спроса и предложения. Результаты исследования показывают, что есть траектории, начинающиеся во второй и четвертой четверти и стягивающиеся к положению равновесия S_2 в первой четверти.

Благодаря результатам анализа можно предсказывать поведение ключевых объектов процесса – изменение количества товара производителя, т.е. предложения, и величины денежной массы у потребителя, предназначенной для приобретения необходимого товара – спроса.

При помощи методов синергетической теории управления А.А. Колесникова [8] спроектирован синергетический регулятор. При проектировании системы управления для исходной системы удалось создать такую систему, что величины $x(t)$ и $y(t)$ могут стабилизироваться на заданных конкретных значениях с течением времени. При аддитивном управлении появляется возможность управлять скоростью изменения предложения на рынке, также возможно с течением времени стабилизировать величину спроса и предложения при некоторых условиях. При подходящем выборе агрегированной переменной состояниями равновесия синергетического регулятора могут быть заранее заданные величины спроса и предложения. Описано также подмножество точек фазовой плоскости, которые могут являться положениями равновесия исследуемой системы, что означает возможность стабилизировать величину спроса и предложения с течением времени.

Полученные результаты могут представлять интерес для экономистов, изучающих динамику спроса и предложения при постоянных ценах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дружинина А.А., Дашко Ю.В. Цифровые технологии ИТ-маркетинга // Интеллектуальные ресурсы – региональному развитию.–2019. – Т.5, № 1. – С. 52–58.
2. Пу Т. Нелинейная экономическая динамика. – Ижевск: Издательство «Удмуртский университет», 2000. – 200 с.
3. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы качественного исследования динамических систем на плоскости. – Москва: Наука, 1976. – 496 с.
4. Милованов В.П. Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация / В.П. Милованов. – М.: УРСС, 2001.– 264 с.
5. Братищев А.В., Журавлева М. И. Бифуркационный анализ и синергетическое управление системой «валовой продукт – трудовой ресурс» // Вестник Ростовского государственного экономического университета (РИНХ). – 2015. – Выпуск № 2 (50). – С. 147–155.
6. Bratishchev Alexander V., Batishcheva Galina A., Zhuravleva Maria I. Bifurcation analysis and synergetic management of the dynamic system “Intermediary activity”/ Advances in Intelligent Systems and Computing. Volume 896, 2019, Pages 659-667. 13th International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing, ICAFS 2018; Warsaw, Poland; 27-28 August 2018.
7. Братищев А.В., Батищева Г.А., Журавлева М.И. Бифуркационный анализ и синергетическое управление динамической системой «посредническая

деятельность» // Интеллектуальные ресурсы – региональному развитию. – 2018. – Т.4, № 1. – С. 209–2013.

8. Колесников А.А. Синергетические методы управления я сложными системами. Теория системного анализа. – Москва: КомКнига, 2006. – 240 с.