Ю. И. ДУБНИН, д.ф.
И. С. ПИКИН, к.т.н.

МЕТОДЫ ЛАЗЕРНОЙ ДОПЛЕРОВСКОЙ АНЕМОМЕТРИИ

Ю. Н. ДУБНИЩЕВ
Б. С. РИНКЕВИЧЮС

МЕТОДЫ ЛАЗЕРНОЙ ДОПЛЕРОВСКОЙ АНЕМОМЕТРИИ

С предисловием
В. А. ФАБРИКАНТА

МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1982

22.34
Д 79
УДК 535.8

ДУБНИЩЕВ Ю. Н., РИНКЕВИЧЮС Б. С. Методы лазерной доплеровской анемометрии/С предисл. В. А. Фабриканта.— М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982.— 304 с.

Дано систематическое изложение основ лазерной доплеровской анемометрии (ЛДА) — быстро развивающегося направления когерентной оптики и спектроскопии оптического смещения. Методы ЛДА предназначены для измерения скорости движения жидкостей, газов и твердых тел. Рассмотрены физические основы методов ЛДА и принципы построения оптических схем. Дан их анализ, основанный как на теории рассеяния Ми, так и на методах Фурье-оптики. Большое внимание в монографии уделено описанию практических схем ЛДА. Даны разнообразные примеры применения методов ЛДА в физическом и аэрогидродинамическом экспериментах.

Рис. 182. Табл. 5. Библ. 331 назв.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
От авторов	7
Глава I. Физические основы лазерной анемометрии	9
§ 1. Лазеры как источники когерентного оптического излучения	9
§ 2. Гауссовы пучки	15
§ 3. Интерференция когерентных волн	20
§ 4. Дифракция оптических волн	26
§ 5. Рассеяние поляризованного оптического излучения на одиночной частице	34
§ 6. Методы приема оптического излучения	43
§ 7. Методы частотной модуляции излучения	53
§ 8. Эффект Доплера в лазерной анемометрии	63
Глава II. Принципы построения оптических схем ЛДА	67
§ 1. Основные типы оптических схем ЛДА	67
§ 2. Когерентные эффекты в оптическом сигнале	72
§ 3. Методы подавления низкочастотного пьедестала в доплеровском сигнале	77
§ 4. Определение знака скорости и перенос доплеровского спектра	88
§ 5. Определение ортогональных компонент вектора скорости	95
Глава III. Анализ структуры доплеровского сигнала на основе теории рассеяния Ми	102
§ 1. Рассеяние двух когерентных пучков одиночной частицей	102
§ 2. Временные и спектральные характеристики доплеровского сигнала от одиночной частицы	112
§ 3. Характеристики доплеровского сигнала от ансамбля частиц	117
§ 4. Зависимость параметров доплеровского сигнала от размера и концентрации частиц	127
§ 5. Зависимость параметров доплеровского сигнала от характеристик передающей оптики ЛДА	132
§ 6. Зависимость параметров доплеровского сигнала от характеристик приемной оптики ЛДА	140
§ 7. Зависимость параметров доплеровского сигнала от характера движения частиц	144
Глава IV. Анализ оптических схем ЛДА методами фурье-оптики	151
§ 1. Элементы теории линейных систем в оптике	151
§ 2. Пространственная структура одночастичного оптического сигнала ЛДА	163
§ 3. Частотная структура одночастичного оптического сигнала ЛДА	181
§ 4. Селекция когерентной составляющей оптического сигнала ЛДА	187
§ 5. Оптические схемы ЛДА с когерентной обратной связью	194
Глава V. Практические схемы ЛДА	204
§ 1. Схемы для измерения одной проекции вектора скорости	204
§ 2. Схемы для измерения вектора скорости	217

§ 3. Корреляционные схемы ЛДА	226
§ 4. Схемы ЛДА с многолучевыми интерферометрами	230
§ 5. ЛДА с оптическими дискриминаторами доплеровского сдвига частоты	237
§ 6. Многоканальные ЛДА	246
Глава VI. Применение ЛДА	251
§ 1. Применение ЛДА в гидродинамическом эксперименте	251
§ 2. Исследования пограничного слоя потока	260
§ 3. Исследования турбулентных потоков	265
§ 4. Исследования неизотермических потоков	274
§ 5. Исследования двухфазных потоков	282
§ 6. Исследования газовых потоков	287
Литература	293

ПРЕДИСЛОВИЕ

Как известно, классическая волновая оптика переживает сейчас период бурного расцвета, стимулированный созданием лазеров. Давно известные оптические эффекты получают новые и важные применения. К числу таких эффектов принадлежит оптический эффект Доплера, до сих пор использовавшийся главным образом в астрономических исследованиях. Лазерная анемометрия, основанная на эффекте Доплера, конечно, занимается объектами гораздо более скромных масштабов, чем расширяющаяся вселенная («красное смещение» Хаббла). Однако уже полученные с помощью ее результаты достаточно весомы и с научной, и с прикладной точек зрения. Методы лазерной анемометрии удачно дополняют другие методы исследования потоков жидкостей и газов. Основным преимуществом лазерной анемометрии является возможность получения количественных данных о локальных значениях скоростей без заметного возмущения исследуемого потока. В частности, это позволяет исследовать условия в пристеночной области, что дает основу для уточнения граничных условий, играющих столь важную роль в аэро- и гидродинамике. Следует упомянуть также весьма актуальную проблему зарождения турбулентности, где методы лазерной анемометрии принесли результаты, имеющие принципиальное значение.

Данная монография написана представителями двух научных групп, активно работающих в области лазерной анемометрии. Одна группа входит в состав Института автоматизации и электрометрии Сибирского отделения АН СССР (Новосибирск), а вторая — в состав кафедры «Физика-1» Московского энергетического института.

Направленность этих двух групп несколько различна, что дало возможность более всестороннего освещения проблем лазерной анемометрии.

Необходимость выпуска новой монографии обусловлена несколькими причинами. Прежде всего это быстрое развитие лазерной анемометрии как в теоретическом, так и в практическом плане, что, естественно, не отражено в вышедших до сих пор книгах. Во-вторых, в данной монографии сделан акцент на вопросах оптики лазерных анемометров. Опыт применения лазерных анемометров показал, что неучет тонких оптических эффектов мо-

жет привести к грубым методическим ошибкам и к «открытию» несуществующих гидродинамических явлений. Решение различных аэрогидродинамических задач требует применения разнообразных оптических схем. Оптимизация оптической схемы представляет одну из основных задач лазерной анемометрии, что вызывает большие трудности у исследователей, не являющихся специалистами-оптиками.

В монографии детально освещены физические основы лазерной доплеровской анемометрии, включающие анализ характеристик лазеров как источников когерентного излучения, рассмотрение особенностей распространения гауссовых пучков, вопросы интерференции и дифракции когерентного излучения, рассеяние излучения частицами, методы регистрации и частотной модуляции оптического излучения. Изучение этих вопросов позволяет приступить к анализу работы лазерных анемометров с глубоким пониманием происходящих в них процессов. Существенное место в монографии уделено анализу структуры доплеровского сигнала как на основе теории рассеяния Ми, так и на основе методов фурье-оптики. Учет специфики рассеяния когерентного излучения движущимися частицами и особенностей регистрации рассеянного излучения позволил авторам создать достаточно полную теорию лазерных анемометров.

Подробно освещено большое количество практических схем лазерных анемометров, разработанных авторами и опробованных в различных аэрогидродинамических экспериментах.

Особого внимания заслуживает последняя глава монографии, в которой приведены многочисленные примеры применения лазерных анемометров, иллюстрирующие большие их возможности и преимущества перед традиционными измерительными приборами типа трубок Пито и термоанемометров.

Считаю, что предлагаемая читателям монография будет стимулировать развитие лазерной доплеровской анемометрии в нашей стране и послужит хорошим дополнением к существующим книгам по этой теме, которые уже стали библиографической редкостью. Ее можно рекомендовать как специалистам-оптикам, разрабатывающим методы диагностики потоков жидкости и газа, так и механикам-экспериментаторам, желающим освоить новый прогрессивный метод измерения локальных скоростей потоков.

История развития науки и техники показывает, что создание новых методов исследования и приборов всегда способствовало существенному развитию области науки и техники, где эти методы применялись.

В. А. Фабрикант

ОТ АВТОРОВ

Лазерная доплеровская анемометрия (ЛДА) — быстро развивающееся направление современной прикладной оптики, связанное с разработкой когерентно-оптических методов измерения скорости движения жидкостей, газов и твердых тел. Эти методы основаны на регистрации доплеровского сдвига частоты в свете, рассеянном исследуемой средой.

В лазерной доплеровской анемометрии можно выделить несколько аспектов. Первый из них состоит в установлении связей между параметрами исследуемой среды и характеристиками рассеянного излучения, в разработке оптимальных схемных решений формирования, преобразования и обработки оптического сигнала, а также интерпретации результатов измерений. Другой включает в себя создание электронных устройств измерения доплеровского сдвига частоты.

Основное внимание в монографии уделяется теоретическому обоснованию методов лазерной доплеровской анемометрии и оптическим схемным решениям. В изложении материала и степени детализации отдельных аспектов отразилось влияние собственных научных интересов авторов. Вопросы функционирования электронных процессоров и методы корреляции фотоотсчетов затрагиваются лишь частично. Однако в библиографии указаны работы, где соответствующие проблемы отражены детально и полно.

Монография содержит шесть глав. Первая глава носит вводный характер. В ней описаны физические явления, на которых основаны методы ЛДА: интерференция, дифракция, рассеяние, модуляция и регистрация когерентного оптического излучения.

Во второй главе изложены принципы построения оптических схем лазерных доплеровских анемометров. Рассмотрение ведется для точечной модели рассеивающей частицы.

В третьей главе на основе теории рассеяния Ми изучаются методы ЛДА с учетом размера и оптических характеристик рассеивающих частиц, а также когерентных и поляризационных свойств световых пучков.

В четвертой главе принципы работы ЛДА излагаются и развиваются с позиций линейной теории оптических систем.

В пятой главе рассматриваются различные практические схемы ЛДА, функциональные возможности которых соответствуют широкому кругу экспериментальных задач.

Шестая глава посвящена описанию применений ЛДА в аэрогидродинамическом эксперименте, хотя развитые в работе методы могут с успехом использоваться и в промышленной технологии, биологических, медицинских исследованиях и других областях науки и техники.

Лазерная доплеровская анемометрия находится на стадии интенсивного развития, особенно это касается ее применений, поэтому список цитированной литературы не является исчерпывающим: приведены лишь ссылки на наиболее известные работы.

При работе над монографией авторы стремились выработать единый подход к проблемам лазерной доплеровской анемометрии и максимально сблизить существующие в настоящее время различные методы их решения. Определенную трудность представляет отсутствие единой терминологии в этой сравнительно молодой области прикладной оптики.

Авторы признательны акад. АН СССР Ю. Е. Нестерихину, к. т. н. В. П. Коронкевичу, к. т. н. В. С. Соболеву, проф. В. А. Фабриканту, проф. А. М. Васильеву, проф. Г. М. Уткину за поддержку и сотрудничество в исследованиях по лазерной доплеровской анемометрии, проф. Р. И. Крылову — за содействие в работе над книгой. Авторы считают приятным долгом выразить искреннюю благодарность своим сотрудникам и коллегам в Институте автоматизации и электрометрии СО АН СССР и на кафедре «Физика-1» Московского энергетического института, результаты совместных работ с которыми частично использованы в данной монографии, а также В. И. Комаровой — за большой труд по оформлению рукописи.

Авторы благодарны редактору книги Н. П. Хорс за полезные замечания, весьма способствовавшие улучшению текста.

Главы II, IV, §§ 1.4, 1.7, V.2, V.3, V.5 написаны Ю. Н. Дубнищевым, главы III, VI (за исключением VI.1) и §§ 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 1.6, V.4, V.6, написаны Б. С. Ринкевичюсом, §§ 1.8, V.1, VI.1 написаны совместно. В написании §§ IV.5, V.5 принимал участие П. Я. Белоусов.

*Ю. Н. Дубнищев,
Б. С. Ринкевичюс*

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
ЛАЗЕРНОЙ АНЕМОМЕТРИИ§ 1. Лазеры как источники когерентного
оптического излучения

Лазер является источником когерентного электромагнитного излучения оптического диапазона длин волн и представляет собой резонатор, состоящий из двух плоских или сферических зеркал, между которыми находится активная среда. По типу активной среды все лазеры делятся на твердотельные, газовые, жидкостные и полупроводниковые.

Наиболее распространенными твердотельными лазерами являются рубиновый, излучающий на длине волны $\lambda = 0,6943$ мкм, лазер на стекле с введенными атомами неодима ($\lambda = 1,06$ мкм) и лазер на иттриево-алюминиевом гранате ($\lambda = 1,06$ мкм) [1]. В основном эти лазеры работают в импульсном режиме, мощность излучения в импульсе составляет десятки кВт. Излучение с длиной волны $\lambda = 1,06$ мкм путем нелинейного преобразования можно сделать видимым с $\lambda = 0,53$ мкм; если использовать лазеры на иттриево-алюминиевом гранате, то можно получить и непрерывное излучение.

В газовом лазере активной средой служит газ или смесь газов. Наиболее распространенными являются гелий-неоновые, гелий-кадмиевые, аргоновые и лазеры на углекислом газе. Все они работают в непрерывном режиме, имеют типичную мощность излучения: гелий-неоновые и гелий-кадмиевые 10^{-3} — 10^{-1} Вт, аргоновые — 10^{-1} — 10 Вт, лазеры на углекислом газе 1 — 100 Вт на длинах волн соответственно $0,6328$, $0,4416$, $0,4880$ ($0,5145$) и $10,6$ мкм [2]. Именно эти типы лазеров нашли наибольшее распространение в интерферометрии и анемометрии. Принцип действия их хорошо освещен в литературе, например [2].

В жидкостном лазере в качестве активной среды чаще всего используются растворы различных красителей [3]. Основное их достоинство — возможность широкого выбора длин волн излучения и плавной перестройки длины волны.

Полупроводниковые лазеры [4] имеют самые малые размеры из всех рассмотренных выше лазеров. Полупроводниковые лазеры позволяют получать излучение в широком спектральном диапазоне от ультрафиолетового до инфракрасного. Большинство из них работают в импульсном режиме и только при температурах

жидкого азота или гелия; имеются отдельные типы лазеров, работающих в непрерывном режиме и при комнатной температуре, при этом мощность излучения составляет до 10^{-2} Вт. На базе полупроводниковых лазеров возможно создание малогабаритных доплеровских измерительных систем.

Излучение лазеров отличается от излучения обычных тепловых источников света своей монохроматичностью и направленностью. Тепловые источники излучения позволяют получать волны в широком спектральном диапазоне, с точки зрения радиопизики их можно было бы назвать генераторами шума. Так, излучение ламп накаливания имеет заметную величину в диапазоне длин волн от 0,3 до 3 мкм. Кроме того, излучение распространяется во все стороны, т. е. в телесном угле 4π . Именно эти два обстоятельства и не позволяют получить необходимые для практических целей значения спектральной плотности мощности излучения.

Предположим, что тепловой источник излучает равномерно в диапазоне длин волн от 0,3 до 1,3 мкм, мощность его составляет 1 Вт. Для работы интерференционных оптических схем, как правило, необходимы источники света с шириной спектральной линии $\Delta\lambda = 0,001\lambda$, что для видимого диапазона при $\lambda = 0,5$ мкм составляет $\Delta\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ мкм. Следовательно, в этой полосе будет сосредоточена мощность только $5 \cdot 10^{-4}$ Вт. Такой источник на расстоянии 1 м в спектральной полосе с $\Delta\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ мкм создает плотность мощности $F = 4 \cdot 10^{-5}$ Вт/м².

В то же время излучение аргонового лазера мощностью 1 Вт сконцентрировано в пучке с площадью около 1 мм², и ширина спектральной линии составляет около $\Delta\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ мкм. Аргоновый лазер дает возможность получать плотность мощности $F = 10^6$ Вт/м², что в $2,5 \cdot 10^{10}$ раз больше, чем тепловой источник с мощностью излучения 1 Вт в спектральной полосе с $\Delta\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ мкм. Именно поэтому применение газовых лазеров в интерферометрии и анемометрии оказалось наиболее рациональным и перспективным.

Основными характеристиками лазеров как источников когерентного излучения являются: мощность, спектральный и модовый состав, пространственная и временная когерентность. Методы их измерения изложены в [5, 6]. Длины волн и мощности типичных лазеров были приведены выше. Рассмотрим более подробно спектр излучения и модовый состав газовых лазеров. Спектр излучения лазера определяется как резонансными частотами резонатора, так и резонансными свойствами активной среды. Изучению свойств оптических резонаторов посвящена обширная литература, например [7—9]. Обычно резонаторы со сферическими зеркалами разделяют на следующие виды: конфокальный, когда радиусы кривизны зеркал одинаковы и расстояние между ними равно радиусу кривизны ($R_1 = R_2 = L$); симметричный, когда ра-

диусы кривизны зеркал одинаковы ($R_1 = R_2$), но расстояние между ними произвольное; несимметричный, когда $R_1 \neq R_2$. Спектр частот несимметричного резонатора определяется резонансными условиями:

$$\nu = (c/2L)\{q + \pi^{-1}(m + n + 1) \arccos [(1 - L/R_1)(1 - L/R_2)]^{1/2}\},$$

где q , m , n — целые числа; число q показывает, сколько полуволин укладывается на длине резонатора; c — скорость света.

В резонаторе устанавливаются поперечные электромагнитные колебания, обозначаемые как TEM_{mq} моды. Колебания, для которых числа m и n постоянны, а q различны, называются поперечной модой; колебания с определенным значением числа q называются продольной модой.

Различают три режима генерации лазерного излучения: многомодовый, одномодовый и одночастотный. В случае многомодового режима лазерное излучение содержит как продольные, так и поперечные моды в пределах спектра частот данной линии спонтанного излучения. Одномодовый режим соответствует нескольким продольным модам при одной поперечной, одночастотный — одной продольной моде при одной поперечной. Число генерируемых лазером продольных мод определяется добротностью резонатора и шириной спектральной линии активной среды. Число поперечных мод зависит от настройки резонатора и геометрических размеров активной среды.

Одномодовый режим генерации характеризуется целым набором значений параметра q . Этому соответствует набор резонансных частот, разность между которыми зависит от расстояния между зеркалами и равна

$$\nu_{q+1} - \nu_q = c/2L,$$

что при $L = 1$ м составляет 150 МГц. Переход от одной поперечной моды к другой, связанный с изменением чисел m и n , приводит к изменению частоты на величину

$$\nu_{q, m, n+1} - \nu_{q, m, n} = (c/2L) \arccos [(1 - L/R_1)(1 - L/R_2)]^{1/2}$$

и может изменяться, например для $L = 1$ м, от единиц кГц до 75 МГц в зависимости от конфигурации резонатора.

На рис. 1.1 представлены спектры излучения одночастотного, одномодового и многомодового режимов генерации лазерного излучения. Для гелий-неонового лазера ширина спектральной линии излучения неона составляет около 1500 МГц, поэтому при длине резонатора $L = 1$ м будет возбуждаться до десяти продольных мод. Для аргонового лазера ширина спектральной линии составляет несколько ГГц, поэтому спектр излучения этих лазеров намного шире, чем спектр излучения гелий-неоновых лазеров.

Распределение поля в лазерном пучке определяется в основном оптическим резонатором, так как в газовых лазерах актив-

ное вещество является, как правило, однородным. Это позволяет наблюдать неискаженную модовую структуру.

Рис. 1.1. Спектр излучения лазера: а) одночастотного, б) одномодового, в) многомодового.

Рис. 1.2. Распределение амплитуды поля по сечению лазерного пучка.

Для TEM_{mnq} моды распределение амплитуды напряженности электрического поля в поперечном сечении пучка для прямоугольных зеркал резонатора можно описать следующим выражением [8] *):

$$A(x, y) = A_0 H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w}\right) \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right\}, \quad (1.1)$$

где A_0 — коэффициент, определяющий амплитуду поля, $H_m(x)$ — полином Эрмита m -степени; w — радиус лазерного пучка. Полиномы Эрмита нескольких первых степеней имеют вид

$$H_0(x) = 1, \quad H_1(x) = 2x, \quad H_2(x) = 4x^2 - 2, \quad H_3(x) = 8x^3 - 12x.$$

На рис. 1.2 показаны графики распределения амплитуды поля по сечению пучка для первых четырех мод низшего порядка.

*) Распределение поля в резонаторах с круговой симметрией описывается выражением с полиномом Лагерра.

В (1.1) радиус лазерного пучка входит как масштабный параметр, зависящий от конфигурации резонатора и изменяющийся вдоль оси пучка. Радиусы пучка w на зеркалах и в перетяжке w_0 , где размер пучка минимален, определяются следующими соотношениями:

$$w_1^2 = \frac{\lambda R_1}{\pi} \left[\frac{(R_2 - L)L}{(R_1 - L)(R_1 + R_2 - L)} \right]^{1/2},$$

$$w_2^2 = \frac{\lambda R_2}{\pi} \left[\frac{(R_1 - L)L}{(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)} \right]^{1/2},$$

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \frac{[(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)]^{1/2}}{R_1 + R_2 - 2L},$$

где w_1 и w_2 — радиусы пучков на зеркалах с радиусами кривизны R_1 и R_2 соответственно. Расстояния от перетяжки до зеркал резонатора (рис. 1.3) рассчитываются по следующим соотношениям:

$$z_1 = \frac{L(R_2 - L)}{R_1 + R_2 - 2L}, \quad z_2 = \frac{L(R_1 - L)}{R_1 + R_2 - 2L}.$$

Если одно из зеркал плоское ($R_2 = \infty$), то перетяжка располагается на нем; если $R_1 = R_2$, то перетяжка располагается в середине резонатора.

Рассмотренные выше характеристики лазерного излучения соответствуют идеализированному случаю. В действительности наблюдаются отступления от идеального распределения амплитуды поля по сечению пучка и спектра излучения. Эти отступления связаны с различного рода флуктуациями параметров активной среды и резонатора. Все флуктуации в лазерах принято разделять на естественные и технические. Естественные флуктуации обусловлены атомарной структурой активной среды и квантовым характером лазерного излучения. Технические флуктуации связаны с медленными изменениями параметров резонатора и активной среды (флуктуации коэффициента усиления и показателя преломления по сечению пучка). Технические флуктуации можно уменьшить путем улучшения стабильности параметров резонатора и активной среды. Флуктуации параметров лазерного излучения измерялись в целом ряде работ, обзор которых дан в [10, 11]. Естественная ширина спектра излучения гелий-неонового лазера на длине волны $\lambda = 0,6328$ мкм при мощности генерации 1 мВт составляет 0,08 Гц [12], в то время как техническая ширина составляет от десятков кГц до десятков МГц в

Рис. 1.3. Каустика гауссова пучка в резонаторе.

зависимости от длительности наблюдения и условий работы лазера.

Временная когерентность оптического излучения показывает корреляцию между возмущением в момент времени t_1 и возмущением в момент времени t_2 для одной и той же точки волнового фронта. Временное запаздывание, при котором еще сохраняется корреляция, называется временем когерентности света, а расстояние, на которое распространяется свет за время когерентности, называется длиной

Рис. 1.4. Теоретическая зависимость степени временной когерентности одномодового лазера от разности хода ст.

Рис. 1.5. Экспериментальная зависимость квадрата степени временной когерентности лазеров от τ .

когерентности. Время τ и длина когерентности Δ обычно измеряются при помощи интерферометра Майкельсона [5, 6], $\Delta = \sigma\tau$. Время когерентности связано с шириной $\Delta\nu$ спектра излучения зависимостью $\tau = a/\Delta\nu$, где a — коэффициент пропорциональности порядка единицы, зависящий от формы спектра. Временная когерентность света характеризуется функцией $\gamma(\tau)$, которая называется комплексной степенью временной когерентности. Вид этой функции зависит от типа лазера и числа возбуждаемых мод. Для одночастотного лазера с относительной нестабильностью частоты порядка 10^{-9} длина когерентности $\Delta \approx 600$ м, для работающего в одномодовом режиме комплексная степень временной когерентности носит периодический характер, период зависит от длины резонатора L . На рис. 1.4 показан график зависимости $|\gamma(\tau)|$ от $\sigma\tau$ для случая возбуждения N мод лазера. Чем больше число возбужденных мод N , тем резче падает график $|\gamma(\tau)|$. В приближенных оценках можно считать, что $\Delta \approx L/N$. В [13] был предложен доплеровский метод измерения временной когерентности лазеров. На рис. 1.5 показана зависимость $|\gamma(\tau)|^2$ от τ для газовых лазеров, используемых в анемометрии.

Пространственная когерентность оптического излучения показывает корреляцию между возмущениями в двух точках в один и тот же момент времени. Пространственная коге-

рентность лазерного излучения измеряется, как правило, при помощи интерферометра Юнга [5]. Модуль комплексной степени пространственной когерентности для лазеров, работающих в одномодовом режиме, близок к единице. Однако следует иметь в виду, что на пространственную когерентность лазерного пучка существенное влияние оказывает среда, через которую он проходит [11].

§ 2. Гауссовы пучки

В лазерной анемометрии наибольшее значение имеют лазерные пучки основной TEM_{00} моды, которые обычно называются гауссовыми, поскольку изменение амплитуды поля в пучке в любом поперечном сечении описывается гауссовой кривой (рис. 1.6).

Рис. 1.6. Изменение параметров гауссова пучка вдоль оси распространения.

Гауссов пучок характеризуется следующими параметрами: а) радиусом пучка w ; б) радиусом кривизны волнового фронта $R(z)$; в) положением перетяжки, где радиус пучка принимает минимальное значение; г) радиусом пучка в перетяжке w_0 ; д) конфокальным параметром пучка R_0^*), $R_0 = kw_0^2/2$, k — волновое число; е) углом расходимости в дальней зоне θ .

Свойства гауссова пучка рассмотрены в [14, 15]. Радиус гауссова пучка определяется как расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается в e раз по сравнению с амплитудой поля на оси пучка. Иногда радиус гауссова пучка определяют как расстояние, на котором интенсивность поля уменьшается в e раз по сравнению с интенсивностью поля на оси пучка.

Гауссов пучок имеет минимальный диаметр $2w_0$ в перетяжке, где волновой фронт является плоским. Изменение радиуса пучка

*) Часто конфокальный параметр гауссова пучка определяется как $R_0 = kw_0^2/2$ [14].

по мере удаления от перетяжки описывается следующим соотношением:

$$w(z) = w_0 [1 + (z/R_0)^2]^{1/2}, \quad (2.1)$$

где z — расстояние от перетяжки. На больших расстояниях, когда $(z/R_0)^2 \gg 1$, радиус пучка увеличивается как

$$w(z) = w_0 z/R_0, \quad (2.2)$$

т. е. линейно с расстоянием z . Радиус кривизны волнового фронта $R(z)$ гауссова пучка зависит от расстояния z , отсчитываемого от перетяжки, по закону

$$R(z) = z[1 + (R_0/z)^2]. \quad (2.3)$$

По мере удаления от перетяжки радиус кривизны уменьшается и на расстоянии $z = R_0$ принимает минимальное значение $R_{\min} = 2R_0$. Далее радиус кривизны возрастает и асимптотически стремится к z . Таким образом,

Рис. 1.7. Зависимость конфокального параметра от радиуса перетяжки гауссова пучка.

на большом расстоянии волновой фронт гауссова пучка представляет собой сферу с радиусом кривизны z , центр которой помещен в перетяжке. Область, где радиус кривизны уменьшается с увеличением расстояния z , называется ближней зоной гауссова пучка, а область, где радиус кривизны увеличивается с расстоянием z , называется дальней зоной. Ближняя зона простирается от перетяжки до $z = R_0$, а дальняя — от R_0 до бесконечности. На рис. 1.7 представлены графики зависимости R_0 от w_0 для различных лазеров. На большом расстоянии от перетяжки (дальняя зона) гауссов пучок можно охарактеризовать расходимостью

$$\theta = w_0/R_0. \quad (2.4)$$

Распределение напряженности поля гауссова пучка имеет вид $E(x, y, z, t) =$

$$= A_0 \frac{w_0}{w} \exp\{-j\omega t\} \exp\left\{j\left[kz + \frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)} + \varphi\right] - \frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right\}, \quad (2.5)$$

где A_0 — значение амплитуды поля на оси пучка в перетяжке, ω — круговая частота, φ — сдвиг фазы на оси, зависящий от параметров пучка:

$$\varphi = \arctg(z/R_0). \quad (2.6)$$

На рис. 1.8 представлены графики зависимости $w(z)$, $R(z)$ и φ от расстояния z/R_0 .

Рассмотрим преобразование гауссова пучка линзой с фокусным расстоянием f , установленной на расстоянии l_1 от перетяжки

Рис. 1.8. Изменение параметров гауссова пучка вдоль оси z .

Рис. 1.9. Преобразование гауссова (а) и гомоцентрического (б) пучков линзой.

(рис. 1.9). Такая линза преобразует гауссов пучок с радиусом в перетяжке w_{01} в пучок с радиусом в перетяжке w_{02} по закону [8]

$$w_{02} = w_{01} [(1 - l_1/f)^2 + R_{01}^2/f^2]^{-1/2}. \quad (2.7)$$

Положение перетяжки l_2 определяется соотношением

$$1 - l_2/f = (1 - l_1/f) [(1 - l_1/f)^2 + R_{01}^2/f^2]^{-1}. \quad (2.8)$$

В (2.7) и (2.8) знак f принимается положительным, если линза собирающая, и отрицательным, если линза рассеивающая. Если в результате расчета оказывается, что величина l_2 получается отрицательной, то пучок после линзы продолжает расходиться. Если в (2.8) положить $R_{01} = 0$, то получим хорошо известную формулу линзы для гомоцентрических пучков.

Проанализируем полученные результаты. Найдём условия, при которых линза с фокусным расстоянием f преобразует гауссов пучок так, что $w_{02} = w_{01}$. Из (2.8) получаем, что для этого линза должна быть установлена на расстоянии l_1 от перетяжки, удовлетворяющем условию

$$l_1 = f \pm (f^2 - R_{01}^2)^{1/2}. \quad (2.9)$$

Как видно из (2.9), это расстояние зависит от конфокального параметра пучка R_0 . В частности, если $R_0 = f$, то линзу необходимо установить от перетяжки на расстоянии f . Как известно, в случае гомоцентрического пучка линейное увеличение системы равно единице, когда $l_1 = 2f$. Если источник излучения установ-

лен в фокусе линзы, то на выходе ее получается параллельный пучок света. При $l_1 = f$ для гауссова пучка имеем $w_{02} = w_{01}f/R_{01}$, т. е. увеличение системы определяется отношением фокусного расстояния линзы к конфокальному параметру пучка. Радиус пучка в перетяжке после линзы может быть как меньше, так

Рис. 1.10. Распределение гауссова пучка через границу раздела двух сред.

и больше радиуса пучка в перетяжке до линзы. Из (2.8) следует, что для достижения минимального размера пятна необходимо выполнить два условия: выбрать короткофокусную линзу и отодвинуть ее на большое расстояние. Если $l_1 \gg R_{01} - f$, то $w_{02} = w_{01}f/(f + l_1)$.

Часто возникает необходимость преобразовать гауссов пучок с перетяжкой w_{01} в пучок с перетяжкой w_{02} при помощи линзы с фокусным расстоянием f . Такое преобразование получается, если линзу установить на расстоянии l_1 от перетяжки, удовлетворяющем соотношению

$$l_1 = f \pm R_{01} (f^2/f_0^2 - 1)^{1/2},$$

а перетяжка с радиусом w_{02} получается на расстоянии от линзы

$$l_2 = f \pm R_{02} (f^2/f_0^2 - 1)^{1/2},$$

где $f_0^2 = R_{01}R_{02}$, и знаки в формулах берутся либо оба плюса, либо оба минуса.

Для расчета характеристик оптических схем лазерных анемометров необходимо знать также параметры гауссова пучка, прошедшего через наклонные плоскопараллельные пластины, например, окна, ограничивающие исследуемый поток, участки среды с другими показателями преломления, граница раздела которых наклонена к оси падающего потока. В этом случае гауссов пучок становится астигматичным, т. е. местоположения перетяжек и радиусы кривизны пучка в меридиональной и сагиттальной плоскостях не совпадают.

Для оптической схемы (рис. 1.10) местоположения перетяжек в меридиональной l_{3m} и сагиттальной l_{3s} плоскостях будут [16]

$$l_{3m} = (l' - l_2)(n^2 - \sin^2 \alpha)(1 - \sin^2 \alpha)^{-1}n^{-1}, \quad l_{3s} = (l' - l_2)n,$$

где n — показатель преломления среды, α — угол падения пучка на поверхность, l' — местоположение перетяжки в воздухе, рассчитываемое по (2.9). Относительное смещение перетяжек

$$(l_{3m} - l_{3s})l_{3s}^{-1} = (n^2 - \sin^2 \alpha)n^{-2}(1 - \sin^2 \alpha)^{-1} - 1$$

зависит только от показателя преломления среды и угла падения пучка. Радиусы пучка в перетяжках в меридиональной и

сагиттальной плоскостях рассчитываются по формулам

$$w_{0m} = w_0' (n^2 - \sin^2 \alpha)^{1/2} (1 - \sin^2 \alpha)^{-1/2} n^{-1}, \quad w_{0s} = w_0',$$

где w_0' — радиус пучка после линзы в воздухе. Относительное

Рис. 1.11. Зависимость астигматизма гауссова пучка от угла α .

изменение радиусов пучка в меридиональной и сагиттальной плоскостях

$$(w_{0m} - w_{0s}) w_{0s}^{-1} = (n^2 - \sin^2 \alpha)^{1/2} (1 - \sin^2 \alpha)^{-1/2} n^{-1} - 1.$$

На рис. 1.11 показана зависимость астигматизма гауссова пучка от угла падения для различных сред, из которой видно, что астигматизм становится заметным уже при $\alpha = 10^\circ$.

Для оптической схемы (рис. 1.12) выражения для местоположения перетяжек и радиусов пучка в меридиональной и сагиттальной плоскостях имеют вид

$$l_{4m} = l' - l_2 -$$

$$- l_3 n^2 (1 - \sin^2 \alpha) (n^2 - \sin^2 \alpha)^{-3/2},$$

$$l_{4s} = l' - l_2 - l_3 (n^2 - \sin^2 \alpha)^{-1/2},$$

$$w_{0m} = w_{0s} = w_0'.$$

Рис. 1.12. Распространение гауссова пучка через плоскопараллельную пластину.

Смещение перетяжек в этом случае определяется только толщиной пластины, ее показателем преломления и углом падения и не зависит от местоположения пластины. Это смещение для пластины из стекла с $n = 1,55$ и толщиной $l_3 = 10$ мм при угле

падения $\alpha = 45^\circ$ составляет 2,6 мм, а при $\alpha = 5^\circ$ (наиболее типичный случай оптической схемы анемометра) будет меньше 0,01 мм.

§ 3. Интерференция когерентных волн

Интерференция оптического излучения играет большую роль в методах ЛДА, поскольку все они в конечном итоге оказываются основанными на ее законах. Основы интерференции изложены в целом ряде книг, например [17—19], поэтому здесь обратим внимание на интерференцию тех типов волн, которые встречаются в задачах ЛДА.

Рассмотрим картину интерференции двух монохроматических волн различной частоты, электрические векторы которых запишем в следующем виде:

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_1 A_1(\mathbf{r}) \exp \{-j[\omega_1 t - \varphi_1(\mathbf{r})]\},$$

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_2 A_2(\mathbf{r}) \exp \{-j[\omega_2 t - \varphi_2(\mathbf{r})]\},$$

где $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$, A_1 и A_2 , ω_1 и ω_2 , φ_1 и φ_2 — единичные комплексные векторы поляризации, действительные амплитуды, частоты и фазы первой и второй волн соответственно. Среднее значение интенсивности суммарного поля в области пересечения волн будет

$$I(\mathbf{r}, t) = I_1(\mathbf{r}) + I_2(\mathbf{r}) + 2[I_1(\mathbf{r}) I_2(\mathbf{r})]^{1/2} |\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*| \cos[\omega_{12} t - \varphi_{12}(\mathbf{r}) - \varphi_0], \quad (3.1)$$

где $I_1(\mathbf{r}) = A_1^2(\mathbf{r})$ — интенсивность первой волны; $I_2(\mathbf{r}) = A_2^2(\mathbf{r})$ — интенсивность второй волны; $\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$; $\varphi_{12}(\mathbf{r}) = \varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r})$, $\varphi_0 = \arg(\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*)$.

В (3.1) усреднение производится за время, много большее периода оптических колебаний волн и во много раз меньшее, чем характерное время изменения интенсивности суммарного поля. Из (3.1) видно, что при сложении волн различной частоты получается нестационарная интерференционная картина. В данной точке пространства интенсивность суммарного поля меняется от максимального значения, равного

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} |\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*|$$

при $\omega_{12} t - \varphi_{12} - \varphi_0 = 2m\pi$, до минимального значения, равного

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2(I_1 I_2)^{1/2} |\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*|$$

при $\omega_{12} t - \varphi_{12} - \varphi_0 = (2m + 1)\pi$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Видность интерференционной картины определяется выражением

$$V \equiv \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2A_1 A_2 |\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*|}{A_1^2 + A_2^2} \quad (3.2)$$

и зависит от соотношения амплитуд волн и модуля скалярного произведения единичных векторов поляризации. При $A_1 = A_2$ и $|\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*| = 1$ видность интерференционной картины равна единице. Для данного момента времени, например $t = 0$, вид интерференционной картины в пространстве определяется условием $\varphi_{12}(\mathbf{r}) - \varphi_0 = \text{const}$. В точках пространства, где $\varphi_{12} - \varphi_0 = 2m\pi$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, наблюдается максимум интенсивности, т. е. светлые интерференционные полосы, а в точках пространства, где $\varphi_{12} - \varphi_0 = (2m + 1)\pi$, наблюдается минимум интенсивности, т. е. темные интерференционные полосы. При $\omega_{12} = 0$ (частоты пучков одинаковы) наблюдается стационарная интерференционная картина.

Интерференционные поля можно характеризовать пространственной частотой K , составляющие вдоль осей x , y и z которой равны

$$K_x = \partial\varphi_{12}/\partial x, \quad K_y = \partial\varphi_{12}/\partial y, \quad K_z = \partial\varphi_{12}/\partial z, \quad (3.3)$$

а также пространственным периодом Λ :

$$\Lambda_x = 2\pi/K_x, \quad \Lambda_y = 2\pi/K_y, \quad \Lambda_z = 2\pi/K_z. \quad (3.4)$$

Используя (3.3), выражение (3.1) можно записать в следующем виде:

$$I(\mathbf{r}, t) = I_1(\mathbf{r}) + I_2(\mathbf{r}) + \\ + 2[I_1(\mathbf{r})I_2(\mathbf{r})]^{1/2} |\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*| \cos[\omega_{12}t - \mathbf{K}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{r} - \varphi_0].$$

При наложении однородных плоских волн интерференционная картина в пространстве не ограничена и состоит из двух составляющих: одной — постоянной $I_1 + I_2$, не изменяющейся в пространстве, и второй — высокочастотной, изменяющейся с пространственной частотой K . При интерференции лазерных пучков картина в пространстве ограничена. Интенсивность суммарного поля состоит из двух составляющих: одной — медленно меняющейся в пространстве $I_1(\mathbf{r}) + I_2(\mathbf{r})$, которую будем называть низкочастотным пьедесталом, и высокочастотной $2(I_1 I_2)^{1/2} \cos[\omega_{12}t - \mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \varphi_0]$, изменяющейся с пространственной частотой $K(\mathbf{r})$.

Таким образом, расчет интерференционной картины сводится к расчету состояния поляризации, амплитуд и разности фаз интерферирующих волн. Рассмотрим влияние состояния поляризации интерферирующих волн на видность картины. Представим единичные векторы поляризаций интерферирующих волн в виде

$$e_{1x} = \cos \gamma_1, \quad e_{1y} = \sin \gamma_1 \exp j\varphi_1,$$

$$e_{2x} = \cos \gamma_2, \quad e_{2y} = \sin \gamma_2 \exp j\varphi_2,$$

где $\gamma_1(\gamma_2)$ — угол между $\mathbf{e}_1(\mathbf{e}_2)$ и осью x ; тогда

$$\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^* = \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 + \sin \gamma_1 \sin \gamma_2 \exp j(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Для линейно поляризованного света $\varphi_1 = 2m\pi$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, и $\varphi_2 = 2n\pi$, где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, поэтому

$$\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^* = \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \pm \sin \gamma_1 \sin \gamma_2 = \cos(\gamma_1 \mp \gamma_2).$$

Видность интерференционной картины зависит только от угла между плоскостями поляризаций волн, при $\gamma_1 = \gamma_2$ приобретает максимальное значение, зависящее только от амплитуд интерферирующих волн. Для круговой поляризации

$$\begin{aligned} \cos \gamma_1 &= \sin \gamma_1 = 1/\sqrt{2}, & \cos \gamma_2 &= \sin \gamma_2 = 1/\sqrt{2}, \\ \varphi_1 &= (2m+1)\pi/2, & m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \\ \varphi_2 &= (2n+1)\pi/2, & n &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \end{aligned}$$

поэтому $|\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*| = 1$ при совпадении направлений вращения векторов поляризаций и $|\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*| = 0$, когда направления вращения противоположны.

В более общем случае интерференции эллиптически поляризованных волн выражение для $|\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*|^2$ принимает вид

$$|\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*|^2 = \frac{1}{2} \pm \frac{2a_1 a_2}{(1+a_1^2)(1+a_2^2)} + \frac{(1-a_1^2)(1-a_2^2)}{2(1+a_1^2)(1+a_2^2)} \cos 2\phi,$$

где $a_1 = \operatorname{tg} \gamma_1$, $a_2 = \operatorname{tg} \gamma_2$ — коэффициенты эллиптичности по полю волн, ϕ — угол между главными осями эллипсов.

Знак «+» соответствует случаю совпадения направлений вращения векторов $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$, а знак «—» — когда направления вращения противоположны. Максимальное значение $|\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*| = 1$ достигается только при следующих условиях: коэффициенты эллиптичности волн равны ($a_1 = a_2$), эллипсы одинаково ориентированы в пространстве $\phi = 0$ и направления вращения векторов поляризаций совпадают.

Рассмотрим вид интерференционной картины для наиболее типичных случаев. В дальнейшем будем рассматривать интерференцию одинаково поляризованных волн, для которых $|\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*| = 1$ и $\varphi_0 = 0$. Если это не так, то множитель $|\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*|$ и фазу φ_0 всегда можно учесть в конечных выражениях.

Интерференция двух плоских волн. Пусть две волны распространяются под углом 2α друг к другу. Фазы плоских волн $\varphi_1(\mathbf{r}) = \mathbf{k}_1 \mathbf{r}$, $\varphi_2(\mathbf{r}) = \mathbf{k}_2 \mathbf{r}$, где $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$ — волновые векторы, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки наблюдения; разность фаз $\varphi_{12} = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{r} = \mathbf{K} \mathbf{r}$, $\mathbf{K}$ — разностный волновой вектор. Если амплитуды волн A_1 и A_2 , то зависимость интенсивности от времени и пространства имеет вид

$$I(\mathbf{r}, t) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\omega_{12} t - \mathbf{K} \mathbf{r}),$$

т. е. получается интерференционная картина, эквивалентная движущейся оптической решетке. Направление движения определяется разностным волновым вектором $\mathbf{K}$. Видность картины зависит от соотношения амплитуд $V = 2A_1A_2/(A_1^2 + A_2^2)$ и постоянна во всей области интерференции. Если волновые векторы

Рис. 1.13. Интерференция двух когерентных волн: а) плоских, б) сферических, в) плоской и гауссовой, г) двух гауссовых.

$\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ направлены в плоскости, как показано на рис. 1.13, а, то $K_y = K_z = 0$, $K_x = 2k \sin \alpha$, где принято $|\mathbf{k}_1| = |\mathbf{k}_2| = k$, и в соответствии с (3.4) период равен

$$\Lambda = \Lambda_x = \lambda/2 \sin \alpha. \quad (3.5)$$

При интерференции двух плоских однородных волн интерференционные полосы направлены вдоль биссектрисы угла пересече-

ния перпендикулярно плоскости падающих пучков. Чем меньше угол между пучками, тем больше период интерференционной картины. При $2\alpha = 60^\circ$ и $\lambda = 0,63$ мкм период $\Lambda = 0,63$ мкм, а при $2\alpha = 20'$ период $\Lambda = 109$ мкм. За счет изменения угла между пучками можно легко изменить период на несколько порядков. При $2\alpha = 180^\circ$ имеет место интерференция встречных волн с шагом, равным половине длины волны света в среде; например, для воды ($n = 1,33$) при $\lambda = 0,6328$ мкм $\Lambda = 0,238$ мкм. Особенностью интерференционной картины, получающейся при интерференции двух плоских однородных волн, является независимость периода от координат пространства; во всех плоскостях, перпендикулярных биссектрисе угла пересечения, период одинаков. Вид интерференционной картины и распределение интенсивности в плоскости наблюдения показаны на рис. 1.13, а.

Интерференция двух сферических волн. Пусть два источника сферических волн расположены по оси z на разных расстояниях от плоскости наблюдения xy (рис. 1.13, б). На малом участке волновой фронт сферической волны можно аппроксимировать зависимостью

$$\varphi_1 = kz_1 + kr^2/2R_1, \quad \varphi_2 = k(z_1 - l) + kr^2/2R_2,$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны волнового фронта (для рассматриваемого случая $R_1 = z_1$, $R_2 = z_1 - l$). Тогда разность фаз

$$\varphi_{12} = kl + kr^2(R_2 - R_1)/2R_1R_2.$$

Пространственная частота интерференционной картины в плоскости xy и период соответственно равны

$$K = kr|R_1 - R_2|/R_1R_2, \quad \Lambda = \lambda R_1R_2/r|R_1 - R_2|$$

и не зависят от направления в плоскости xy . Интерференционная картина представляет собой чередование светлых и темных колец, расстояние между которыми уменьшается по мере удаления от центра. Если $kl = 2m\lambda$, то на оси наблюдается максимум интенсивности. Квадрат радиуса p -го темного кольца ($p = 1, 2, 3, \dots$) определяется соотношением

$$r_p^2 = \lambda R_1R_2(p + 1/2)/|R_1 - R_2|.$$

При увеличении расстояния между источниками радиусы колец уменьшаются, и в пределе, когда одна волна плоская ($R_1 = \infty$),

$$r_p^2 = \lambda R_2(p + 1/2),$$

т. е. радиусы интерференционных колец определяются только длиной волны и радиусом кривизны сферической волны. Видность интерференционной картины для сферических волн с

амплитудами $A_1 = A_{1s}/R_1$ и $A_2 = A_{2s}/R_2$ равна

$$V = \frac{2A_{1s}A_{2s}/R_1R_2}{A_{1s}^2/R_1^2 + A_{2s}^2/R_2^2}$$

и зависит от местоположения плоскости наблюдения. Если для какой-то плоскости $A_{1s}/R_1 = A_{2s}/R_2$, то $V = 1$, однако при изменении плоскости наблюдения видность уменьшается.

Интерференция гауссовой и плоской волн. Пусть плоская и гауссова волны распространяются вдоль оси z . Используя уравнения для гауссовой (2.5) и плоской волн, имеем

$$\varphi_1 = kz + kr^2/2R(z) + \operatorname{arctg}(z/R_0), \quad \varphi_2 = kz,$$

где $r^2 = x^2 + y^2$, а радиус кривизны $R(z)$ гауссовой волны определяется соотношением (2.3). Разность фаз этих волн

$$\varphi_{12} = kr^2/2R(z) + \operatorname{arctg}(z/R_0)$$

зависит от расстояния по оси z немонотонно, так как радиус кривизны гауссовой волны в соответствии с (2.3) меняется по оси z . Для пространственной частоты и периода интерференционной картины при условии $z/R_0 \gg 1$ имеем

$$K = kr/R(z), \quad \Lambda = \lambda R(z)/r.$$

Интерференционная картина представляет собой чередование светлых и темных колец, расстояние между которыми зависит как от координаты r , так и от z .

Отличие этой интерференционной картины от рассмотренной выше состоит в различной зависимости радиуса колец от расстояния по оси z . Для случая интерференции плоской и сферической волн радиус p -го темного кольца монотонно увеличивается при увеличении расстояния между центром волн и плоскостью наблюдения; при интерференции плоской и гауссовой волн радиус p -го темного кольца в ближней зоне уменьшается с увеличением расстояния между перетяжкой и плоскостью наблюдения, а в дальней зоне увеличивается. При $z = R_0$ квадрат радиуса p -го темного кольца имеет минимальное значение и равен

$$r_p^2 = 2\lambda R_0(p + 1/2).$$

Используя (2.3) для $R(z)$, можно написать соотношения для расчета периода интерференционной картины и квадрата радиуса p -го кольца в общем случае:

$$\Lambda = \frac{\lambda z}{r} \left(1 + \frac{R_0^2}{z^2} \right), \quad r_p^2 = \lambda z \left(1 + \frac{R_0^2}{z^2} \right) \left(p + \frac{1}{2} \right),$$

из которых следует, что Λ зависит как от координат x и y , так и от z . В соответствии с (2.5) и (3.2) видность интерференционной

картины равна

$$V = 2A_0A_2 \exp \left\{ -\frac{r^2}{w^2(z)} \right\} \frac{w_0}{w(z)} \left[A_0^2 \exp \left\{ -\frac{2r^2}{w^2(z)} \right\} \frac{w_0^2}{w^2(z)} + A_2^2 \right]^{-1} \quad (3.12)$$

и зависит как от координат x и y , так и от z , причем при удалении от оси z видность уменьшается, так как амплитуда гауссовой волны уменьшается. Вид интерференционной картины и распределение интенсивности показаны на рис. 1.13, в.

Интерференция двух гауссовых волн. Подробному анализу интерференционной картины будут посвящены §§ III.5, IV.2, поэтому здесь рассмотрим простейший случай интерференции двух гауссовых волн с одинаковыми радиусами в перетяжках, оптические оси которых пересекаются под углом 2α (рис. 1.13, г). Если перетяжки этих пучков совпадают с плоскостью xy , то вид интерференционной картины аналогичен виду картины, получающейся при интерференции плоских волн, так как в перетяжках волновые фронты гауссовых волн плоские. Период интерференционной картины $\Lambda = \lambda/2 \sin \alpha$, а видность $V = 2A_1A_2/(A_1^2 + A_2^2)$ постоянна в плоскости xy , хотя суммарная интенсивность в пространстве меняется по закону

$$I(r, t) = [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\omega_{12}t - \mathbf{K}r)] \exp \{-2r^2/w_0^2\}.$$

В этом случае как низкочастотный пьедестал, так и амплитуда высокочастотной составляющей имеют гауссову огибающую.

§ 4. Дифракция оптических волн

Дифракцию определяют как всякое отклонение световых лучей от прямой линии, если оно не может быть объяснено отражением или преломлением [20, 21]. Теория дифракции исследует волновые процессы в тех случаях, когда на пути распространения световой волны имеются какие-либо препятствия (экраны или отверстия в экранах, оптические неоднородности среды и т. д.). Если размер оптических неоднородностей в среде порядка длины волны (например, капельки тумана или частицы дыма в воздухе), то вместо дифракции обычно говорят о рассеянии света. В лазерной анемометрии необходимость решения дифракционных задач, прямых и обратных, возникает при исследовании структуры оптических сигналов от разных объектов, имеющих различные размеры и форму. Строгое исследование дифракционных задач требует нахождения решений уравнений Максвелла, удовлетворяющих определенным граничным условиям. Точное решение этих уравнений связано с большими трудностями и возможно далеко не всегда. Поэтому в современной оптике эффективно применяются упрощенные методы решения дифракционных задач, основанные на аналогии (при некоторых приближениях)

математического описания дифракционных явлений с представлениями о преобразовании сигналов линейными системами [22—24].

Допустим, что среда, в которой распространяется свет, однородна. Комплексная амплитуда светового поля удовлетворяет волновому уравнению

$$\Delta E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0,$$

которое в случае монохроматического поля переходит в уравнение Гельмгольца

$$\Delta E + k^2 E = 0.$$

Как известно [20], частным решением волнового уравнения является плоская монохроматическая волна вида

$$E(R, t) = E(R) \exp \{-j\omega t\}, \quad (4.1)$$

где $E(R) = A(R) \exp \{j(\mathbf{kR} - \varphi)\}$, $\mathbf{R}$ — радиус-вектор. Комплексная амплитуда поля $E(x, y, z)$ полностью описывает плоскую волну. Длина волны λ однозначно определяется через проекции волнового вектора на ортогональные оси (рис. 1.14)

$$k^2 = 4\pi^2/\lambda^2 = \omega^2/c^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \quad (4.2)$$

где

$$k_x = k \sin \alpha, \quad k_y = k \cos \alpha \sin \beta, \quad k_z = k \cos \alpha \cos \beta,$$

α и β — углы, задающие направление волнового вектора. Если выбрать k_x и k_y независимыми переменными, то из (4.2) получаем

$$k_z = \pm (k^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}. \quad (4.3)$$

Учитывая (4.3), выражение для комплексной амплитуды поля запишем в виде

$$E(x, y, z) = A \exp \{-j\varphi\} \exp \{\pm jz(k^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}\} \exp \{j(k_x x + k_y y)\}. \quad (4.4)$$

Условие $k^2 \gg k_x^2 + k_y^2$ соответствует распространяющейся плоской волне. Если это условие не выполняется, то получается волна неоднородная, экспоненциально затухающая. Легко проверить, что обе волны являются частными решениями волнового уравнения.

Поскольку волновое уравнение — линейное и для него справедлив принцип суперпозиции, общее решение этого уравнения

Рис. 1.14. Схема дифракционной задачи.

можно разложить по плоским волнам в интеграл суперпозиции

$$E(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(k_x, k_y, 0) \exp\{\pm jz(k^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}\} \times \\ \times \exp\{j(k_x x + k_y y)\} dk_x dk_y. \quad (4.5)$$

Здесь $G(k_x, k_y, 0)$ — функция, описывающая угловой спектр поля. Название «угловой спектр» связывается с тем, что функция G определяет распределение амплитуд и фаз плоских волн по направлениям, которые задаются переменными k_x, k_y . В радиофизике это выражение известно как представление Рэлея [24].

Задавая граничные условия, можно из (4.5) получить точное решение волнового уравнения. Сведем дифракционную задачу к следующей: известно распределение поля $E(x, y, 0)$ в плоскости $z = 0$. Требуется найти поле в произвольной точке $M(x, y, z)$ в полупространстве $z > 0$. Поскольку функция (4.5) аналитическая, она однозначно задается своими значениями на произвольной замкнутой поверхности, ограничивающей пространство $z > 0$. Выберем в качестве такой поверхности плоскость $z = 0$ и полусферу бесконечного радиуса, опирающегося на эту плоскость. Граничным условием на этой сфере является равенство нулю значений функции (4.5). Разумность этого условия следует из конечной скорости распространения света. Выбранные граничные условия известны как приближение Кирхгофа [20, 21].

Из (4.5) получаем разложение поля в плоскости $z = 0$

$$E(x, y, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(k_x, k_y, 0) \exp\{j(k_x x + k_y y)\} dk_x dk_y. \quad (4.6)$$

Это выражение представляет собой интеграл Фурье. Угловой спектр $G(k_x, k_y, 0)$ и распределение поля $E(x, y, 0)$ являются фурье-сопряженными функциями

$$G(k_x, k_y, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y, 0) \exp\{-j(k_x x + k_y y)\} dx dy. \quad (4.7)$$

Выбор граничных условий на полусфере бесконечного радиуса позволяет устранить знаковую неопределенность показателя экспоненты в интеграле суперпозиции (4.5). Если выбрать знак плюс, то неоднородная волна, распространяющаяся в слабооглощающей среде в направлении $z > 0$, будет затухать, что соответствует физической реальности.

Обратимся теперь к выражению (4.5). Найдем угловой спектр поля в произвольной плоскости z . Выполняя обратное фурье-преобразование, получим

$$G(k_x, k_y, z) = G(k_x, k_y, 0)H(k_x, k_y). \quad (4.8)$$

Отсюда следует, что угловой спектр поля в произвольной плоскости z определяется произведением углового спектра поля в плоскости $z=0$ на функцию, описывающую фильтрующие свойства пространства, заключенного между плоскостями $z=0$ и z :

$$H(k_x, k_y) = \exp\{jz(k^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}\}. \quad (4.9)$$

Угловой спектр поля в плоскости $z=0$ есть фурье-образ поля в этой плоскости (4.7). Аналогично, H можно определить как фурье-образ функции $h(x, y)$:

$$H(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp\{-j(k_x x + k_y y)\} dx dy. \quad (4.10)$$

Подставляя (4.7) и (4.10) в (4.8), получаем

$$\begin{aligned} G(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y, 0) \exp\{-j(k_x x + k_y y)\} dx dy \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\xi, \eta) \exp\{-j(k_x \xi + k_y \eta)\} d\xi d\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y, 0) dx dy \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\xi, \eta) \exp\{-j[k_x(x + \xi) + k_y(y + \eta)]\} d\xi d\eta. \end{aligned}$$

Сделаем замену переменной $x + \xi = x'$, $y + \eta = y'$. Тогда

$$\begin{aligned} G(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-j(k_x x' + k_y y')\} dx' dy' \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y, 0) h(x' - x, y' - y) dx dy. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Сравнивая (4.11) и (4.5), приходим к выражению для поля в произвольной плоскости z

$$E(x', y', z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y, 0) h(x' - x, y' - y) dx dy. \quad (4.12)$$

Из (4.12) следует, что поле в плоскости z представляется сверткой входного поля (сформированного в плоскости $z=0$) с функцией $h(x' - x, y' - y)$. Для нахождения этой функции в случае распространения излучения в свободном пространстве воспользуемся принципом Гюйгенса — Френеля. Согласно этому принципу результирующее поле является суперпозицией когерентных сферических волн, распространяющихся от каждой точки замкнутой поверхности, окружающей действительный первичный источник. Принцип Гюйгенса — Френеля означает, что волна,

сформированная источником, в дальнейшем может рассматриваться независимо от источника.

Действительно, точечный источник $E(x, y, 0) = \gamma \delta(x - \xi, y - \eta)$, локализованный в плоскости $z = 0$, формирует в пространстве сферическую волну Гюйгенса $E(x', y', z) = R^{-1} \exp\{jkR\}$. В соответствии с (4.12) имеем

$$R^{-1} \exp\{jkR\} = \gamma \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - \xi, y - \eta) h(\xi, \eta) d\xi d\eta.$$

Пользуясь фильтрующими свойствами δ -функции, можно записать одно из решений этого сверточного уравнения

$$h(x' - x, y' - y) = (\gamma R)^{-1} \exp\{jkR\}, \quad (4.13)$$

где $R = [z^2 + (x' - x)^2 + (y' - y)^2]^{1/2}$, γ — комплексный коэффициент. Неоднозначность определения функции h устраняется, если учесть условие взаимной фурье-сопряженности функций h и H . Это условие выполняется при $k_x/k \ll 1$ и $k_y/k \ll 1$, когда выражение (4.9), описывающее H , принимает вид:

$$H(k_x, k_y) = \exp\left\{jkz\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{k_x}{k}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{k_y}{k}\right)^2\right]\right\}. \quad (4.14)$$

Выполняя фурье-преобразование, получаем

$$\begin{aligned} h(x' - x, y' - y) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{jkz\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{k_x}{k}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{k_y}{k}\right)^2\right]\right\} \times \\ &\times \exp\{j[k_x(x' - x) + k_y(y' - y)]\} dk_x dk_y = \\ &= \frac{1}{j\lambda z} \exp\left\{jk\left[z + \frac{(x' - x)^2}{2z} + \frac{(y' - y)^2}{2z}\right]\right\}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Сравнивая (4.15) и (4.13), находим $\gamma = 1/j\lambda z$ и

$$R \approx z + (x' - x)^2/2z + (y' - y)^2/2z. \quad (4.16)$$

Следовательно, в параксиальном приближении, когда углы α и β малы, функция $h(x' - x, y' - y)$ удовлетворяет условиям (4.9) и (4.10). По аналогии с теорией линейных систем функция h называется импульсным откликом, а фурье-сопряженная ей функция H (4.14) носит название частотной когерентной передаточной функции (КПФ). Под частотой здесь понимаются пространственные частоты k_x, k_y , однозначно связанные с направляющими углами соотношениями (4.2). Согласно определению пространственной частоты угловой спектр полностью описывает пространственно-частотный спектр поля при известной длине волны. Большинство дифракционных задач, рассматриваемых в ЛДА, удовлетворяет условию (4.16). В пространственно-частотной области условием применимости принципа Гюйгенса — Френеля

является соотношение $k_x^2 + k_y^2 \ll k^2$. Соответствующее приближение (4.16) в координатном пространстве называется приближением Френеля. Оно справедливо, если размеры тела, возмущающего входное поле, невелики по сравнению с расстоянием, на котором изучается дифрагированное поле. Физически приближение Френеля соответствует замене вторичных сферических волн Гюйгенса поверхностями второго порядка. Быстрые осцилляции экспоненциальной функции с квадратичным показателем в (4.15) приводят к тому, что интеграл суперпозиции (4.12) имеет малую величину всюду, кроме области значений $x \sim x'$, $y \sim y'$, в которой показатель экспоненты имеет стационарное значение и скорость изменения фазы минимальна. Исследование интеграла суперпозиции методом стационарной фазы [25] показывает, что достаточным условием приближения Френеля является соотношение $\lambda z / \pi l^2 \sim 1$, где l — характерный размер тела, на котором дифрагирует световая волна (например, в случае дифракции на круглом отверстии или экране l является диаметром).

Запишем интеграл суперпозиции (4.12) в приближении Френеля:

$$E(x', y', z) = \frac{1}{j\lambda z} \exp\{jkz\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y, 0) \exp\left\{j \frac{k}{2z} [(x - x')^2 + (y - y')^2]\right\} dx dy \quad (4.17)$$

или

$$E(x', y', z) = \frac{1}{j\lambda z} \exp\{jkz\} \exp\left\{j \frac{k}{2z} (x'^2 + y'^2)\right\} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y, 0) \exp\left\{j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)\right\} \exp\left\{-j \frac{k}{z} (xx' + yy')\right\} dx dy. \quad (4.18)$$

Из (4.18) следует, что распределение поля при дифракции Френеля можно представить как фурье-образ входного поля, умноженного на функцию $\exp\{jk(x^2 + y^2)/2z\}$. Выражение (4.17) описывает дифрагированное поле в приближении Френеля как свертку. Отсюда получаем, что КПФ свободного пространства при дифракции Френеля имеет вид (4.14), где, согласно (4.2), круговые пространственные частоты k_x и k_y определяются при

$$\sin \alpha \approx \alpha \approx (x' - x)/z, \quad \cos \alpha \approx 1, \quad \sin \beta \approx \beta \approx (y' - y)/z.$$

Первый экспоненциальный множитель в (4.18) дает общую фазовую задержку, которую получает каждая спектральная компонента при распространении от плоскости $z = 0$ до плоскости z .

Вторая экспонента определяет квадратичную по пространственной частоте фазовую дисперсию.

Для практических расчетов дифракционных явлений в ЛДА часто вполне достаточным оказывается еще более грубое приближение, чем приближение Френеля. Если в интеграле суперпозиции (4.18) выполнить условие $z \gg k(x^2 + y^2)/2$, то выходное поле можно найти непосредственно через фурье-преобразование входного поля, заданного в плоскости $z = 0$:

$$E(x', y', z) = \frac{1}{j\lambda z} \exp\{jkz\} \exp\left\{j \frac{k}{2z} (x'^2 + y'^2)\right\} \iint_{-\infty}^{\infty} E(x, y, 0) \times \\ \times \exp\left\{-j \frac{k}{z} (xx' + yy')\right\} dx dy. \quad (4.19)$$

Этот случай соответствует значениям $z \gg \pi l^2/\lambda$ и описывает дифракцию Фраунгофера.

Рассмотрим несколько типичных примеров дифракции Фраунгофера, встречающихся в задачах лазерной анемометрии.

Дифракция на прямоугольной щели. Пусть плоская световая волна единичной амплитуды нормально падает на вырезанную в непрозрачном тонком экране прямоугольную щель с амплитудным коэффициентом пропускания

$$t(x, y) = \text{rect}(2x/l_x) \text{rect}(2y/l_y), \quad (4.20)$$

где

$$\text{rect}(2x/l_x) = \begin{cases} 1, & -l_x/2 \leq x \leq l_x/2, \\ 0, & x < -l_x/2, \quad x > l_x/2, \end{cases}$$

Рис. 1.15. Распределение интенсивности излучения, дифрагированного на прямоугольном отверстии.

l_x и l_y — размеры отверстия соответственно по осям x и y . Согласно (4.19) дифрагированное поле в зоне Фраунгофера определяется фурье-

преобразованием функции (4.20)

$$E(x', y', z) = \frac{l_x l_y}{j\lambda z} \exp\{jkz\} \exp\left\{j \frac{k}{2z} (x'^2 + y'^2)\right\} \text{sinc} \frac{l_x x'}{\lambda z} \text{sinc} \frac{l_y y'}{\lambda z}, \quad (4.21)$$

где

$$\text{sinc} \frac{l_x x'}{\lambda z} = \frac{\sin(\pi l_x x'/\lambda z)}{\pi l_x x'/\lambda z}.$$

Для интенсивности результирующего поля получим

$$I(x', y') = \left(\frac{l_x l_y}{\lambda z}\right)^2 \text{sinc}^2 \frac{l_x x'}{\lambda z} \text{sinc}^2 \frac{l_y y'}{\lambda z}. \quad (4.22)$$

На рис. 1.15 показано распределение интенсивности дифрагированного на щели поля в плоскости $y' = 0$. Положение первого минимума определяется соотношением $l_x x'_1 / \lambda z = 1$, откуда $x'_1 = \lambda z / l_x$. Интенсивность второго дифракционного максимума составляет всего 0,047 от интенсивности нулевого.

Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии. Пусть плоская волна единичной амплитуды нормально освещает круглое отверстие диаметром d , вырезанное в непрозрачном экране. Амплитудный коэффициент пропускания в пределах отверстия задан функцией

$$t(r) = \text{circ}(2r/d) = \begin{cases} 1, & 2r \leq d, \\ 0, & 2r > d, \end{cases} \quad (4.23)$$

где $r^2 = x^2 + y^2$. Поскольку задача имеет осевую симметрию, интеграл суперпозиции (4.19) находится через преобразование Ганкеля [23]:

$$E(r') = \frac{k}{jz} \exp\{jkz\} \exp\left\{j \frac{kr'^2}{2z}\right\} \int_0^\infty r E(r) J_0\left(\frac{kr r'}{z}\right) dr, \quad (4.24)$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя нулевого порядка. Применяя преобразование Ганкеля к функции (4.23), получаем выражение для поля, дифрагированного в зону Фраунгофера:

$$E(r') = \frac{kd^2}{j8z} \exp\{jkz\} \exp\left\{j \frac{kr'^2}{2z}\right\} \frac{2J_1(kdr'/2z)}{kdr'/2z}. \quad (4.25)$$

Для интенсивности дифрагированного поля имеем

$$I(r') = \left(\frac{kd^2}{8z} \frac{2J_1(kdr'/2z)}{kdr'/2z} \right)^2. \quad (4.26)$$

График распределения интенсивности в плоскости $y' = 0$ представлен на рис. 1.16. Эта функция называется картиной Эйри [22]. Радиус первого максимума картины Эйри $r'_0 = 1,22\lambda z/d$.

Дифракция Фраунгофера на двух отверстиях радиуса $d/2$. Отверстия симметрично расположены относительно оси z в плоскости $y' = 0$ и освещаются нормально падающей плоской волной единичной амплитуды. Амплитудный коэффициент пропускания в пределах отверстий, расстояние между которыми

Рис. 1.16. Распределение интенсивности излучения, дифрагированного на круглом отверстии.

обозначим через $2a$, описывается функцией

$$t(x, y) = \text{circ} \{2[(x-a)^2 + y^2]^{1/2}/d\} + \text{circ} \{2[(x+a)^2 + y^2]^{1/2}/d\}. \quad (4.27)$$

Подставляя (4.27) в (4.24) и учитывая (4.25), находим результирующее дифрагированное поле

$$E(r') = \frac{kd^2}{8jz} \exp\{jkz\} \exp\left\{j \frac{kr'^2}{2z}\right\} \frac{2J_1(kdr'/2z)}{kdr'/2z} \cos \frac{akx'}{z}. \quad (4.28)$$

Переходя к интенсивности, имеем

$$I(x', y', z) = 2 \left(\frac{kd^2}{8z}\right)^2 \left[\frac{2J_1(kdr'/2z)}{kdr'/2z}\right]^2 \left[1 + \cos\left(\frac{2kax'}{z}\right)\right]. \quad (4.29)$$

График функции (4.29) для $y' = 0$ показан на рис. 1.17. Физический смысл полученного результата состоит в том, что интенсивность результирующего поля определяется интерференцией

Рис. 1.17. Распределение интенсивности излучения, дифрагированного на двух отверстиях.

световых волн, дифрагированных от каждого из отверстий. Пространственный период интерференционных полос, согласно (4.29), равен $\Lambda = \lambda z/2a$, а низкочастотный пьедестал и огибающая описываются функцией (4.26).

§ 5. Рассеяние поляризованного оптического излучения на одиночной частице

Рассмотрим элементы теории рассеяния оптического излучения одиночными частицами, необходимые для дальнейшего анализа задач лазерной анемометрии. При изучении закономерности

стей рассеяния волны одиночной частицей будем опираться на классические работы [26—33].

В настоящее время наиболее полно изучено рассеяние излучения сферическими частицами. Можно сказать, что эта задача решена полностью. Для нее имеется строгое решение, полученное еще в 1908 г. немцем ученым Ми [26], хотя до численных значений оно может быть доведено только при помощи ЭВМ. Сложнее обстоит дело с частицами несферической формы, здесь получены решения лишь для частиц овальной и цилиндрической форм.

Рассмотрим рассеяние на частице плоской линейно поляризованной монохроматической волны. Пусть на частицу, помещенную в начале координат, вдоль оси z падает волна вида $E_i(z, t) = E_i(z) \exp \{-j\omega t\}$. Рассеянная волна на большом расстоянии от частицы является поперечной сферически расходящейся волной с амплитудой, прямо пропорциональной амплитуде падающей волны и некоторой функции, зависящей от свойств частицы, а также обратно пропорциональной расстоянию от частицы до точки наблюдения. Эту точку будем характеризовать расстоянием R , углом рассеяния θ между осью z и радиусом R ($0 \leq \theta \leq 180^\circ$) и азимутальным углом φ между осью x и плоскостью рассеяния, проходящей через ось z и точку наблюдения ($0 \leq \varphi \leq 360^\circ$) (рис. 1.18).

Рис. 1.18. Рассеяние волны на частице.

Разложим комплексную амплитуду электрического вектора падающего на частицу поля E_i на две составляющие: одну — параллельную плоскости рассеяния $E_i^{\parallel}$ и вторую — перпендикулярную плоскости рассеяния $E_i^{\perp}$, которые связаны с составляющими E_{ix} и E_{iy} соотношением

$$\begin{pmatrix} E_i^{\perp} \\ E_i^{\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \varphi & -\cos \varphi \\ \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

Вектор электрического поля рассеянной волны E_s также разложим на две составляющие: параллельную $E_s^{\parallel}$ и перпендикулярную $E_s^{\perp}$ плоскости рассеяния. Тогда для компонент рассеянного поля с учетом принятых обозначений можно написать выражение [30]

$$\begin{pmatrix} E_s^{\perp} \\ E_s^{\parallel} \end{pmatrix} = \frac{j \exp \{jkR\}}{kR} \begin{pmatrix} S_1^* & S_3^* \\ S_4^* & S_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_i^{\perp} \\ E_i^{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

Здесь S_1, S_2, S_3, S_4 — амплитудные функции рассеяния частицы. Множитель k добавляется для того, чтобы эти функции были безразмерными. В литературе, посвященной анализу рассеяния света, падающая волна записывается в виде $E(z, t) = A \exp \{j(\omega t - kz)\}$, т. е. отличается от принятой в данной книге записи. Поэтому для того, чтобы можно было пользоваться вычислениями, приведенными в литературе, множитель j в (5.2) поставлен в числитель и функции S_1, S_2, S_3, S_4 взяты комплексно сопряженными.

Амплитудные функции рассеяния зависят от оптических и геометрических свойств частицы, угла рассеяния θ и угла азимута ϕ и находятся из решений уравнений Максвелла с заданными граничными условиями. К сожалению, их явный вид известен только для ограниченного числа случаев рассеяния. Для сферических оптически однородных частиц, согласно теории рассеяния Ми, оказывается, что $S_3 = S_4 = 0$, а S_1 и S_2 являются функциями только трех параметров: относительного комплексного показателя преломления частицы $\hat{n} = n + jk$, относительного размера частицы $\rho = 2\pi a/\lambda$, где a — радиус частицы, и угла рассеяния θ . Если частицы находятся в среде с вещественным показателем преломления n_2 , то параметры $\hat{n}$ и ρ рассчитываются следующим образом:

$$\hat{n} = \hat{n}_1/n_2, \quad \lambda_n = \lambda/n_2, \quad \rho = 2\pi n_2 a/\lambda,$$

где $\hat{n}_1$ — комплексный показатель преломления частицы относительно вакуума, λ — длина волны в вакууме, λ_n — длина волны в среде.

Функции S_1 и S_2 имеют аналитический вид только в исключительных случаях, часть которых будет рассмотрена ниже, поэтому для наиболее важных, с точки зрения приложений, случаев они затабулированы [33]. Так как до появления лазеров основное внимание уделялось рассеянию естественного некогерентного излучения, то большинство таблиц составлено не для самих комплексных амплитуд S_1 и S_2 , а для их квадратов. Знание амплитудных функций рассеяния позволяет полностью определять параметры рассеянного излучения, т. е. поляризацию, амплитуду и фазу рассеянной волны.

Если вектор E_i падающего на сферическую частицу поля направлен по оси y , а рассеянная волна наблюдается в плоскости xz , то (5.2) принимает вид

$$E_s^{\perp} = (j \exp \{jkR\}/kR) S_1^* E_{iy},$$

при $E_i \parallel Oz$

$$E_s^{\parallel} = (j \exp \{jkR\}/kR) S_2^* E_{ix},$$

т. е. вектор поляризации рассеянной волны в плоскости xz совпадает с вектором поляризации падающего поля.

Если рассмотреть вектор Пойнтинга S для потоков падающего и рассеянного излучений, то их отношение определяет дифференциальное поперечное сечение рассеяния $d\sigma$ для частицы в телесном угле $d\Omega$ на расстоянии R [32], т. е.

$$d\sigma = (|\langle S_s \rangle| / |\langle S_i \rangle|) R^2 d\Omega, \quad (5.3)$$

где $\langle S \rangle = [EH^*]$ — усредненный по времени поток энергии. Дифференциальное сечение рассеяния $d\sigma$ имеет размерность $\text{см}^2 \cdot \text{ср}$ и определяется как площадь, такая, что мощность излучения, протекающего через нее, равна мощности рассеянного частицей в направлении, характеризуемом углами θ и φ в телесном угле $d\Omega$. Иногда рассеивающие свойства частицы характеризуют дифференциальным сечением рассеяния, отнесенным к единичному телесному углу, т. е. величиной $d\sigma/d\Omega$, имеющей размерность площади.

Если взять интеграл от дифференциального сечения рассеяния в пределах всего телесного угла 4π , то получаем новую характеристику частицы, которая называется полным сечением рассеяния, т. е. $\sigma = \int_{4\pi} d\sigma$, и имеет размерность площади. Полное

сечение рассеяния частицы зависит только от ее оптических свойств и относительного размера, в то время как дифференциальное сечение зависит и от направления наблюдения.

Интенсивность рассеянной волны можно записать с учетом введенных величин в следующем виде:

$$I_s(R, \theta, \varphi) = I_0 d\sigma(\theta, \varphi) / R^2 d\Omega, \quad (5.4)$$

а полную мощность —

$$P_s = F\sigma,$$

где F — плотность мощности излучения, падающего на частицу. Очевидно, что чем больше расстояние R , тем интенсивность рассеянного излучения меньше. Кроме введенных величин $d\sigma$ и σ , удобно ввести величину сечения рассеяния, определяемую соотношением

$$\Delta\sigma = \int_{\Delta\Omega} d\sigma, \quad (5.5)$$

где $\Delta\Omega$ — телесный угол. Очевидно, что $\Delta\sigma$ зависит от $\hat{n}$, ρ , θ , φ и $\Delta\Omega$. Тогда мощность рассеянного излучения в телесном угле $\Delta\Omega$ можно представить в виде

$$P_s = F\Delta\sigma.$$

Для характеристики распределения мощности рассеянного излучения в пространстве вводят также индикатрису рассеяния, определяемую соотношением

$$I(\theta, \varphi) = d\sigma(\theta, \varphi) / \sigma.$$

Индикатриса рассеяния является безразмерной величиной, и интеграл от нее по всему пространству равен единице.

Если частица характеризуется комплексным показателем преломления, то часть падающей на нее мощности поглощается. Для характеристики этой мощности, аналогично мощности рассеянного излучения, вводится понятие полного сечения поглощения σ_a . Из закона сохранения энергии следует, что суммарная мощность, изымаемая частицей из падающего на нее пучка и характеризующаяся сечением ослабления σ_e , равна мощности рассеянной и поглощенной, следовательно, $\sigma_e = \sigma_a + \sigma$. Для прозрачных частиц поглощение света отсутствует и $\sigma_a = 0$, поэтому $\sigma_e = \sigma$.

Дифференциальное сечение рассеяния можно выразить через амплитудные функции рассеяния S_1, S_2, S_3, S_4 . Для сферических частиц и линейно поляризованной волны из (5.2) и (5.3) имеем

$$d\sigma = k^{-2} (S_1 S_1^* \sin^2 \varphi + S_2 S_2^* \cos^2 \varphi) d\Omega. \quad (5.6)$$

Для волны, поляризованной по кругу, значение угла φ меняется от 0 до 2π , поэтому среднее значение $\langle \sin^2 \varphi \rangle = \langle \cos^2 \varphi \rangle = 1/2$ и

$$d\sigma = (1/2) k^{-2} (S_1 S_1^* + S_2 S_2^*) d\Omega.$$

Приведем несколько примеров рассеяния оптического излучения.

1. Малые сферические частицы, для которых $|\hat{n}_r| \ll 1$ (рэлеевское рассеяние), характеризуются амплитудными функциями вида [30]

$$S_1(\theta) = j \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \rho^3, \quad S_2(\theta) = j \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \rho^3 \cos \theta. \quad (5.7)$$

Принято считать, что эти выражения верны до $a \leq 0,03\lambda$. Для линейно поляризованной волны в соответствии с (5.6) дифференциальное сечение рассеяния имеет вид

$$d\sigma = \frac{16\pi^4 a^6}{\lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos^2 \theta) d\Omega, \quad (5.8)$$

из которого видно, что это сечение прямо пропорционально квадрату объема частицы и обратно пропорционально четвертой степени длины волны.

Полное сечение рассеяния равно

$$\sigma = \frac{128\pi^5 a^6}{3\lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2,$$

так что индикатриса рассеяния линейно поляризованного излучения имеет вид

$$f(\theta, \varphi) = (3/8\pi)(\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos^2 \theta).$$

На рис. 1.19 показаны в полярных координатах индикатрисы рассеяния малой частицей при различных азимутальных углах φ . Если падающая волна имеет поляризацию, перпендикулярную плоскости рассеяния ($\varphi = 90^\circ$), то индикатриса рассеяния в этой плоскости будет равномерной, т. е. рассеяние во все стороны одинаково. Если плоскость поляризации волны совпадает с плоскостью рассеяния ($\varphi = 0$), то при $\theta = 90^\circ$ рассеяние отсутствует. Таким образом, для получения максимальной интенсивности рассеянной волны малыми частицами при больших углах θ поляризация падающей волны должна быть перпендикулярной плоскости рассеяния.

Рис. 1.19. Индикатриса рассеяния рэлеевской частицы.

Отметим еще одну особенность рассеяния оптического излучения малыми частицами: интенсивность рассеянного излучения назад ($\theta = 180^\circ$) равна интенсивности рассеянного излучения вперед ($\theta = 0$). При малых углах рассеяния ($\theta \approx 0$) и больших углах ($\theta \approx 180^\circ$) волны с различными поляризациями рассеиваются практически одинаково. Наиболее существенная разница получается при углах $\theta = 90^\circ$.

Для капли воды с $a = 0,01$ мкм и $n = 1,33$ для $\lambda = 0,63$ мкм полное сечение рассеяния $\sigma = 3,6 \cdot 10^{-9}$ мкм². (Для сравнения напомним, что полное сечение рассеяния молекулы газа составляет около $4,6 \cdot 10^{-19}$ мкм², т. е. на десять порядков меньше, чем капли воды.) Если на такую частицу направить лазерный пучок мощностью 10^{-2} Вт и радиусом $w = 0,1$ мм, то мощность рассеянного излучения будет всего 10^{-15} Вт, когда частица находится в центре пучка. Так как оптическая система собирает не более 10^{-3} части этой мощности, то для регистрации рассеянного излучения при помощи ФЭУ ($P_{\min} = 10^{-16}$ Вт) необходим лазер с мощностью 1 Вт, или надо сконцентрировать лазерный пучок в пятно с радиусом 0,01 мм.

2. Сферические частицы с показателем преломления, мало отличающимся от показателя преломления окружающей среды, для которых $2\rho|\hat{n} - 1| \ll 1$ (рассеяние Рэля — Ганса), характеризуются амплитудными функциями вида [30]

$$S_1(\theta) = j(\hat{n} - 1)\rho^3(2\pi/u^3)^{1/2}J_{3/2}(u),$$

$$S_2(\theta) = j(\hat{n} - 1)\rho^3(2\pi/u^3)^{1/2}J_{3/2}(u) \cos \theta,$$

где $u = 2\rho \sin(\theta/2)$, $J_{3/2}(u)$ — функция Бесселя степени 3/2; она имеет нули при $u = 4,49; 7,73; 10,90$.

К таким частицам можно отнести многие частицы органического и неорганического происхождения, находящиеся в морской воде, частицы полистирола в воде и ряд других. При этом чем меньше показатель преломления частицы отличается от показателя преломления окружающей среды, тем для большего размера частицы применимы вышеприведенные выражения. На рис. 1.20

Рис. 1.20. Зависимость модуля амплитудной функции рассеяния от угла рассеяния.

показаны зависимости $|S_1/j(\hat{n}-1)|$ от угла рассеяния θ для различных размеров частиц. Для малых ρ рассеяние назад несколько меньше рассеяния вперед; по мере увеличения параметра ρ эта асимметрия делается все более заметной. Для $\rho = 2,25$ при $\theta = 180^\circ$ появляется минимум, соответствующий первому корню функции $J_{3/2}(u)$. При последующем увеличении размера частицы этот минимум превращается в темное кольцо, которое постепенно сдвигается к малым углам. При $\rho = 3,87$ появляется новый мини-

мум для $\theta = 180^\circ$ и т. д. Для больших значений ρ , но удовлетворяющих вышеприведенному условию, рассеянный свет в основном сосредоточен в направлении вперед. В области углов, близких к направлению распространения падающей волны, оказывается так много минимумов и максимумов, что картина рассеяния имеет сходство с картиной дифракции Фраунгофера.

3. Рассеяние излучения сферическими оптически однородными частицами с $a > 0,03\lambda$ описывается теорией рассеяния Ми, которая дает выражение для комплексных амплитуд в виде сходящихся рядов

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n + b_n \tau_n), \quad S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (b_n \pi_n + a_n \tau_n),$$

где n — целое число, $\pi_n(\cos \theta)$ и $\tau_n(\cos \theta)$ — функции Лежандра, a_n и b_n — коэффициенты, зависящие от свойств частицы, т. е. комплексного показателя преломления $\hat{n}$ и относительного размера ρ . Точные выражения для a_n и b_n приведены в [27, 30], а в [32] даны в виде, удобном для расчета на ЭВМ.

Рассеяние Ми по сравнению с рассеянием Рэлея характеризуется следующими особенностями: а) сложной зависимостью индикатрисы рассеяния от угла наблюдения, причем чем больше параметр ρ , тем эта зависимость более сложная; б) асимметрией

индикатрисы рассеяния: с ростом размера частиц увеличивается отношение рассеяния вперед к рассеянию назад; в) для $\rho > 1$ сечение рассеяния мало зависит от длины волны (для рэлеевского рассеяния эта зависимость имеет вид λ^{-4}); г) полное сечение рассеяния частицы приблизительно пропорционально квадрату ее радиуса (для рэлеевского рассеяния эта зависимость имеет вид a^6).

В теории рассеяния Ми широко используется понятие фактора эффективности рассеяния Q , который определяется как отношение полного сечения рассеяния к геометрическому сечению частицы. Для сферы геометрическое сечение равно πa^2 , поэтому $Q = \sigma / \pi a^2$. Фактор эффективности рассеяния является безразмерной величиной и зависит от комплексного показателя преломления и относительного размера частицы ρ ; физически он показывает отношение мощности рассеянного излучения к мощности излучения, падающего на геометрическое сечение частицы. Хотя этот параметр для задач лазерной анемометрии и является малоинформативным, однако он позволяет проследить качественную картину рассеяния света большими частицами.

На рис. 1.21 показана зависимость Q от параметра ρ для капли воды, из которой видно, что Q может достигать значений, больших единицы, т. е. частица рассеивает большую мощность, чем мощность излучения, падающего на ее геометрическое сечение. Этот парадокс связан с тем, что частица вызывает возмущение поля на расстоянии большем, чем ее размер. Для капли воды с $n = 1,33$ максимальное значение $Q = 3,48$ достигается при $\rho = 6,5$, т. е. капли воды рассеивают эффективнее всего, когда их радиус приблизительно равен длине волны. Полное поперечное сечение рассеяния капли воды с $a = 0,63$ мкм для длины волны 0,63 мкм составляет величину 4,3 мкм², что в $1,2 \cdot 10^9$ раз больше, чем полное сечение рассеяния капли воды с $a = 0,01$ мкм, хотя отношение их геометрических сечений составляет всего $4 \cdot 10^8$.

Сложнее обстоит дело с индикатрисой рассеяния, которая очень чувствительна к изменению параметра ρ (необходимо помнить, что в теории рассеяния важен параметр ρ , а не радиус частицы a). На рис. 1.22 даны зависимости дифференциального сечения рассеяния для капель воды от угла рассеяния θ [31], которые показывают, что при $\rho > 1$ начинаются сильные осцилляции, сглаженные из-за того, что расчет проведен для углов θ , изменяющихся на 10° .

Рис. 1.21. Зависимость фактора эффективности рассеяния капли воды от ее относительного размера.

Рассеяние оптического излучения большими сферическими частицами при $\rho \gg 1$ описывается соотношениями, полученными на основании законов геометрической оптики, так как расчет с помощью точных формул Ми практически невозможен из-за громоздкости вычислений. Табулированные значения характеристик рассеяния света охватывают диапазон $\rho = 0,1 - 100$, т. е. до размеров частиц около 10 мкм для видимого диапазона.

Рис. 1.22. Зависимость дифференциального сечения рассеяния от угла рассеяния [31].

все рассеянное излучение направлено вперед и для капель воды сосредоточено внутри телесного угла с раствором 65° . Интенсивность волны, рассеянной вперед, в 168 раз больше, чем интенсивность волны, рассеянной назад. В направлении вперед посылается 94,4% падающей на частицу мощности, а назад только 5,6%.

Для больших частиц из рассеянного излучения можно выделить часть, обусловленную дифракцией волны на сфере. Дифрагированная волна не зависит от показателя преломления частицы и состояния поляризации падающей волны. Амплитудные функции рассеяния для дифрагированного вперед света имеют вид [30]

$$S_1(\theta) = S_2(\theta) = \rho^2 J_1(\rho \sin \theta) / (\rho \sin \theta), \quad (5.9)$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя первого рода первого порядка. Эта функция имеет первый нуль при $x = 3,83$, чему соответствует

Основными особенностями рассеяния излучения большими прозрачными частицами являются: а) независимость сглаженной индикатрисы рассеяния от размера частицы; б) наличие многих интерференционных лепестков на индикатрисе рассеяния с углами между максимумами, равными $30^\circ \lambda/a$ [27]; в) наличие радуг, т. е. таких направлений, в которых интенсивность рассеянной волны значительно больше, чем в соседних направлениях.

Индикатриса рассеяния больших частиц имеет сильную асимметрию. В основном

угол $\theta = 3,83/\rho$, поскольку ρ велико. Таким образом, для сферической частицы любой природы с $a = 100$ мкм при $\lambda = 0,63$ мкм 84% дифрагированного излучения сосредоточено в конусе с углом $2\theta = 26'$ вокруг направления распространения. Существенно отметить, что мощность дифрагированного излучения на большой частице приблизительно равна мощности излучения, рассеянного за счет преломления и отражения.

Так как для дифрагированной волны $S_1(\theta) \approx S_2(\theta)$, то

$$E_s = SE_i, \quad (5.10)$$

где

$$S = (j \exp \{jkR\}/kR) S^* (),$$

т. е. состояние поляризации рассеянной волны совпадает с состоянием поляризации падающей на частицу волны.

В заключение заметим, что все приведенные выше рассуждения о рассеянии оптического излучения частицами относились к случаю рассеяния плоской однородной волны. В лазерной анемометрии возникают ситуации, когда размер лазерного пучка сравним с размером частицы, т. е. в пределах частицы амплитуда падающего поля меняется. Как было показано в [34], это приводит к изменению индикатрисы рассеяния.

§ 6. Методы приема оптического излучения

Для приема оптического излучения в лазерной анемометрии используются прямое фотодетектирование и оптическое фотосмещение. В случае прямого фотодетектирования излучение направляется на приемник, электрический сигнал с которого поступает на измерительный прибор. В методе фотосмещения на фотоприемник направляется, кроме сигнальной волны, еще и опорная. В системах лазерной анемометрии приходится регистрировать малые мощности рассеянного излучения: от 10^{-10} Вт и менее при частоте модуляции от единиц герц до сотен мегагерц. Поэтому в качестве приемников оптического излучения используются в основном фотоприемники: фотоэлектронные умножители, фотодиоды и фототриоды [35, 36], которые обладают достаточной чувствительностью и быстродействием.

Прямое фотодетектирование. Среднее число электронов $\langle n \rangle$, эмиттируемых с поверхности фотокатода для фотоприемников с внешним фотоэффектом определяется средним числом падающих квантов излучения $\langle N \rangle$ и квантовой эффективностью η фотокатода; $\langle n \rangle = \eta \langle N \rangle$. Для ФЭУ квантовая эффективность составляет 1—20% и зависит от длины волны. При мощности падающего излучения 10^{-10} Вт, что соответствует потоку $3,4 \cdot 10^8$ с⁻¹ для длины волны $\lambda = 0,63$ мкм, с поверхности фотокатода при $\eta = 0,01$ эмиттируется поток электронов $3,4 \cdot 10^6$ с⁻¹, т. е. ток составляет $5,45 \cdot 10^{-13}$ А. Для фотоприемников с внутренним

фотоэффектом квантовая эффективность показывает отношение среднего числа электронно-дырочных пар, порождаемых падающим излучением, к среднему числу падающих квантов и может достигать значений, близких к единице.

Как в ФЭУ, так в фотодиодах и фототриодах используется внутреннее усиление, которое для ФЭУ достигает $\sim 10^6$. Поэтому ток на выходе фотоприемника связан с мощностью падающего на него излучения P следующей зависимостью:

$$i = \eta eMP/h\nu = B_e MP = BP, \quad (6.1)$$

где $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж/Гц — постоянная Планка, ν — частота излучения, $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд электрона, M — коэффициент внутреннего усиления, B_e — спектральная чувствительность фотокатода, B — спектральная чувствительность фотоприемника.

Для плоской монохроматической волны

$$P = (\epsilon\epsilon_0/\mu_0)^{1/2} SA^2,$$

где $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная, ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м — магнитная постоянная, S — площадь пучка, A — амплитуда волны, поэтому (6.1) можно записать в виде

$$i = \rho A^2, \quad (6.2)$$

где $\rho = B(\epsilon\epsilon_0/\mu_0)^{1/2} S$.

Коэффициент B , связывающий величину выходного тока с мощностью падающего на фотоприемник света, зависит от длины волны и является спектральной чувствительностью фотоприемника; измеряется либо в энергетических единицах (А/Вт), либо в световых (А/лм). Переход от одних единиц к другим осуществляется по формулам, приведенным в [36]. Для ФЭУ спектральная чувствительность зависит от напряжения питания и достигает значений до 10^6 А/Вт, в то время как для фотодиодов и фототриодов эта величина составляет не более нескольких единиц А/Вт [36].

Максимум спектральной чувствительности большинства ФЭУ приходится на длины волн от 0,4 до 0,5 мкм, поэтому применение аргоновых лазеров в системах лазерной анемометрии с этой точки зрения предпочтительнее, чем гелий-неоновых. Чувствительность фотоприемника зависит также от частоты модуляции мощности падающего излучения. Граничное значение частотной характеристики определяет максимально допустимую частоту модуляции регистрируемого излучения и составляет значение 1—100 МГц в зависимости от типа фотоприемника. Следует иметь в виду, что поскольку все фотоприемники обладают собственной емкостью, то граничная частота зависит также от постоянной τ цепочки. При емкости цепей фотоприемника $C =$

$= 10$ пФ и сопротивлении нагрузки $R = 100$ Ом постоянная $\tau = RC = 0,1$ нс, в то время как при $C = 100$ пФ и $R = 10^6$ Ом постоянная цепочки составляет всего $0,1$ мс.

Чувствительность фотоприемника ограничивается тремя факторами: фотонным шумом самого сигнала, внутренними шумами фотоприемника, шумами фонового излучения.

Детальный анализ влияния шумов на процесс измерения как оптических, так и электрических величин изложен в [37]. Этот вопрос рассмотрен также в целом ряде других работ, например [38—41]. Фотонный шум сигнала обусловлен квантовым характером излучения. Для теплового излучения среднеквадратичное значение флуктуаций числа фотонов определяется их средним числом, т. е. $(\langle i^2 \rangle)^{1/2} \sim (\langle n^2 \rangle)^{1/2} = \langle n \rangle$. Вследствие дискретного характера вылета электронов с поверхности катода фототок испытывает случайные флуктуации, называемые дробовым шумом. Средний квадрат флуктуаций тока, обусловленного дробовым эффектом, будет

$$\langle i^2 \rangle = 2ei_0\Delta f,$$

где i_0 — среднее значение тока, Δf — ширина полосы измерительной аппаратуры.

Внутренние шумы фотоприемника складываются из шумов темнового тока, фликкер-эффекта, рекомбинационных, тепловых, модуляционных и контактных [37]. Для ФЭУ основным видом внутренних шумов является шум, обусловленный темновым током, т. е. током, который получается на выходе ФЭУ, когда на его вход не падает излучение. Случайные флуктуации темнового тока определяются соотношением $\langle i_d^2 \rangle = 2ei_d\Delta f$, где i_d — темновой ток фотоприемника. Средний квадрат тока, обусловленного тепловым шумом, определяется зависимостью $\langle i_T^2 \rangle = 4kT\Delta f/R$, где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, T — температура окружающей среды. Роль этого вида шумов зависит от ширины полосы Δf и сопротивления R . Для $\Delta f = 10^6$ Гц, $R = 50$ Ом и $T = 300$ К $(\langle i_T^2 \rangle)^{1/2} = 1,8 \cdot 10^{-8}$ А, т. е. составляет заметную величину. Шум, обусловленный фоновым излучением, определяется соотношением $\langle i_B^2 \rangle = 2ei_B\Delta f = 2eBP_B\Delta f$, где i_B — величина фонового тока, P_B — мощность фонового излучения.

Отношение сигнала к шуму на выходе фотоприемника с учетом всех перечисленных видов шумов имеет вид

$$\frac{S}{N} = \frac{I_s^2 R M^2}{kT\Delta f + 2eM^2\Delta f R (I_s + I_B + I_d)},$$

где I_s , I_B , I_d — сигнальный, фоновый и темновой токи фотокатода. Последнее соотношение можно также записать в следующем

виде:

$$\frac{S}{N} = \frac{B^2 R P_s^2}{kT \Delta f + 2eMB \Delta f R (P_s + P_B) + 2eMi_d \Delta f R}.$$

Если пренебречь тепловыми, дробовыми шумами темнового тока и фона, то отношение сигнала к шуму приобретает вид

$$\frac{S}{N} = \frac{B P_s}{2e \Delta f M} = \frac{\eta P_s}{2h\nu \Delta f}.$$

Минимальная мощность монохроматического излучения, при которой на выходе фотоприемника отношение напряжений сигнала к шуму равно единице в полосе пропускания один герц, определяет спектральный порог чувствительности фотоприемника P_{det} , измеряемый в Вт/Гц^{1/2}. Для лучших ФЭУ эта величина составляет 10⁻¹⁶ Вт/Гц^{1/2}, а для фотодиодов и фототриодов — (10⁻¹²—10⁻¹⁴) Вт/Гц^{1/2}. Таким образом, при ширине полосы измерительной аппаратуры $\Delta f = 10^6$ Гц минимально обнаруживаемая с помощью ФЭУ мощность излучения равна $P_{\text{min}} = P_{\text{det}} \sqrt{\Delta f}$ и составляет 10⁻¹³ Вт. Спектральный порог чувствительности фотоприемников зависит от величины фоновой засветки; порог повышается при увеличении мощности фонового излучения, в качестве которого в некоторых случаях может выступать сам сигнал. Рассмотрим следующий пример. Пусть необходимо зарегистрировать модулированный лазерный пучок, мощность которого меняется по закону

$$P(t) = P_0(1 + m \cos \Omega t),$$

где m — коэффициент модуляции, $0 \leq m \leq 1$, Ω — круговая частота модуляции. Иногда интерес представляет регистрация малых изменений световой мощности, т. е. когда $m \ll 1$. В этом случае P_0 можно рассматривать как мощность фонового излучения, тогда задача сводится к измерению малого синусоидально модулированного светового потока на фоне большой фоновой засветки. Минимальную глубину модуляции можно оценить следующим образом. Пусть $P_0 = 10^{-8}$ Вт, тогда спектральный порог чувствительности $P_{\text{det}} = 5 \cdot 10^{-13}$ Вт/Гц^{1/2} [36]. Приравняв мощность переменной составляющей падающего излучения и минимально обнаруживаемую мощность в полосе $\Delta f = 10^6$ Гц, получаем минимальное значение глубины модуляции

$$m_{\text{min}} = P_{\text{det}} \sqrt{\Delta f} / P_0.$$

Для указанных выше значений P_0 , P_{det} и Δf $m_{\text{min}} = 0,05$. При $\Delta f = 10^3$ Гц минимальная глубина модуляции равна 0,006.

Пусть на фотоприемник падает оптическое излучение, меняющееся во времени случайным образом и характеризующееся комплексной степенью временной когерентности $\gamma(\tau)$. Тогда для

нормального случайного оптического поля энергетический спектр фототока имеет вид

$$G(\Omega) = |H(\Omega)|^2 \left[eMBP_s + BP_s\delta(\Omega) + B^2P_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\gamma(\tau)|^2 \exp\{j\Omega\tau\} d\tau \right],$$

где $H(\Omega)$ — нормированная частотная характеристика фотоприемника, $\delta(\Omega)$ — δ -функция. Энергетический спектр фототока состоит из равномерного спектра дробовых шумов сигнала, спектра постоянной составляющей, сосредоточенной на нулевой частоте, и спектра, обусловленного флуктуацией мощности падающего излучения. Если свет имеет комплексную степень временной когерентности гауссова вида, то спектр фототока будет также гауссовым, но его ширина будет в $\sqrt{2}$ раз больше, чем ширина спектра падающего света.

Фотосмещение оптического излучения. В методе фотосмещения на приемник направляются две волны: сигнальная, параметры которой необходимо определить, и опорная волна от местного источника когерентного излучения. Так как фотоприемник является квадратичным детектором, то выходной ток его содержит переменную составляющую с частотой, равной разности частот опорной и сигнальной волн. Отсюда видно, что этот источник должен обладать высокой стабильностью частоты излучения. Поэтому в системах лазерной анемометрии в качестве опорной волны используется часть излучения лазера, которым зондируется исследуемый поток. Требования к стабильности частоты лазера в этом случае существенно ниже, если только разность хода опорной и сигнальной волн меньше длины когерентности излучения лазера.

По существу, метод фотосмещения реализуется сочетанием двухлучевого интерферометра с фотоприемником, который также регистрирует только изменение проходящей через его апертуру мощности света. Суперпозиция сигнальной и опорной волн приводит к их интерференции, т. е. перераспределению в пространстве плотности мощности суммарного поля, которая при разных частотах волн меняется во времени.

Предположим, что смешиваемые волны полностью согласованы по фазе на поверхности фотоприемника. Тогда можно рассматривать только их временную зависимость. Необходимые условия согласования волн при фотосмещении будут рассмотрены далее. Запишем сигнальную $E_s(t)$ и опорную $E_r(t)$ волны в следующем виде:

$$E_s(t) = A_s \exp\{-j\omega_s t\}, \quad E_r(t) = A_r \exp\{-j\omega_r t\},$$

где A_s , A_r — действительные амплитуды сигнальной и опорной волн. Фототок, вызываемый отдельно сигнальной или опорной волнами, согласно (6.2), будет $i_s = \rho A_s^2$, $i_r = \rho A_r^2$. Полный фототок,

вызываемый суммарным полем $E = E_s + E_r$, будет

$$i(t) = i_r + i_s + 2 \operatorname{Re} i_{rs} \exp \{-j(\omega_s - \omega_r)t\}, \quad (6.3)$$

т. е. фототок меняется во времени с частотой, равной разности частот сигнальной и опорной волн. Усреднение производится за время, значительно большее периода световых колебаний и значительно меньшее характерного времени изменения интенсивности суммарного поля. В (6.3) амплитуда переменной составляющей фототока i_{rs} связана с амплитудами опорной и сигнальной волн зависимостью $i_{rs} = \rho A_r A_s = (i_r i_s)^{1/2}$, т. е. амплитуда изменения фототока зависит не только от амплитуды сигнальной волны, но и от амплитуды опорной. Если опорная волна является монохроматической, а амплитуда и фаза сигнальной волны меняются во времени случайным образом, то фототок также является случайной величиной. Однако, в отличие от прямого фотодетектирования, спектр тока при фотосмешении определяется спектром сигнального поля независимо от его статистики.

Рассмотрим пространные условия согласования амплитуд, поляризаций и фаз смешиваемых волн. Пусть как опорная, так и сигнальная волны имеют произвольное распределение амплитуд, фаз и поляризаций в плоскости фотоприемника, т. е.

$$E_s(x, y, t) = e_s A_s(x, y) \exp \{-j[\omega_s t - \varphi_s(x, y)]\},$$

$$E_r(x, y, t) = e_r A_r(x, y) \exp \{-j[\omega_r t - \varphi_r(x, y)]\},$$

где $e_s, e_r, A_s, A_r, \varphi_s$ и φ_r — единичные векторы поляризации, действительные амплитуды и фазы сигнальной и опорной волн соответственно.

Если квантовый выход фотоприемника изотропен по поляризации и не зависит от координат, то составляющие фототока в (6.3) будут

$$\begin{aligned} i_r &= \left(\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} B \int_S A_r^2(x, y) dx dy = B P_r, \\ i_s &= \left(\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} B \int_S A_s^2(x, y) dx dy = B P_s, \\ i_{rs} &= \left(\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} B \int_S A_r(x, y) A_s(x, y) e_r^* e_s \times \\ &\quad \times \exp \{-j[\varphi_r(x, y) - \varphi_s(x, y)]\} dx dy. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Если ввести коэффициент согласования κ , определяемый соотношением

$$\begin{aligned} \kappa &= \int_S \int A_r(x, y) A_s(x, y) e_r^* e_s \exp \{-j[\varphi_r(x, y) - \varphi_s(x, y)]\} dx dy \times \\ &\quad \times \left[\int_S \int A_r^2(x, y) dx dy \int_S \int A_s^2(x, y) dx dy \right]^{-1/2}, \end{aligned} \quad (6.5)$$

то составляющая фототока i_r , будет равна $i_{rs} = B\kappa(P_r P_s)^{1/2}$. Введенный коэффициент κ , который показывает роль согласования волн при фотосмещении, является комплексной величиной, и модуль его принимает значение $0 \leq |\kappa| \leq 1$. При $|\kappa| = 0$ осциллирующая часть фототока отсутствует, а при $|\kappa| = 1$ волны полностью согласованы и амплитуда осциллирующей части фототока принимает максимальное значение.

Выражение для фототока (6.3) с учетом коэффициента κ принимает вид

$$i(t) = i_r + i_s + 2(i_r i_s)^{1/2} \operatorname{Re} \kappa \exp \{-j(\omega_s - \omega_r)t\}.$$

Если

$$\kappa = \left(\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} (P_r P_s)^{-1/2} \int_S \mathbf{e}_r^* \mathbf{e}_s A_r(x, y) A_s(x, y) \times \\ \times \exp \{-j[\varphi_r(x, y) - \varphi_s(x, y)]\} dx dy, \quad (6.6)$$

то видно, что эффективность фотосмещения определяется согласованием поляризаций, амплитуд и фаз. В системах лазерной анемометрии важны именно все три фактора, в то время как, например, в лазерной связи наибольшее значение придается согласованию фаз смешиваемых волн. Проанализируем зависимость κ для нескольких частных, но важных в лазерной анемометрии случаев.

1. Предположим, что смешиваемые волны полностью согласованы по поляризации и фазе. Тогда основную роль играет амплитудное согласование волн. Из (6.6) для этого случая получаем

$$\kappa = \left(\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} (P_r P_s)^{-1/2} \exp \{j\varphi\} \iint_S A_r(x, y) A_s(x, y) dx dy,$$

где φ — разность фаз сигнальной и опорной волн. Пусть опорная волна является плоской однородной волной, а сигнальная волна имеет гауссов вид, т. е.

$$A_r(x, y) = A_r, \quad A_s(x, y) = A_s \exp \{-(x^2 + y^2)/w^2\},$$

и фотосмещение происходит на прямоугольной апертуре с размерами l_x, l_y , центр которой совпадает с центром гауссовой волны. Подставляя значения амплитуд в (6.4), получаем

$$i_r = \left(\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} B l_x l_y A_r^2, \\ i_s = \left(\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} B A_s^2 2\pi w^2 \Phi \left(\frac{l_x}{w} \right) \Phi \left(\frac{l_y}{w} \right), \\ i_{rs} = \left(\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} B A_r A_s 4\pi w^2 \Phi \left(\frac{l_x}{\sqrt{2} w} \right) \Phi \left(\frac{l_y}{\sqrt{2} w} \right),$$

$$\kappa = \frac{4\pi w}{(2\pi l_x l_y)^{1/2}} \Phi\left(\frac{l_x}{\sqrt{2} w}\right) \Phi\left(\frac{l_y}{\sqrt{2} w}\right) \left[\Phi\left(\frac{l_x}{w}\right) \Phi\left(\frac{l_y}{w}\right)\right]^{-1/2},$$

где $\Phi(x) = \int_0^x \exp\{-y^2\} dy$ — интеграл вероятности.

На рис. 1.23 показаны зависимости i_r , i_s , i_{rs} и κ от относительного размера квадратной апертуры фотоприемника для рассмотренного случая. При малой апертуре $\kappa \approx 1$, однако в этом случае мал и фототок. При увеличении апертуры растет фототок, обусловленный действием опорной и сигнальной волн, а коэффициент согласования уменьшается, что приводит к снижению роста осциллирующей составляющей фототока. При $l/w \gg 1$ основная часть мощности сигнальной волны попадает на фотоприемник, и поэтому осциллирующая составляющая фототока остается постоянной, однако увеличивается роль дробовых шумов опорной волны, так что отношение S/N с увеличением апер-

Рис. 1.23. Зависимости i_r , i_s , i_{rs} и κ от относительного размера квадратной апертуры фотоприемника.

туры уменьшается. Это будет еще более заметным, если учесть шумы опорной волны, что на практике всегда имеет место.

Для круглой апертуры с радиусом r_p коэффициент согласования рассчитывается по соотношению

$$\kappa = \frac{\sqrt{2}}{r_p} \int_0^{r_p} \exp\left\{-\frac{r^2}{w^2}\right\} r dr \left[\int_0^{r_p} \exp\left\{-\frac{2r^2}{w^2}\right\} r dr \right]^{-1/2}.$$

2. Если волны полностью согласованы по амплитуде и поляризации, то основное значение имеет фазовое согласование смешиваемых волн, и тогда для однородных по амплитуде волн

$$\kappa = \iint_S \exp\{-j[\varphi_r(x, y) - \varphi_s(x, y)]\} dx dy.$$

Физическую сущность влияния фазового согласования на процесс фотосмещения можно показать на простом примере двух плоских однородных волн. Пусть опорная волна распространяется вдоль оси z , а сигнальная волна распространяется под некоторым углом к оси z , тогда $\varphi_r(x, y) = \varphi_r$, $\varphi_s(x, y) = k_{sx}x + k_{sy}y$, где k_{sx} и k_{sy} — проекции волнового вектора сигнальной волны на оси x и y соответственно. Если апертура фотоприемника имеет вид прямоугольника со сторонами l_x , l_y , то составляющие

фототока будут

$$i_r = \left(\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} B l_x l_y A_r^2, \quad i_s = \left(\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} B l_x l_y A_s^2,$$

$$i_{rs} = \left(\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} B l_x l_y A_r A_s \exp \{ -j\varphi_r \} \operatorname{sinc} \frac{k_{sx} l_x}{2\pi} \operatorname{sinc} \frac{k_{sy} l_y}{2\pi},$$

и коэффициент согласования

$$\kappa = \exp \{ -j\varphi_r \} \operatorname{sinc} \frac{k_{sx} l_x}{2\pi} \operatorname{sinc} \frac{k_{sy} l_y}{2\pi}.$$

Функция $\operatorname{sinc} x$ быстро затухает с ростом аргумента, что накладывает жесткие требования к согласованию волновых фронтов сигнальной и опорной волн. Если угол между волновыми векторами большой, то переменная составляющая фототока мала. При $k_{sx} l_x = 2\pi l$ и $k_{sy} l_y = 2\pi l$, где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, осциллирующая составляющая отсутствует.

Если направление прихода сигнальной волны характеризуется сферическими координатами θ и φ , где θ — угол между направлением волны и осью z , а φ — между проекцией k_s на плоскость xy и осью x , то

$$k_{sx} = k_s \sin \theta \cos \varphi, \quad k_{sy} = k_s \sin \theta \sin \varphi.$$

Предположим, что $\varphi = 0$, тогда $k_{sy} = 0$, $k_{sx} = (2\pi/\lambda) \sin \theta$, и переменная составляющая будет равна нулю при $k_{sx} l_x = 2\pi l$, т. е. $\sin \theta = m\lambda/l_x$.

Таким образом, при совпадении волновых векторов переменная составляющая фототока будет максимальна. Если угол θ увеличивается, то коэффициент согласования монотонно падает до нуля при $\sin \theta = \lambda/l_x$, затем снова увеличивается, однако максимальное значение его составляет всего 0,21 и при $\sin \theta = 2\lambda/l_x$ коэффициент согласования снова обращается в нуль. Фаза переменной составляющей фототока при $2\lambda/l_x > \sin \theta > \lambda/l_x$ меняет знак.

Если увеличивать размер апертуры вдоль оси x , то переменная составляющая фототока будет изменяться как $\sin(k_{sx} l_x/2)$, а постоянная составляющая $i_r + i_s$ будет расти линейно с ростом l_x . Так как $i_s + i_r$ определяет уровень дробовых шумов, то при больших апертурах отношение сигнала к шуму уменьшается. Увеличение размера апертуры l_y приводит к линейному росту как постоянной, так и переменной составляющих. Не следует забывать, что было сделано предположение $k_{sy} = 0$. Если это не так, то увеличение размера l_y приводит к аналогичным результатам, что и увеличение l_x . Зависимости κ и i_{rs} от размера апертуры легко можно понять, если вспомнить, что на поверхности фотоприемника образуется бегущая интерференционная картина с периодом $\Lambda = \lambda/\sin \theta$ и частотой $|\omega_s - \omega_r|$. Если на

ширине апертуры укладывается целое число периодов, т. е. $l_x = m\lambda$, то модуляция фототока отсутствует, поскольку общая мощность, проходящая через апертуру фотоприемника, не будет изменяться во времени. Таким образом, для эффективного фотосмещения необходимо, чтобы апертура фотоприемника была меньше характерного размера интерференционной картины.

Если апертура фотоприемника круглая с радиусом r_p , то

$$\kappa = \exp \{-j\varphi_r\} 2J_1(k_s r_p \sin \theta) / k_s r_p \sin \theta.$$

Когда смешиваемые волны однородны, имеют сферические фронты с радиусами кривизны R_s и R_r и распространяются вдоль оси z , то в плоскости xy

$$\varphi_s(x, y) = \varphi_s + \pi(x^2 + y^2)/\lambda R_s, \quad \varphi_r(x, y) = \varphi_r + \pi(x^2 + y^2)/\lambda R_r,$$

поэтому

$$\kappa = \text{sinc} \left[(1/R_s - 1/R_r) r_p^2 / 2\lambda \right] \exp \{-j(\varphi_r - \varphi_s)\}.$$

Условие допустимой разности радиусов волновых фронтов, при котором $|\kappa| > 0,2$, имеет вид

$$|R_r - R_s| < 4\lambda R_r R_s / r_p^2.$$

3. Если смешиваемые волны однородны и согласованы по фазе, то основное значение имеет поляризационное согласование, т. е.

$$\kappa = \int \int e_s(x, y) e_r^*(x, y) dx dy,$$

где принято $\varphi = 0$. На практике часто выполняются условия, когда в пределах апертуры фотоприемника можно считать $e_s(x, y) = e_s$, $e_r(x, y) = e_r$, тогда $\kappa = e_s^* e_r$, т. е. коэффициент согласования определяется скалярным произведением единичных векторов поляризаций опорной и сигнальной волн. Зависимость модуля скалярного произведения двух единичных векторов поляризаций от состояния поляризации анализировалась в § 3, выводы которого полностью можно использовать и здесь.

В общем случае существует связь между эффективной площадью апертуры фотоприемника S_{ef} и эффективным углом захвата приходящих волн Ω_{ef} в виде

$$\Omega_{ef} S_{ef} \approx \lambda^2.$$

Это соотношение известно в литературе как антенная теорема [42].

Рассмотрим отношение сигнала к шуму при фотосмещении. Мощность сигнала в этом случае определяется квадратом амплитуды осциллирующей составляющей фототока, т. е.

$2i_{rs}^2 R = 2B^2 P_r P_s R |\kappa|^2$, поэтому

$$\frac{S}{N} =$$

$$= 2B^2 P_r P_s R |\kappa|^2 (kT\Delta f + 2eMB\Delta f R (P_s + P_r + P_B) + 2eMi_d\Delta f R)^{-1}.$$

На практике часто реализуется случай $P_r \gg P_s, P_B$, а также можно пренебречь шумами темнового тока и тепловыми, поэтому

$$\frac{S}{N} = \frac{BP_s |\kappa|^2}{Me\Delta f} = \frac{\eta P_s |\kappa|^2}{h\nu\Delta f}. \quad (6.7)$$

Из (6.7) следует, что при $|\kappa| = 1$ отношение сигнала к шуму в методе фотосмещения в два раза больше, чем в методе фотодетектирования. Однако практически всегда $|\kappa| < 1$, поэтому выигрыш в отношении сигнала к шуму мал. Преимущество метода фотосмещения перед прямым фотодетектированием заключается в том, что он увеличивает сигнал и шум до такой степени, когда шум последующего усилителя становится во много раз менее существенным.

Для случая фотосмещения плоской однородной опорной волны и сигнальной гауссовой на квадратной апертуре для S/N имеем

$$\frac{S}{N} = \frac{\eta}{h\nu\Delta f} \frac{w^4}{l^2} \left(\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} 16\pi A_s^2 \Phi^4 \left(\frac{l}{\sqrt{2}w} \right).$$

Рис. 1.24. Зависимость отношения сигнала к шуму при фотосмещении от относительного размера квадратной апертуры фотоприемника.

График S/N в относительных единицах показан на рис. 1.24, из которого видно, что S/N имеет максимальное значение при $l = w$. При $l < w$ мал сигнал, поэтому мало и отношение сигнала к шуму, при $l > w$ мал коэффициент согласования, т. е. велика роль дробовых шумов опорной волны.

Спектральный порог чувствительности фотоприемника в режиме фотосмещения измеряется в Вт/Гц и достигает для ФЭУ значений $4,6 \cdot 10^{-18}$ Вт/Гц [37], поэтому при полосе $\Delta f = 10^6$ Гц возможно зарегистрировать минимальную мощность оптического излучения $P_{\min} = P_{\det} \Delta f = 4,6 \cdot 10^{-12}$ Вт, что сравнимо с прямым фотодетектированием. Однако при $\Delta f = 100$ Гц $P_{\min} = 4,6 \times 10^{-16}$ Вт, что меньше, чем при прямом фотодетектировании.

§ 7. Методы частотной модуляции излучения

В современных лазерных доплеровских анемометрах часто необходимо сдвинуть частоту одного или нескольких световых пучков на известную величину. Для этого применяются одно-

полосные частотные модуляторы. Наиболее распространены дифракционные акустооптические и оптико-механические частотные модуляторы. Находят применения также электрооптические модуляторы и их механические аналоги.

В дифракционных модуляторах используется явление дифракции излучения на движущейся фазовой или амплитудной решетке. Фазовая решетка может быть образована периодическим изменением показателя преломления фотоупругой среды в поле акустической волны [43—47]. Модуляторы, действующие на этом принципе, называются акустооптическими частотными модуляторами (АОМ).

Явлению дифракции оптического излучения на акустических волнах в АОМ можно дать следующее качественное описание. Возбужденная и распространяющаяся в фотоупругой среде акустическая волна вызывает простран-

Рис. 1.25. Дифракция света на бегущей акустической волне.

ственно-временное изменение показателя преломления, которое образует фазовую решетку, движущуюся в среде со скоростью звука. Пространственный период и амплитуда фазовой решетки определяются, соответственно, длиной и амплитудой акустической волны. Прохождение оптического пучка через такую фазовую структуру сопровождается дифракцией излучения на ней.

Пусть в прозрачной изотропной фотоупругой среде в направлении оси x (рис. 1.25) распространяется бегущая акустическая волна, ограниченная по оси z размером l , которая, вследствие явления фотоупругости, вызывает периодическое изменение показателя преломления по закону

$$n = n_0 + \Delta n \sin(\Omega_a t - K_a x), \quad (7.1)$$

где Ω_a , K_a — частота и волновое число акустической волны ($K_a = \Omega_a/v_a$), v_a — скорость звука в среде, n_0 — показатель преломления невозмущенной среды.

Предположим, что слева под углом φ к оси z в плоскости xz падает плоская оптическая волна единичной амплитуды. Выражение, описывающее световую волну, прошедшую через фазовую решетку, можно записать в следующем виде:

$$E = \exp\{jk_0 r n\}, \quad (7.2)$$

где $k_0 r = -k_0 x \sin \varphi + k_0 z \cos \varphi$, k_0 — волновой вектор оптической волны в вакууме. Примем допущение, что пространственная структура показателя преломления влияет только на фазу оп-

тической волны, проходящей через акустический пучок [45]. Тогда угловой спектр оптического поля на выходе фазовой решетки (в плоскости $z = l$) можно найти, выполнив интегральное преобразование

$$E(\theta) = \int_{-b/2 - z \operatorname{tg} \varphi}^{b/2 - z \operatorname{tg} \varphi} E \exp \{jk[x \sin \theta + (l - z) \cos \theta]\} dx dz. \quad (7.3)$$

Физически это преобразование означает разложение с точностью до постоянной фазы возмущенной оптической волны в интеграл Фурье по плоским волнам, распространяющимся под углом θ к оси z и описываемым экспонентой

$$E(\theta) = \exp \{jk[x \sin \theta + (l - z) \cos \theta]\}.$$

После подстановки (7.1), (7.2) в (7.3) и выполнения интегрирования при физически разумных приближениях получаем, с точностью до постоянной фазы,

$$E(\theta) = blD \sum_{q=-\infty}^{\infty} (-j)^q J_q(\xi/2) B_q \times \\ \times \exp \{jq\Omega_{at}\}, \quad (7.4)$$

где

$$D = \operatorname{sinc} [lk(\cos \varphi - \cos \theta)/2\pi],$$

$$\xi = k\Delta n l / \cos \varphi,$$

$$B_q = \operatorname{sinc} \{b[k(\sin \theta - \sin \varphi) - qK_a]/2\pi\},$$

J_q — функция Бесселя q -го порядка.

Рассмотрим ситуацию, показанную на рис. 1.26, когда угол падения оптической волны на фазовую решетку равен 90° ($\varphi = 0$). В этом случае выражение (7.4), описывающее угловой спектр, принимает вид

$$E(\theta) = bl \operatorname{sinc} [lk(1 - \cos \theta)/2\pi] \times \\ \times \sum_{q=-\infty}^{\infty} (-j)^q J_q(\xi/2) \exp \{jq\Omega_{at}\} \operatorname{sinc} [b(k \sin \theta - qK_a)/2\pi],$$

из которого следует, что угловая структура дифрагированного поля на выходе АОМ пространственно неоднородна и содержит максимумы излучения. Они располагаются под углами, определяемыми из условий

$$k \sin \theta_q - qK_a = 0, \quad lk(1 - \cos \theta_q)/2 \ll 1.$$

Отсюда получаем значения углов, при которых наблюдаются

Рис. 1.26. Дифракция Рамана — Ната.

максимумы дифракционной картины

$$\sin \theta_q = qK_a/k = q\lambda/\Lambda_a, \quad (7.5)$$

где Λ_a — длина акустической волны. Если направление дифракционного максимума определяется на плоской границе среды с показателем преломления n_0 и воздуха, то

$$\sin \theta_q = q\lambda_0/\Lambda_a. \quad (7.6)$$

Порядок дифракционного максимума соответствует индексу q . Условия (7.5) и (7.6) справедливы при малой длине взаимодействия l оптического излучения с акустическим пучком и малых Ω_a , т. е. когда θ мало. Описанный случай соответствует так называемой дифракции Рамана — Ната, впервые рассмотренной в [43, 44]. При дифракции Рамана — Ната распределение энергии излучения по дифракционным максимумам симметрично относительно пучка, дифрагированного в нулевой порядок. Частота q -го дифракционного порядка смещена на величину $q\Omega_a$. Это смещение есть доплеровский сдвиг частоты, появляющийся при дифракции оптической волны на движущейся со скоростью v_a фазовой решетке,

$$\omega_D = (k_q - k)v_a, \quad (7.7)$$

где k_q — волновой вектор оптического пучка, дифрагированного в q -й порядок. Знак доплеровского сдвига зависит от взаимной ориентации вектора скорости фазовой решетки и разностного вектора $k_q - k$. Из геометрии оптических пучков (рис. 1.26), соответствующей уравнению (7.7), получаем

$$\omega_D = 2kv_a \sin(\theta_q/2). \quad (7.8)$$

С другой стороны, направление q -го дифракционного максимума удовлетворяет условию (7.5). Подставляя (7.5) в (7.8), получаем

$$\omega_D = qv_aK_a = q\Omega_a. \quad (7.9)$$

Обратимся к случаю, когда $\varphi \neq 0$. Ему соответствует угловой спектр дифрагированного оптического поля, описываемый выражением (7.4). Множитель D учитывает объемные эффекты. Амплитуда дифракционного максимума q -го порядка определяется перекрытием главных максимумов функций D и B_q . Условие этого перекрытия

$$k(\cos \varphi - \cos \theta_q) = 0, \quad k(\sin \theta_q - \sin \varphi) - qK_a = 0.$$

Отсюда $\theta_q = -\varphi$, $\sin \theta_q = qK_a/2k = q\lambda/2\Lambda_a$. В частности, для дифракционного максимума, порядок которого $q = -1$, получим

$$\sin \theta_{-1} = -\lambda/2\Lambda_a, \quad \varphi = -\theta_{-1}.$$

Если выполняется условие

$$\pi\lambda/\Lambda_a^2 \gg 1, \quad (7.10)$$

то амплитуды всех дифракционных порядков, кроме минус первого, становятся пренебрежимо малыми. Дифракция на фазовой решетке, при которой выполняется это условие, называется дифракцией Брэгга. В этом случае угол $\varphi_B = -\theta_{-1}$ называется углом Брэгга. Дифракция Брэгга получается при повышенных частотах акустической волны и выполнении условия (7.10), при этом дифракционные эффекты высших порядков исчезают и преобладающую роль играют лишь оптические пучки нулевого и минус первого порядков. Физически брэгговская дифракция соответствует условию отражения падающей волны от волновых фронтов акустической волны, а угол Брэгга равен углу отражения (рис. 1.25).

Критерием, определяющим особенности дифракции, служит величина

$$Q = 2\pi l \sin \varphi_B / \Lambda_a,$$

обратно пропорциональная дифракционной расходимости акустического пучка, равной Λ_a/l . Практически можно считать, что область дифракции Рамана — Ната определяется условием $Q \leq 0,3$, а области брэгговской дифракции соответствует $Q > 4\pi$. Значения $0,3 < Q < 4\pi$ относятся к переходной области дифракции. При $Q = 4\pi$ падающий под углом Брэгга оптический пучок проходит одну длину акустической волны.

На практике в АОМ из-за технологических условий одновременно с бегущей акустической волной может существовать отраженная волна с малой амплитудой, распространяющаяся в обратном направлении. Пусть отношение амплитуд отраженной и бегущей волн равно γ . Можно показать, что присутствие в акустическом пучке отраженной волны с малой амплитудой ($\gamma \ll 1$) приводит к появлению в выходном сигнале модуляционной составляющей, частота которой равна $2\Omega_a$ и коэффициент модуляции $q\gamma$, т. е.

$$E(\theta, \varphi) = D \sum_{q=-\infty}^{\infty} (-j)^q B_q J_q(\xi/2) \exp\{jq\Omega_a t\} (1 + q\gamma \cos 2\Omega_a t). \quad (7.11)$$

В реальных модуляторах на вход поступает не плоская оптическая волна, как было рассмотрено выше, а пучок, имеющий определенную угловую расходимость. Однако описанная теория может быть применена и в этом случае. Согласно представлениям, изложенным в § 4, $E(\theta, \varphi)$, определяемая (7.4) и (7.11), является КПФ фазовой решетки, сформированной акустическим пучком. Тогда, по аналогии с (4.12), угловой спектр результирующего дифрагированного поля $E'(\theta, \varphi)$ можно представить в виде [46—48]

$$E'(\theta, \varphi) = G(\varphi)E(\theta, \varphi),$$

где $G(\varphi)$ — угловой спектр входного поля. Амплитуда и фаза дифрагированного поля находятся обратным фурье-преобразованием. В качестве оценки расходимости дифрагированного поля может быть взята наименьшая из дифракционных расходимостей

Рис. 1.27. Брэгговская дифракция в изотропной (а) и анизотропной (б) средах.

взаимодействующих оптического и звукового пучков (при небольших уровнях акустической мощности, что обычно бывает на практике).

Обсудим некоторые особенности дифракции в анизотропной среде. Рис. 1.27 иллюстрирует закон сохранения импульса для брэгговской дифракции в изотропной (рис. 1.27, а) и анизотропной (рис. 1.27, б) средах. В обоих случаях выполняется соотношение

$$\mathbf{k} \pm \mathbf{K}_a = \mathbf{k}_{-1}.$$

При дифракции в изотропной среде волновые числа падающего и дифрагированного пучков остаются практически одинаковыми, а волновые векторы отличаются направлениями. Это равенство модулей волновых векторов не нарушается при изменении поляризации дифрагированных оптических пучков. В изотропной среде всегда наблюдается дифракция нормального типа.

При дифракции в анизотропной среде может иметь место дифракция как нормального, так и аномального типа. Аномальной дифракции соответствует ситуация, когда поляризации падающей и дифрагированной оптических волн ортогональны. В этом случае, как видно из рис. 1.27, б, появляется сильная асимметрия между углами падения и дифракции [49, 50]

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{2n\Lambda_a} \left[1 + \frac{\Lambda_a^2}{\lambda^2} (n^2 - n_{-1}^2) \right],$$

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2n\Lambda_a} \left[1 + \frac{\Lambda_a^2}{\lambda^2} (n_{-1}^2 - n^2) \right],$$

где n и n_{-1} — показатели преломления среды в направлениях распространения падающего и дифрагированного пучков. Отли-

чительной особенностью аномальной дифракции является существование критической акустической частоты $\nu_{\min}$, при которой имеет место коллинеарное взаимодействие

$$\nu_{\min} = |n_{-1} - n| \nu_a / \lambda.$$

Коллинеарное взаимодействие применяется в акустооптических перестраиваемых частотных фильтрах. Другой особенностью является существование области акустических частот, в пределах которой угол падения очень мало меняется при изменении акустической частоты. Эта область находится из условия $d\varphi/d\Lambda_a = 0$, откуда получаем

$$\nu_a = (n^2 - n_{-1}^2)^{1/2} \nu_a / \lambda.$$

В окрестности акустической частоты ν_a изменение угла Брэгга при аномальной дифракции минимально. Это свойство используется при создании широкополосных частотных модуляторов.

На рис. 1.28 схематически показано устройство АОМ. В качестве возбудителя обычно применяется пластинка из монокристалла ниобата лития определенной толщины и ориентации среза, что зависит от типа возбуждаемой в звукопроводе акустической волны и частоты модуляции. Материалами для звукопровода могут служить некоторые жидкости, стекла или кристаллы. Необходимый для создания режима бегущей волны поглотитель выбирается в соответствии с материалом звукопровода [50, 51].

Механическим аналогом акустооптического модулятора является вращающаяся радиальная фазовая или амплитудная решетка (рис. 1.29). Теория такого модулятора с фазовой решеткой

Рис. 1.28. Акустооптический частотный модулятор.

Рис. 1.29. Оптико-механический частотный модулятор на вращающихся дифракционных решетках: а) радиальной, б) цилиндрической [67].

аналогична приведенной выше теории дифракции излучения на фазовой решетке в фотоупругой среде, возбуждаемой акустической волной. При этом $\nu_a = R\Omega$ — линейная скорость участка радиальной дифракционной решетки, на котором происходит ди-

фракция падающего светового пучка, где R — расстояние от оси вращения, Ω — угловая скорость вращения решетки.

Для оптико-механического дифракционного модулятора период решетки и частота модуляции являются величинами независимыми (тогда как в акустооптическом модуляторе произведение этих величин равно скорости ультразвука в среде). При проектировании оптико-механического дифракционного модулятора следует учитывать допустимую величину радиального распределения линейной скорости в области взаимодействия оптического пучка с решеткой. Преимуществами оптико-механического частотного дифракционного модулятора перед АОМ являются возможность изменения частоты модуляции в широких пределах без нарушения относительной ориентации дифрагированного и падающего пучков, низкая стоимость и простота. К недостаткам следует отнести сравнительно малый частотный сдвиг, составляющий на практике величину порядка нескольких кГц. В случае применения амплитудной радиальной решетки распределение дифрагированного оптического поля соответствует пространственно-частотному спектру участка решетки, ограниченному размером пучка в ее плоскости. Частотный сдвиг q -го дифракционного порядка равен, согласно (7.9), $2\pi q v_a / \Lambda$, где Λ — период решетки.

Оптико-механические частотные модуляторы могут выполняться в виде вращающихся поляризаторов или фазовых пластинок.

Для описания модуляторов такого типа, работающих в когерентном поляризованном излучении, воспользуемся методом матриц Джонса [52, 53]. Этот метод позволяет представить линейное взаимодействие поляризованной оптической волны и прибора в матричной форме. Поляризационное состояние волны описывается двухэлементной матрицей, называемой вектором или столбцом Джонса. В верхней строке столбца Джонса записывается проекция вектора поля на ось x , в нижней — на ортогональную x ось y . Оптический прибор определяется своей четырехэлементной матрицей Джонса. Результат действия на поляризованную волну последовательно расположенных приборов представляется матрицей Джонса, равной произведению матриц, описывающих соответствующие приборы.

Рассмотрим ситуацию, когда поляризатор вращается с угловой скоростью Ω , а на вход его падает циркулярно поляризованная волна. Матрица Джонса вращающегося поляроида описывается выражением

$$[P] = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix},$$

в котором $\theta = \Omega t$. Вектор Джонса выходного поля будет

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = [P] \begin{pmatrix} 1 \\ \pm j \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm j \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \exp \{ \pm j 2 \Omega t \} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp j \end{pmatrix}, \quad (7.12)$$

где знак «+» соответствует правой, а «-» — левой циркулярной поляризации входного пучка. Из выражения (7.12) видно, что на выходе вращающегося поляризатора получаются две пространственно совмещенные ортогонально поляризованные круговые компоненты оптического поля, амплитуды которых равны половине амплитуды входного поля. Одна из компонент идентична падающей оптической волне, другая компонента имеет ортогональную круговую поляризацию, а частота ее сдвинута на величину 2Ω относительно частоты входного поля. Знак частотного сдвига определяется направлением вращения поляризатора и поляризациями входной волны.

С использованием этого эффекта может быть реализован однополосный частотный модулятор, устройство которого схематически показано на рис. 1.30. Модулятор содержит вращающийся

Рис. 1.30. Частотный модулятор на основе вращающегося поляризатора или фазовой пластинки.

поляризатор 2, помещенный между четвертьволновыми фазовыми пластинками 1 и 3. На вход модулятора поступает линейно поляризованная оптическая волна с частотой ω . Смещенная и несмещенная компоненты, которые будем называть боковой и несущей, на выходе пространственно разделяются поляризационной призмой 4 (например, призмой Волластона).

Рассмотрим действие на циркулярно поляризованную оптическую волну фазовой пластинки, вращающейся с угловой частотой Ω . Матрица Джонса такой пластинки описывается выражением

$$[\delta] = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + \exp\{\mp j\delta\} \sin^2 \theta & [1 - \exp\{\mp j\delta\}] \cos \theta \sin \theta \\ [1 - \exp\{\mp j\delta\}] \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta + \exp\{\mp j\delta\} \cos^2 \theta \end{pmatrix},$$

где δ — вносимый фазовый сдвиг между компонентами поля. Пусть на вход этой пластинки падает циркулярно поляризованная

волна. Выходная волна описывается вектором Джонса

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = [\delta] \begin{pmatrix} 1 \\ \mp j \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (1 + \exp \{\mp j\delta\}) \begin{pmatrix} 1 \\ \pm j \end{pmatrix} + \\ + \frac{1}{2} (1 - \exp \{\pm j\delta\}) \exp \{\pm j2\Omega t\} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp j \end{pmatrix}. \quad (7.13)$$

Из (7.13) следует, что поле на выходе вращающейся фазовой пластинки содержит две пространственно совмещенные ортогонально поляризованные циркуляционные компоненты. Поляризация и частота одной из них совпадает с поляризацией и частотой падающей волны. Вторая компонента поляризована ортогонально, а частота ее сдвинута на величину 2Ω . Знак сдвига определяется направлением вращения пластинки и поляризацией входного поля. Выбором величины δ можно менять соотношение амплитуд несущей (A_n) и боковой (A_b). Из (7.13) имеем

$$A_b/A_n = \operatorname{tg}(\delta/2).$$

При $\delta = \pi$ вся энергия перекачивается в боковую

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \exp \{\pm j2\Omega t\} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp j \end{pmatrix}. \quad (7.14)$$

Если пластинка четвертьволновая ($\delta = \pi/2$), амплитуды несущей и боковой одинаковы

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left\{ \mp \frac{j\pi}{4} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm j \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left\{ \pm \frac{j\pi}{4} \right\} \exp \{\pm j2\Omega t\} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp j \end{pmatrix}. \quad (7.15)$$

Устройство оптико-механического однополосного частотного модулятора с вращающейся фазовой пластинкой аналогично показанному на рис. 1.30. В этом устройстве вместо поляризатора установлена вращающаяся фазовая пластинка. Входным полем является линейно поляризованная волна.

Существует электрооптический аналог частотного однополосного модулятора с вращающейся фазовой пластинкой. Модулятор реализуется на кристаллах, обладающих двойным поперечным эффектом Поккельса [45] (например, кристалл ниобата лития LiNbO_3). Если в таком кристалле в плоскости, нормальной к оптической оси, возбудить вращающееся с частотой Ω электрическое поле, то появится индуцированная фазовая пластинка, вращающаяся с частотой $0,5\Omega$. Вращающееся поле формируется электродами, попарно ориентированными в ортогональных плоскостях. К парам электродов приложены напряжения, ортогональные по фазе. Индуцированный фазовый сдвиг пропорционален амплитуде приложенного электрического поля, причем коэффициент пропорциональности определяется величинами электрооптических констант и геометрией кристалла. В электрооптическом модуля-

торе с вращающимся электрическим полем кристалл помещается между четвертьволновыми фазовыми пластинками, а пространственное разделение несущей и боковой выполняется на выходе поляризационной призмой. Результирующее поле описывается выражениями (7.13), (7.14) и (7.15), где частоту Ω следует заменить на $0,5\Omega$.

Электрооптический модулятор с вращающимся электрическим полем находит применение в ЛДА [54, 55]. Достоинством его является широкополосность и возможность получения любого соотношения амплитуд несущей и боковой выбором амплитуды управляющего напряжения. К недостаткам следует отнести большую величину этого напряжения (порядка 100 В) и высокие требования к оптическому качеству кристалла.

Возможны и другие схемы частотной модуляции с одной боковой полосой. Так, в [45] описаны устройства, действующие на линейном продольном либо поперечном эффектах Поккельса. Они реализованы в виде амплитудных или фазовых модуляторов с оптической и электронной фильтрациями боковой. Заслуживают внимания также простые электрооптические [56] и механические [57] фазовые модуляторы, в которых модуляция фазы осуществляется по пилообразному закону. На участке склона пилы такой модулятор действует как частотный с одной боковой полосой.

§ 8. Эффект Доплера в лазерной анемометрии

Х. Доплер (1803—1853) исследовал эффекты, связанные с движением источника излучения и наблюдателя, и сформулировал хорошо известный принцип, согласно которому при относительном движении источника и приемника частота волны, испускаемая источником, в системе отсчета, связанной с приемником, изменяется [58].

Рассмотрим ситуацию, когда источник оптического излучения движется со скоростью u в направлении распространения волны, а наблюдатель неподвижен. В системе отсчета, связанной с источником, длина волны излучения λ_0 . Наблюдатель определяет частоту излучения, отсчитывая число периодов волны, пробегающих мимо него в единицу времени. Временной период волны в системе координат, связанной с источником, равен $\tau_0 = \lambda_0/c$. В системе координат, связанной с неподвижным наблюдателем, расстояние между ближайшими точками волны, имеющими одинаковую фазу, составит величину $\lambda = \lambda_0 \pm u\tau_0$, так как источник движется. Знак минус соответствует случаю, когда направление движения источника и распространения волны совпадают, знак плюс берется в случае противоположных направлений. Величина λ обозначает длину волны в системе отсчета наблюдателя.

Время прохождения мимо наблюдателя одного периода волны

$$\tau = \lambda/c = \lambda_0(1 \pm u/c)/c. \quad (8.1)$$

Как известно, скорость распространения света в инерциальных системах отсчета источника и наблюдателя одинакова; поэтому $v_0\lambda_0 = v\lambda$, где v_0 — частота волны в системе отсчета, связанной с движущимся источником, v — частота волны в системе отсчета наблюдателя. Тогда имеем

$$v = v_0\lambda_0/\lambda \quad (8.2)$$

или с учетом (8.1) при $u/c \ll 1$

$$v = v_0/(1 \pm u/c) \approx v_0(1 \mp u/c). \quad (8.3)$$

Пусть наблюдатель движется со скоростью w параллельно направлению распространения волны. Время прохождения мимо наблюдателя одного периода волны равно

$$\tau = \lambda/c = \lambda_0[1 \pm (u - w)/c]/c. \quad (8.4)$$

Знак плюс перед w выбирается, если направление движения наблюдателя и направление распространения волны совпадают, знак минус — для противоположных направлений. Подставляя величину λ_0 из (8.4) в (8.2), получаем

$$v = v_0/(1 \pm (u - w)/c) \approx v_0[1 \pm (w - u)/c]. \quad (8.5)$$

В общем случае направления движения источника и наблюдателя могут не совпадать с направлением распространения волны. Тогда $u = U \cos \varphi$, $w = W \cos \Phi$, где φ и Φ — углы между волновым вектором $\mathbf{k}$ и векторами скоростей источника $\mathbf{U}$ и наблюдателя $\mathbf{W}$. Как известно, волновой вектор направлен по нормали к фазовому фронту волны, а его модуль равен $2\pi/\lambda_0$. Отсюда частота волны в системе отсчета движущегося наблюдателя определится, согласно (8.5), выражением

$$v = v_0 \mp (U \cos \varphi - W \cos \Phi)/\lambda_0 = v_0 + \mathbf{k}(\mathbf{U} - \mathbf{W})/2\pi, \quad (8.6)$$

или для круговой частоты $\omega = \omega_0 + \mathbf{k}(\mathbf{U} - \mathbf{W})$. Следовательно, доплеровский сдвиг частоты равен скалярному произведению вектора относительной скорости источника и наблюдателя на волновой вектор:

$$\omega_D = \mathbf{k}(\mathbf{U} - \mathbf{W}). \quad (8.7)$$

Пусть на движущуюся со скоростью $\mathbf{v}$ частицу падает плоская волна с волновым вектором $\mathbf{k}_i$ (рис. 1.31). Выделим рассеянную волну с волновым вектором $\mathbf{k}_s$, распространяющуюся под углом 2α к направлению волнового вектора $\mathbf{k}_i$. Для наблюдателя в системе отсчета, связанной с движущейся рассеивающей частицей, частота падающей световой волны, в соответствии с выражением (8.7), равна

$$\omega_i = \omega_0 - \mathbf{k}_i \mathbf{v}. \quad (8.8)$$

Поскольку источником рассеянной волны является движущаяся частица, частота волны в лабораторной системе отсчета (для неподвижного наблюдателя)

$$\omega_s = \omega_i + \mathbf{k}_s \mathbf{v}. \quad (8.9)$$

После подстановки (8.8) в (8.9) получаем

$$\omega_s = \omega_0 + (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \mathbf{v}. \quad (8.10)$$

Следовательно, в рассеянной волне имеет место доплеровский сдвиг частоты, равный скалярному произведению вектора скорости частицы на разность волновых векторов рассеянной и падающей волн. Доплеровский сдвиг частоты, определяемый соотношением $\omega_D = \omega_s - \omega_0$, находится из (8.10):

$$\omega_D = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \mathbf{v}. \quad (8.11)$$

Как видно из рис. 1.31, при $v/c \ll 1$ $|\mathbf{k}_s| \approx \approx |\mathbf{k}_i| = k = 2\pi/\lambda_0$ и $|\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i| = 2k \sin \alpha$, поэтому

$$\omega_D = 2kv \sin \alpha \cos \varphi = \gamma v \cos \varphi, \quad (8.12)$$

где $v \cos \varphi$ — проекция вектора скорости на направление разностного вектора $\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i$. Коэффициент $\gamma = 2k \sin \alpha$ находится через известные параметры оптической схемы (угол 2α) и известную длину волны лазерного излучения λ_0 . Поэтому измерение доплеровского сдвига частоты дает информацию о скорости:

$$v \cos \varphi = \omega_D / \gamma. \quad (8.13)$$

Из (8.12) видно, что максимальный доплеровский сдвиг частоты получается при $2\alpha = 180^\circ$, $\varphi = 0$ и составляет $\omega_{D \max} = 2kv$. В табл. 1.1 приведены значения длин волн, частот и $\omega_{D \max}/2\pi$

Рис. 1.31. Рассеяние световой волны на движущейся частице.

Таблица 1.1

Параметр	Тип лазера					
	He—Cd	Ar ⁺⁺	Ar ⁺⁺	He—Ne	He—Ne	CO ₂
λ , мкм	0,4416	0,4880	0,5145	0,6328	3,39	10,60
$\nu_0 \cdot 10^{-14}$, Гц	6,789	6,143	5,827	4,738	0,884	0,283
$\nu_{D \max}$, МГц	4,526	4,096	3,885	3,158	0,590	0,189

при $v = 1$ м/с для наиболее распространенных типов лазеров. Максимальный доплеровский сдвиг частоты изменяется от 0,19 МГц для лазера на углекислом газе до 4,53 МГц для гелий-

кадмиевого лазера. На практике приходится иметь дело с измерением как очень малых скоростей (порядка 1 мкм/с) до очень больших (порядка 10 км/с). Соответствующие доплеровские сдвиги частоты будут от 0,19 Гц до 45,3 ГГц. Доплеровский сдвиг частоты можно измерить, сравнивая частоту рассеянной волны

Рис. 1.32. Первая схема лазерного доплеровского анемометра.

с известной частотой другой световой волны. Сравнение осуществляется методами двухлучевой [59] или многолучевой интерферометрии [60]. В первом случае фотодетектор выходного сигнала интерферометра обычно работает в режиме фотосмещения, во втором — в режиме прямого фотодетектирования. По принципу действия лазерные доплеровские анемометры (ЛДА) следует считать разновидностью лазерных интерферометров. Однако

специфика применения определила особенности методических концепций, схемных и структурных решений ЛДА. Это обусловило выделение лазерной доплеровской анемометрии в одно из самостоятельных направлений современной прикладной оптики.

На рис. 1.32 показана первая схема лазерного доплеровского анемометра [59]. Оптическая схема построена по типу схемы интерферометра Маха — Цепдера. Излучение лазера 1 попадает на полупрозрачное зеркало 2 и делится на два пучка. Один пучок отражается от зеркала 5 и направляется в исследуемый поток 6. Рассеянный на полистироловых шариках свет собирается линзой 7 и направляется на фотоприемник 9, на который при помощи зеркал 4 и 8 попадает и второй лазерный пучок, прошедший брэгговский ультразвуковой модулятор 3. Частота сигнала измеряется с помощью электронного блока 10.

В дальнейшем было предложено много различных оптических схем ЛДА, существенно расширяющих возможности лазерной анемометрии. Анализ этих схем будет дан в гл. V. Обзор работ по лазерной доплеровской анемометрии можно найти в [61—72]. В зависимости от физической природы исследуемой среды могут применяться и другие методы выделения оптического сигнала, несущего информацию о скорости: метод фазового контраста [73], молекулярного рассеяния [74], генерационной [75] и нелинейной [76] спектроскопии, резонансной флуоресценции [77].

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ СХЕМ ЛДА

§ 1. Основные типы оптических схем ЛДА

Все многообразие оптических схем ЛДА можно свести к следующим основным типам: схемы с опорным пучком, дифференциальные и инверсно-дифференциальные схемы.

Схема с опорным пучком (рис. 2.1, а—в). Ей соответствует геометрия лучей, представленная на рис. 1.31. В исследуемую область движущейся среды направляется один лазерный пучок. Выделенная под углом к направлению падающего пучка рассеянная волна посылается на фотоприемник, работающий в режиме фотосмещения. В качестве референтного пучка используется часть падающего. Источником освещающего и опорного пучков обычно служит один и тот же лазер. Значительно реже референтная волна формируется от отдельного лазера, стабилизированного по частоте.

Как было показано в § 1.8, доплеровский сдвиг частоты в рассеянном пучке определяется выражениями (1.8.11) и (1.8.12). В схеме с опорным пучком выделяемый доплеровский сдвиг частоты пропорционален проекции вектора скорости рассеивающей частицы на вектор, равный разности волновых векторов рассеянной и падающей волн. Варьируя выражения (1.8.11) и (1.8.12), получаем

$$\delta\omega_D = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \delta\mathbf{v} + \mathbf{v}(\delta\mathbf{k}_s + \delta\mathbf{k}_i) \quad (1.1)$$

и

$$(\delta\omega_D)/\omega_D = (\delta v)/v + \operatorname{tg} \varphi \cdot \delta\varphi + \operatorname{ctg} \alpha \cdot \delta\alpha. \quad (1.2)$$

При $v = \text{const}$ и $\varphi = \text{const}$ относительная девиация доплеровского сдвига частоты

$$(\delta\omega_D)/\omega_D = \operatorname{ctg} \alpha \delta\alpha. \quad (1.3)$$

Из (1.2) следует, что результат измерения доплеровского сдвига частоты в схеме с референтным пучком определяется девиацией модуля скорости δv , девиацией направления вектора скорости $\delta\varphi$ (при малом φ этот член имеет величину второго порядка малости), геометрией освещающего и рассеянного пучков. Первые две составляющие девиации доплеровского сдвига частоты несут полезную информацию о динамике движения исследуемой среды. Третья составляющая дает один из основных вкладов в аппаратурную погрешность измерений. Зависимость

результата измерения доплеровского частотного сдвига от геометрии как освещающего, так и опорного пучков является характерной особенностью схем с референтным пучком. Этот тип оптических схем ЛДА имеет несколько разновидностей, отличающихся способом формирования референтной световой волны.

Рис. 2.1. Простейшие реализации основных типов оптических схем ЛДА: а) — а) с опорным пучком, б) дифференциальная, в) инверсно-дифференциальная. 1, 2 — объективы, 3 — фотоприемник, 4 — плоскопараллельная пластина.

В схеме, примерная реализация которой показана на рис. 2.1. а, референтный пучок не проходит через исследуемую среду [1]. Достоинство схемных решений такого типа заключается в отсутствии влияния исследуемой среды на структуру опор-

ного пучка. К недостаткам следует отнести большое число оптических элементов, что усложняет юстировку устройства. В схемах, организованных по типу, показанному на рис. 2.1, б, в, референтный пучок формируется из падающего, прошедшего через исследуемую среду. Выделенный рассеянный и опорный пучки пространственно совмещаются и направляются на фотоприемник. В данных примерах совмещение выполняется наклонной плоскопараллельной пластинкой, в которой опорная волна испытывает двойное отражение. Эта разновидность схем реализуется обычно меньшим числом оптических элементов, чем предыдущая. Особенностью является влияние рассеивающей среды на структуру референтного пучка [2—6]. Схема, приведенная на рис. 2.1, б, отличается от показанной на рис. 2.1, в диверсией направлений световых пучков, при которой источник и приемник меняются местами [2, 3]. В устройстве такого типа пространственное совмещение опорного и рассеянного пучков получается автоматически. Достоинство схемы рис. 2.1, б по отношению к разновидностям, описанным выше, заключается в возможности визуального контроля за локализацией объема, по которому усредняется результат измерения. Этот объем находится в области пересечения освещающего и референтного пучков.

Пусть пространственно-согласованные сигнальный рассеянный и опорный пучки представлены с точностью до постоянных фаз гармоническими волнами, частоты которых соответственно равны

Рис. 2.2. Доплеровский сигнал в схеме с опорным пучком.

$\omega_s = \omega_0 + \omega_D$, $\omega_r = \omega_0$. Сигнал, полученный в результате оптического смещения рассеянной и опорной волн на выходе фотоприемника, описывается выражением (1.6.3), где $\omega_s - \omega_r = \omega_D$. Доплеровский сдвиг частоты определяется выражением (1.8.11). Отношение амплитуды высокочастотной компоненты к pedestalу максимально при равенстве амплитуд опорной и рассеянной волн, $A_s \approx A_r$, что соответствует максимальной видимости интерференционной картины в плоскости фотоприемника. На рис. 2.2 пока-

зана фотография сигнала с выхода фотоприемника в схеме с опорным пучком, полученного от движущейся одиночной рассеивающей частицы.

Дифференциальная схема [7—10]. Пример реализации этой схемы показан на рис. 2.1, г. В исследуемую среду направляются два лазерных пучка, мощности которых одного порядка. Рассеянное излучение собирается приемным объективом и посылается на фотоприемник. Геометрия оптических пучков, соответствующая дифференциальной схеме, представлена на рис. 2.3.

Доплеровские сдвиги частоты в пространственно-совмещенных волнах, рассеянных от первого и второго падающих пучков (I.8.11),

$$\omega_{D1} = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{i1})\mathbf{v}, \quad \omega_{D2} = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{i2})\mathbf{v}.$$

Эти волны оптически смешиваются на фотоприемнике, электрический сигнал с выхода которого имеет составляющую разностной частоты

$$\omega_D = \omega_{D2} - \omega_{D1} = (\mathbf{k}_{i1} - \mathbf{k}_{i2})\mathbf{v}. \quad (1.4)$$

Следовательно, в дифференциальной схеме доплеровский сдвиг частоты пропорционален проекции вектора скорости рассеивающей частицы на вектор, равный разности волновых векторов падающих световых пучков. Варьируя соотношение

Рис. 2.3. Геометрия световых пучков в дифференциальной схеме.

формулы (1.4), получаем

$$\delta\omega_D = (\mathbf{k}_{i1} - \mathbf{k}_{i2})\delta\mathbf{v} + \mathbf{v}(\delta\mathbf{k}_{i1} + \delta\mathbf{k}_{i2}). \quad (1.5)$$

Скалярная форма записи выражений (1.4) и (1.5) совпадает соответственно с (I.8.12) и (1.2), (1.3).

Из (1.4) и (1.5) следует отличительное свойство дифференциальных схем ЛДА: результат измерения доплеровского сдвига частоты определяется геометрией освещающих пучков и не зависит от приемной апертуры, ограничивающей рассеянное излучение. Поэтому оптические устройства, организованные по принципу дифференциальной схемы, могут работать с большими приемными апертурами. Визуализация области, в которой выполняются измерения, осуществляется пересечением падающих пучков, что является достоинством дифференциальной схемы.

Работа дифференциальной схемы может быть описана (с некоторыми ограничениями) простой интерференционной моделью, предложенной в [10]. Согласно этой модели пересечение двух когерентных оптических пучков в исследуемой области движущейся среды образует интерференционную картину с периодическим пространственным распределением интенсивности резуль-

тирующего поля. Как известно, ширина интерференционной полосы Λ определяется формулой (1.3.5). Излучение, рассеянное частицей, движущейся в интерференционном поле со скоростью v , модулировано по интенсивности. Частота модуляции, очевидно, равна обратной величине времени пересечения частицей одной интерференционной полосы

$$f_D = (v/\Lambda) \cos \varphi = (2v/\lambda) \cos \varphi \sin \alpha. \quad (1.6)$$

Полученное выражение идентично формуле (1.8.12) для доплеровского сдвига частоты. Ограниченность этой модели связана

Рис. 2.4. Доплеровский сигнал в дифференциальной схеме.

с тем, что переход к сигналу, пропорциональному интенсивности результирующего поля, осуществляется фотоприемником, работающим как квадратичный детектор. Замена суперпозиции падающих пучков в области их пересечения решеткой интенсивности ведет к потере некоторых составляющих выходного оптического сигнала, определяющих его когерентную структуру. Однако приведенная модель часто оказывается полезной для расчета оптических схем ЛДА.

Выходной электрический сигнал в дифференциальной схеме для случая одиночной рассеивающей частицы описывается выражением, аналогичным (1.6.3):

$$i = \rho (A_{s1}^2 + A_{s2}^2 + 2A_{s1}A_{s2} \cos \omega_D t), \quad (1.7)$$

где A_{s1} и A_{s2} — амплитуды световых волн, рассеянных от первого и второго падающих пучков. На рис. 2.4 показана фотография выходного сигнала в дифференциальной схеме, полученная от одиночной рассеивающей частицы при равных амплитудах падающих пучков, что соответствует наибольшей относительной амплитуде высокочастотной компоненты:

$$2A_{s1}A_{s2}/(A_{s1}^2 + A_{s2}^2) = 1.$$

Инверсно-дифференциальная схема. Если в дифференциальной схеме источник излучения и приемник поменять местами, получается так называемая инверсно-дифференциальная схема [11, 12]. Пример реализации инверсно-дифференциальной схемы представлен на рис. 2.1, б, а соответствующая ей геометрия световых пучков — на рис. 2.5. В этой схеме в исследуемую область

Рис. 2.5. Геометрия оптических пучков в инверсно-дифференциальной схеме.

направляется один лазерный луч. Выделенные под углами α_1 , α_2 к направлению падающего рассеянные пучки пространственно совмещаются и направляются на фотоприемник, работающий в режиме оптического смещения. Как следует из рисунка, доплеровские сдвиги частоты в первом и втором рассеянных пучках определяются выражениями

$$\omega_{D1} = (\mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_i)\mathbf{v}, \quad \omega_{D2} = (\mathbf{k}_{s2} - \mathbf{k}_i)\mathbf{v}. \quad (1.8)$$

Электрический сигнал на выходе фотоприемника будет иметь составляющую с разностной доплеровской частотой

$$\omega_D = \omega_{D2} - \omega_{D1} = (\mathbf{k}_{s2} - \mathbf{k}_{s1})\mathbf{v}. \quad (1.9)$$

Для девиации доплеровского сдвига частоты получаем

$$\delta\omega_D = (\mathbf{k}_{s2} - \mathbf{k}_{s1})\delta\mathbf{v} + (\delta\mathbf{k}_{s2} + \delta\mathbf{k}_{s1})\mathbf{v}. \quad (1.10)$$

Скалярная форма записи выражений (1.9) и (1.10) совпадает соответственно с (1.8.12) и (1.2), (1.3). Отсюда следует, что разностный доплеровский сдвиг частоты в инверсно-дифференциальной схеме не зависит от геометрии падающего луча и определяется только геометрией рассеянных. Измеряемый в этой схеме доплеровский сдвиг частоты пропорционален проекции вектора скорости на разностный вектор, построенный на волновых векторах выделенных рассеянных пучков. Выражение для сигнала в инверсно-дифференциальной схеме от одиночной рассеивающей частицы идентично (1.7). Вид экспериментально полученного сигнала аналогичен показанному на рис. 2.4.

§ 2. Когерентные эффекты в оптическом сигнале

Обратимся к случаю, когда через исследуемую область проходит поток рассеивающих одинаковых частиц. Исследуем структуру оптического сигнала в различных схемах ЛДА. Для простоты положим, что пространственные интервалы между рассеивающими частицами в зондирующем поле много меньше расстояния до плоскости регистрации. При этом достаточно хорошо выполняется равенство волновых векторов световых пучков, рас-

сеянных от различных частиц и направленных в выбранную точку на плоскости, в которой принимается оптический сигнал.

1. В схеме с опорным пучком рассеянное поле, попадающее на фотоприемник, является суперпозицией волн, рассеянных каждой частицей:

$$E = \sum_{n=1}^N E_n = \sum_{n=1}^N A_n \exp \{ -j [\omega_0 t + (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) \mathbf{v}_n (t - t_n)] \}, \quad (2.1)$$

где N — число частиц, находящихся в рассеивающем объеме, A_n — амплитуда световой волны, рассеянной n -й частицей, $\mathbf{v}_n$ — скорость n -й частицы, $\mathbf{k}$ — волновой вектор падающего пучка, t_n — момент вхождения n -й частицы в объем, в котором локализовано зондирующее оптическое поле, $\mathbf{k}_{sn} = \mathbf{k}_s$, ω_0 — круговая частота опорной волны.

Имея в виду, что референтная волна описывается выражением $E_r = A_r \exp \{ -j\omega_0 t \}$, найдем сигнал с выхода фотоприемника $i = \rho |E + E_r|^2$:

$$= \rho \left\{ A_r^2 + \sum_{n=1}^N A_n^2 + 2A_r \sum_{n=1}^N A_n \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) \mathbf{v}_n t - \varphi_n] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_n A_m \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_m) t - \varphi_{nm}] \right\},$$

где ρ — коэффициент, учитывающий чувствительность фотоприемника, $\varphi_n = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) \mathbf{v}_n t_n$, $\varphi_{nm} = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) (\mathbf{v}_n t_n - \mathbf{v}_m t_m)$.

Видно, что структура выходного сигнала в схеме с опорным пучком сложная и содержит несколько составляющих. Первой составляющей является низкочастотный пьедестал, характерный для выходного сигнала интерферометра,

$$i_1 = \rho \left[A_r^2 + \sum_{n=1}^N A_n^2 \right].$$

Вторая составляющая образована в результате оптического смешения референтной и рассеянной волн,

$$i_2 = 2\rho A_r \sum_{n=1}^N A_n \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) \mathbf{v}_n t - \varphi_n].$$

Она представляет собой суперпозицию компонент, амплитуда которых пропорциональна произведению амплитуд опорной и рассеянной n -й частицей волн, а частота пропорциональна скорости рассеивающей частицы. Третья составляющая выходного сигнала является результатом оптического смешения волн, рассеянных различными частицами:

$$i_3 = \rho \sum_{\substack{n,m \\ m \neq n}}^N A_n A_m \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_m) t - \varphi_{nm}].$$

Эта составляющая получила название перекрестной [13, 14] или когерентной [15, 16]. Спектр ее частот определяется попарными разностями скоростей частиц в рассеивающем объеме и, следовательно, градиентом скорости.

При $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_m = \mathbf{v}$, т. е. когда градиент скорости отсутствует, выражение для выходного сигнала принимает вид

$$i = \rho \left\{ A_r^2 + \sum_{n=1}^N A_n^2 + 2A_r \sum_{n=1}^n A_n \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) \mathbf{v} t - \varphi_n] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_n A_m \cos \varphi_{nm} \right\}.$$

2. Рассмотрим структуру многочастичного сигнала в дифференциальной схеме [13—20]. Результирующее световое поле на апертуре фотоприемника является суперпозицией волн, рассеянных частицами от каждого из падающих пучков в направлении $\mathbf{k}_s$,

$$E = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^2 A_{ni} \exp \{ -j [\omega_0 t + (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \mathbf{v}_n (t - t_n)] \}, \quad (2.2)$$

где i — индекс, указывающий номер падающего пучка, A_{ni} — амплитуда волны, рассеянной n -й частицей от i -го падающего пучка.

Запишем выражение для выходного сигнала фотоприемника в дифференциальной схеме:

$$i = \rho |E|^2 = \\ = \rho \left\{ \sum_{n=1}^N (A_{n1}^2 + A_{n2}^2) + 2 \sum_{n=1}^N A_{n1} A_{n2} \cos [(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{v}_n t - \varphi_n] + \right. \\ + \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N \sum_{i=1}^2 A_{ni} A_{mi} \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_m) t - \varphi_{inm}] + \\ \left. + 2 \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_{n1} A_{m2} \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_2) \mathbf{v}_n - (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}_m] t - \varphi_{nm} \right\}, \quad (2.3)$$

где

$$\varphi_n = \mathbf{v}_n (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) t_n, \quad \varphi_{nm} = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_2) \mathbf{v}_n t_n - (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}_m t_m,$$

$$\varphi_{inm} = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) (\mathbf{v}_n t_n - \mathbf{v}_m t_m).$$

Первая составляющая выходного многочастичного сигнала, как и в предыдущей схеме, есть низкочастотный пьедестал

$$i_1 = \rho \sum_{n=1}^N (A_{n1}^2 + A_{n2}^2). \quad (2.4)$$

Вторая составляющая образована оптическим смешением волн, рассеянных n -й частицей от различных падающих пучков. Она является суперпозицией компонент с амплитудой, пропорциональной произведению амплитуд волн, рассеянных n -й частицей от разноименных падающих пучков, и частотой, пропорциональной скорости этой частицы:

$$i_2 = 2\rho \sum_{n=1}^N A_{n1} A_{n2} \cos[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{v}_n t - \varphi_n]. \quad (2.5)$$

Третья и четвертая составляющие сигнала — перекрестные. Одна из них появляется в результате оптического смешения световых волн, рассеянных различными частицами от одноименных падающих пучков. По структуре и природе она аналогична перекрестной составляющей в схеме с референтным пучком,

$$i_3 = \rho \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N \sum_{i=1}^2 A_{ni} A_{mi} \cos[(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_m) t - \varphi_{inm}]. \quad (2.6)$$

Другая перекрестная составляющая возникает из-за оптического смешения волн, рассеянных различными частицами от разноименных падающих пучков:

$$i_4 = 2\rho \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_{n1} A_{m2} \cos\{[(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_2) \mathbf{v}_n - (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}_m] t - \varphi_{nm}\}. \quad (2.7)$$

Особенность этой составляющей заключается в том, что при равенстве скорости движения частиц ($\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_m = \mathbf{v}$) частота ее компонент становится равной частоте одночастичного доплеровского сигнала. В этом случае выражение (2.3) принимает вид

$$i = \rho \left\{ \sum_{n=1}^N (A_{n1}^2 + A_{n2}^2) + 2 \sum_{n=1}^N A_{n1} A_{n2} \cos[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{v}_n t - \varphi_n] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N \sum_{i=1}^2 A_{ni} A_{mi} \cos \varphi_{inm} + 2 \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_{n1} A_{m2} \cos[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{v} t - \varphi_{nm}] \right\}. \quad (2.8)$$

3. Обратимся к инверсно-дифференциальной схеме. В этой схеме результирующее световое поле, попадающее на фотоприемник, можно представить суперпозицией световых волн, рассеянных частицами от одного падающего пучка в направлениях $\mathbf{k}_{s1}$ и $\mathbf{k}_{s2}$:

$$E = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^2 A_{ni} \exp\{-j[\omega_0 t + (\mathbf{k}_{si} - \mathbf{k}) \mathbf{v}_n (t - t_n)]\}. \quad (2.9)$$

Структура многочастичного выходного сигнала инверсно-дифференциальной схемы очень похожа на структуру сигнала диффе-

ренциальной схемы (2.4)—(2.7). Низкочастотный пьедестал описывается выражением, аналогичным (2.4), где A_{n1} и A_{n2} — амплитуды световых волн, рассеянных n -й частицей по различным направлениям $\mathbf{k}_{s1}$ и $\mathbf{k}_{s2}$. Оптическое смещение этих волн образует вторую составляющую сигнала

$$i_2 = 2\rho \sum_{n=1}^N A_{n1} A_{n2} \cos [(\mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_{s2}) \mathbf{v}_n t - \varphi_n].$$

Одна из перекрестных составляющих является результатом интерференции на апертуре фотоприемника волн, рассеянных от различных частиц по одному из направлений $\mathbf{k}_{s1}$ или $\mathbf{k}_{s2}$,

$$i_3 = \rho \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N \sum_{i=1}^2 A_{ni} A_{mi} \cos [(\mathbf{k}_{si} - \mathbf{k}) (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_m) t - \varphi_{inm}].$$

Другая перекрестная составляющая возникает вследствие оптического смещения волн, одновременно рассеянных различными частицами по разным направлениям $\mathbf{k}_{s1}$ и $\mathbf{k}_{s2}$,

$$i_4 = 2\rho \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_{n1} A_{m2} \cos \{[(\mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}) \mathbf{v}_n - (\mathbf{k}_{s2} - \mathbf{k}) \mathbf{v}_m] t - \varphi_{nm}\}.$$

Как и в дифференциальной схеме, при равенстве скоростей частиц ($\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_m = \mathbf{v}$), т. е. при отсутствии градиента скорости, частоты всех компонент этой составляющей оказываются равными разностной доплеровской частоте в одночастичном сигнале. В этом случае выражение для выходного сигнала принимает вид, аналогичный (2.8), если ввести переобозначения: $\mathbf{k}_1 \rightarrow \mathbf{k}_{s1}$, $\mathbf{k}_2 \rightarrow \mathbf{k}_{s2}$, $\mathbf{k}_s \rightarrow \mathbf{k}$.

Сложность рассмотренной выше структуры оптического сигнала ЛДА подчеркивает ограниченность приведенной в предыдущем параграфе интерференционной модели. Эта модель не объясняет возникновение перекрестных составляющих в сигнале, а также некоторые поляризационные эффекты, рассматриваемые в следующей главе. Представление о решетке интенсивности, формируемой в исследуемой среде, связано с потерей информации о фазе световых волн. Однако оно правильно описывает оптические схемы измерителей скорости, основанные на проекции в некогерентном свете периодического раstra в исследуемую среду и регистрации изображения его в рассеянных световых пучках [21—22]. Этим объясняется терминология, согласно которой высокочастотную составляющую сигнала i_2 , образуемую оптическим смещением волн, рассеянных одной частицей, называют некогерентной, а перекрестные составляющие i_3 , i_4 — когерентными. Термин «некогерентный» здесь указывает лишь на формальную аналогию составляющей сигнала ЛДА с сигналом в не-

когерентной растровой системе и не соответствует природе явления. Хотя применение термина «некогерентный» по отношению к элементам структуры оптического сигнала ЛДА некорректно, мы будем пользоваться этой терминологией, имея в виду сделанные оговорки.

При измерениях в потоках с большой концентрацией рассеивающих частиц когерентные составляющие сигнала ЛДА могут быть одного порядка по амплитуде с некогерентными. Когерентные компоненты несут дополнительную информацию о пространственном распределении скорости. Поскольку когерентные и некогерентные составляющие имеют разные условия пространственного согласования при фотосмещении, они могут быть разделены по этому признаку. Различают когерентный, некогерентный и смешанный режимы работы ЛДА [13—20]. Некогерентный режим работы имеет место, если фотоприемник помещен в плоскости изображения рассеивающего объема, а разрешение приемной оптики достаточно для получения раздельного изображения рассеивающих частиц. В этом случае световые пучки, рассеянные от различных частиц, не перекрываются и, следовательно, не интерферируют на светочувствительной поверхности фотоприемника. Когерентный режим работы реализуется в дифференциальной схеме, когда падающие пучки в исследуемой среде не пересекаются. В инверсно-дифференциальной схеме когерентный режим достигается, если проекции апертурной диафрагмы фотоприемника в инвертированных рассеянных пучках не пересекаются в рассеивающей области исследуемой среды.

Смешанный режим работы ЛДА может быть получен, если фотоприемник поместить, например, в плоскости, где сформирован пространственно-частотный спектр рассеивающего объема. Выбор размера апертурной диафрагмы фотоприемника при работе ЛДА в когерентном или смешанном режиме связан с условиями пространственного согласования волн при фотосмещении и определяет рассеивающий объем, из которого извлекается информация о скорости.

§ 3. Методы подавления низкочастотного пьедестала в доплеровском сигнале

Присутствие низкочастотного пьедестала затрудняет обработку доплеровского сигнала. Уровень пьедестала может быть значительно снижен в оптических компенсационных схемах ЛДА [14, 23—29]. Аналогом этих схем являются двухлучевые интерферометры с балансным фотоприемником на выходе [1.39]. Основные типы оптических компенсационных схем ЛДА будут рассмотрены ниже. С помощью поляризационных или фазовых элементов в этих устройствах формируются две пары световых пучков (рассеянных — в дифференциальных схемах, или комбинации рассеянного и референтного — в схемах с опорным пуч-

ком). Амплитуды пучков одипаковы, а полярная разность фаз отличается на π или $\pi/2$. Каждая из этих пар оптически смешивается на соответствующем фотоприемнике. Пусть световые волны, образующие одну пару, описываются выражениями

$$E_1 = A_1 \exp \{-j\omega_1 t\}, \quad E_2 = A_2 \exp \{-j\omega_2 t\}.$$

Для другой пары имеем

$$E_1 = A_1 \exp \{-j\omega_1 t\}, \quad E_2 = A_2 \exp \{-j(\omega_2 t + \delta)\}.$$

Получающиеся в результате оптического смешения токи в каждом из двух каналов фотоприемного устройства можно представить в виде

$$\begin{aligned} i_1 &= \rho [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \omega_{12} t] = i_p + I_D \cos \omega_{12} t, \\ i_2 &= \rho [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos (\omega_{12} t - \delta)] = i_p + I_D \cos (\omega_{12} t - \delta), \end{aligned}$$

где $\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$, i_p — низкочастотный пьедестал, I_D — амплитуда доплеровской составляющей. Эти сигналы поступают на вычитающее устройство (например, дифференциальный усилитель), на выходе которого получается разностный сигнал

$$\begin{aligned} \Delta i &= i_2 - i_1 = I_D [\cos (\omega_{12} t - \delta) - \cos \omega_{12} t] = \\ &= 2I_D \sin (\delta/2) \sin (\omega_{12} t - \delta/2). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Отсюда следует, что при $\delta = \pi$

$$\Delta i = 2I_D \cos \omega_{12} t, \quad (3.2)$$

а при $\delta = \pi/2$

$$\Delta i = \sqrt{2} I_D \sin (\omega_{12} t - \pi/4). \quad (3.3)$$

В сигнале на выходе дифференциального усилителя низкочастотный пьедестал оказывается подавленным. Разностный сигнал содержит только высокочастотную составляющую, амплитуда которой максимальна при $\delta = \pi$. Хотя результирующий сигнал при $\delta = \pi/2$ имеет амплитуду, в $\sqrt{2}$ раз меньшую, квадратурный выход в двухканальном фотоприемнике позволяет применить сравнительно простые системы обработки, определяющие величину и знак доплеровских сдвигов частоты [30].

Рассмотрим применение изложенных принципов балансного фотоприемника к оптическим схемам ЛДА.

1. Обратимся к схемам с опорным пучком, показанным на рис. 2.6. В схеме, представленной на рис. 2.6, а, на выходе расщепителя I формируются два поляризованных световых пучка, один из которых выполняет функции освещающего, а другой — референтного. Пусть эти пучки описываются векторами Джонса

$$E_i = A_i \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp \{-j\omega_0 t\}, \quad E_r = A_r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp \{-j\omega_0 t\}. \quad (3.4)$$

На пути референтного пучка помещена фазовая пластинка 2, ориентированная под углом $\theta = 45^\circ$ к плоскости поляризации. Матрица Джонса такой пластинки имеет вид [1.52]

$$[J] = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \exp\{-j\delta\} & 1 - \exp\{-j\delta\} \\ 1 - \exp\{-j\delta\} & 1 + \exp\{-j\delta\} \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Мощный пучок направляется в исследуемую область движущейся среды, где он рассеивается на частицах. Для частиц небольших размеров и сферической формы поляризацию света, рассеянного под малым углом, можно считать совпадающей с поляризацией падающей волны (1.5.10). Свет, рассеянный в телесном

Рис. 2.6. Компенсационные схемы ЛДА с опорным пучком: 1 — расщепитель, 2 — фазовый элемент, 3 — формирующий объектив, 4 — приемный объектив, 5 — поляризационная призма, 6, 7 — фотоприемники, 8 — дифференциальный усилитель, 9 — рекомбинационный элемент, 10 — поляризатор.

угле, пространственно совмещенном с референтным пучком, объективом 4 направляется на фотоприемное устройство. Рассеянный пучок является суперпозицией волн, рассеянных каждой частицей, и описывается выражением (2.1), где, с учетом (3.4) и (3.5),

$$E_n = S_n E_i, \quad (3.6)$$

S_n — коэффициент, определяемый через амплитудную функцию рассеяния n -й частицы (1.5.7). Пространственно совмещенные референтный и рассеянный пучки попадают на поляризационную призму-анализатор 5 (призма Волластона), где они расщепляются на ортогонально поляризованные компоненты. Призму Волластона можно представить как расщепитель с двумя ортогонально ориентированными поляризаторами, азимуты которых

соответственно равны $\pm\pi/4$, а матрица Джонса

$$[P_{\pm\pi/4}] = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Учитывая (3.4)–(3.7), запишем выражения для расщепленных призмой пучков

$$E_x = [P_{\pi/4}] \sum_{n=1}^N S_n E_i \exp \{j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \mathbf{v}_n (t - t_n)\} + [P_{\pi/4}] [\delta] E_r,$$

$$E_y = [P_{-\pi/4}] \sum_{n=1}^N S_n E_i \exp \{j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \mathbf{v}_n (t - t_n)\} + [P_{-\pi/4}] [\delta] E_r.$$

Выполняя перемножение матриц, получаем

$$E_x = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=1}^N A_n \exp \{j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \mathbf{v}_n (t - t_n)\} + A_r \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$E_y = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=1}^N A_n \exp \{j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \mathbf{v}_n (t - t_n)\} \exp \{-j\delta\} + A_r \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Оптически смешиваемые пучки E_x и E_y попадают на соответствующие фотоприемники, выходные сигналы которых имеют вид

$$i_x = \rho |E_x|^2 = \frac{1}{4} \rho \left\{ A_r^2 + \sum_{n=1}^N A_n^2 + 2A_r \sum_{n=1}^N A_n \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) \mathbf{v}_n t - \varphi_n] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_n A_m \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_m) t - \varphi_{nm}] \right\}, \quad (3.8)$$

$$i_y = \rho |E_y|^2 = \\ = \frac{1}{4} \rho \left\{ A_r^2 + \sum_{n=1}^N A_n^2 + 2A_r \sum_{n=1}^N A_n \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) \mathbf{v}_n t - \varphi_n - \delta] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_n A_m \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}) (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_m) t - \varphi_{nm}] \right\}.$$

Из (3.8) видно, что сигналы с выходов первого и второго фотоприемников содержат синфазные низкочастотный pedestal и перекрестные компоненты, тогда как доплеровские составляющие — противофазны. Эти сигналы поступают на дифференциальный

усилитель, с выхода которого имеем

$$\Delta i = i_x - i_y = \rho \sin(\delta/2) A_r \sum_{n=1}^N A_n \sin[(k_s - k) v_{nt} - \varphi_n - \delta/2]. \quad (3.9)$$

Для единичных рассеивателей (3.9) совпадает с (3.1), где $I_D = (1/2)\rho A_r A_n$, $\omega_{12} = (k_s - k)v_n$. Следовательно, в выходном сигнале оптических компенсационных схем ЛДА с опорным пучком низкочастотный пьедестал и перекрестные составляющие подавляются. Максимальный уровень выходного сигнала соответствует полуволновому фазовому сдвигу $\delta = \pi$.

Комбинация расщепителя и полуволнового фазового элемента может быть заменена поляризационной призмой Волластона (как показано на рис. 2.6, б) или призмой Рошона. Призмы Волластона в формирующей и приемной частях оптической схемы должны быть взаимно развернуты на угол $\pm 45^\circ$. Векторная схема, иллюстрирующая эту ситуацию, показана на рис. 2.7. Здесь x и y — оси призмы-анализатора, развернутые относительно ортогональных векторов E_r и $E_s = SE_i$ на угол 45° . Из векторной схемы видно, что проекции векторов поля E_{rx} и E_{sx} направлены в одну сторону, тогда как проекции E_{ry} и E_{sy} противоположно ориентированы. Отсюда следует, что доплеровские составляющие сигналов, возникающие в результате оптического смещения полей в каналах x и y , имеют относительный фазовый сдвиг $\delta = \pi$ (3.2).

Рис. 2.7. Геометрия векторов светового поля на входе и выходе поляризационного анализатора в компенсационной схеме ЛДА.

Недостатком оптических компенсационных схем, показанных на рис. 2.6, а, б, является влияние деполаризации рассеянного излучения на степень подавления низкочастотного пьедестала и перекрестных составляющих в выходном сигнале. На рис. 2.6, в показан пример схемы, в которой деполаризация рассеянных пучков не влияет на эффект компенсации, поскольку поляризатор 10, установленный перед рекомбинационным элементом, задает оптимальную поляризацию рассеянного и референтного пучков. Применение рекомбинационного элемента в виде наклонной плоскопараллельной стеклянной пластины иллюстрирует возможность организации компенсационной схемы ЛДА без использования поляризационных расщепителей и фазовых элементов. Необходимый фазовый сдвиг достигается здесь за счет смещения на π фазы отраженного пучка относительно преломленного при отражении от оптически более плотной среды.

Следует отметить, что в схемах с опорным пучком, построенных по типу, показанному на рис. 2.1, б, в, подавление низкочас-

тотного пьедестала может осуществляться автоматически без применения специальных схемных решений [1.62]. Автокомпенсация получается из-за рассеяния части опорного пучка на частице, движущейся через область пересечения падающего и референтного пучков. В этом случае рассеянное излучение, направляемое на фотоприемник, является суперпозицией волн, рассеянных как от падающего, так и от референтного пучков:

$$E_s = S\sqrt{I_i} \exp \{-j[\omega_0 t + \omega_D(t - t_n)]\} + S_r \sqrt{I_r} \exp \{-j\omega_0 t\}. \quad (3.10)$$

В опорном пучке, попадающем на фотоприемник, следует учесть часть рассеянной мощности

$$E_r = \sqrt{I_r}(1 - S_{ia}) \exp \{-j\omega_0 t\}. \quad (3.11)$$

Здесь S_{ia} — коэффициент, определяющий рассеяние опорного пучка в телесный угол 4π .

Из (3.10) и (3.11) получаем выражение для выходного тока приемника с учетом приближения $I_r/I_i \ll 1$, $S_{ia} \ll 1$

$$i = \rho |E_s + E_r|^2 = \rho \{I_i S^2 + I_r(1 - 2S_{ia}) + 2S\sqrt{I_i} E_r \cos(\omega_D t - \varphi_n)\}. \quad (3.12)$$

Отсюда видно, что при $I_r S^2 - 2I_r S_{ia} = 0$ переменная часть пьедестала обращается в нуль. Для существования эффекта автокомпенсации размер частиц должен удовлетворять определенному

Рис. 2.8. Фотография сигналов в схеме с опорным пучком в обычном режиме (а) и в режиме автокомпенсации пьедестала (б).

соотношению интенсивностей падающего и опорного пучков в выбранном сечении зондирующего поля.

На рис. 2.8 показаны фотографии сигналов в схеме с опорным пучком в обычном режиме (рис. 2.8, а) и в режиме автокомпенсации низкочастотного пьедестала (рис. 2.8, б).

2. Рис. 2.9 иллюстрирует несколько типов компенсационных дифференциальных схем. Обозначения элементов те же, что и на рис. 2.6. В схеме, показанной на рис. 2.9, а, на выходе расщепителя формируются два поляризованных пучка равной интенсивности. Пусть оба пучка представлены одинаковыми векторами Джонса

$$E_i = A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp \{-j\omega_0 t\},$$

где $i = 1, 2$.

Фазовый элемент 2, помещенный на пути одного из пучков, определяется матрицей Джонса (3.5). Оба пучка объективом 3

Рис. 2.9. Компенсационные дифференциальные схемы.

направляются в исследуемую среду. Примем, что поляризация рассеянного света совпадает с поляризацией падающих пучков. Световой пучок, посылаемый объективом 4 на фотоприемное устройство, является суперпозицией волн, рассеянных каждой частицей, и описывается выражением (2.2), где, по аналогии с (3.6),

$$E_{1n} = S_{1n} E_1, \quad E_{2n} = S_{2n} [\delta] E_2.$$

Как и в схеме 2.6, а, рассеянный лучок расщепляется поляризационной призмой 5 на два, которые можно представить с учетом (3.7) в виде

$$E_x = \sum_{n=1}^N S_{1n} [P_{\pi/4}] E_1 \exp \{j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}_n (t - t_n)\} + \\ + S_{2n} [P_{\pi/4}] [\delta] E_2 \exp \{j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_2) \mathbf{v}_n (t - t_n)\},$$

$$E_y = \sum_{n=1}^N S_{1n} [P_{-\pi/4}] E_1 \exp \{j (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}_n (t - t_n)\} + \\ + S_{2n} [P_{-\pi/4}] [\delta] E_2 \exp \{j (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_2) \mathbf{v}_n (t - t_n)\}.$$

После перемножения матриц имеем

$$E_x = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=1}^N A_{1n} \exp \{j (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}_n (t - t_n)\} + \right. \\ \left. + A_{2n} \exp \{j (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_2) \mathbf{v}_n (t - t_n)\} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$E_y = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=1}^N A_{1n} \exp \{j (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}_n (t - t_n)\} + \right. \\ \left. + A_{2n} \exp \{-j\delta\} \exp \{j (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_2) \mathbf{v}_n (t - t_n)\} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Отсюда получаем выражения для сигналов с выходов приемников 6 и 7:

$$i_x = \frac{1}{4} \rho \left\{ \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^2 A_{in}^2 + 2 \sum_{n=1}^N A_{1n} A_{2n} \cos [\mathbf{v}_n (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) t - \varphi_n] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N \sum_{i=1}^2 A_{in} A_{im} \cos [(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_m) (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) t - \varphi_{inm}] + \right. \\ \left. + 2 \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_{1n} A_{2m} \cos [(\mathbf{v}_n \mathbf{k}_1 - \mathbf{v}_m \mathbf{k}_2) t - \varphi_{nm}] \right\},$$

$$i_y = \frac{1}{4} \rho \left\{ \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^2 A_{in}^2 + 2 \sum_{n=1}^N A_{1n} A_{2n} \cos [\mathbf{v}_n (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) t - \varphi_n - \delta] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N \sum_{i=1}^2 A_{in} A_{im} \cos [(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_m) t - \varphi_{inm}] + \right. \\ \left. + 2 \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_{1n} A_{2m} \cos [(\mathbf{k}_1 \mathbf{v}_n - \mathbf{k}_2 \mathbf{v}_m) t - \varphi_{nm} - \delta] \right\}.$$

Следовательно, выходные сигналы фотоприемников содержат сдвинутые по фазе когерентные и некогерентные высокочастотные составляющие, тогда как пьедестал и низкочастотные пе-

перекрестные компоненты у них синфазные. На выходе дифференциального усилителя получается разностный сигнал

$$\Delta i = \rho \sin(\delta/2) \left\{ \sum_{n=1}^N A_{1n} A_{2n} \sin[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{v} n t - \varphi_n - \delta/2] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_{1n} A_{2m} \sin[(\mathbf{k}_1 \mathbf{v}_n - \mathbf{k}_2 \mathbf{v}_m) t - \varphi_{nm} - \delta/2] \right\}. \quad (3.13)$$

Если градиенты скорости в рассеивающем объеме отсутствуют ($\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_m = \mathbf{v}$), то

$$\Delta i = \rho \sin(\delta/2) \left\{ \sum_{n=1}^N A_{1n} A_{2n} \sin[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{v} t - \varphi_n - \delta/2] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_{1n} A_{2m} \sin[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{v} t - \varphi_{nm} - \delta/2] \right\}. \quad (3.14)$$

Для единичного рассеивателя

$$\Delta i = \rho \sin(\delta/2) A_{1n} A_{2n} \sin[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{v} t - \varphi - \delta/2]. \quad (3.15)$$

Выражения (3.13)–(3.15) позволяют сделать вывод, что в выходном сигнале дифференциальной компенсационной схемы ЛДА подавляются пьедестал и низкочастотные перекрестные составляющие. Максимум амплитуды соответствует фазовому сдвигу $\delta = \pi$. Как и для схемы с опорным пучком (рис. 2.6, б), комбинация расщепителя и полуволнового фазового элемента заменяется поляризационной призмой Волластона, которая должна иметь разворот относительно призмы-анализатора на угол 45° (рис. 2.9, б). Разворот этих призм может быть произвольным, если на выходе призмы Волластона в формирующей части оптической схемы либо перед призмой-анализатором установить четвертьволновую фазовую пластинку. В этом случае пучки приобретают круговую поляризацию и эффект компенсации становится независимым от взаимной ориентации поляризационных призм.

На рис. 2.9, в показана компенсационная дифференциальная схема, работающая на обратном рассеянии. Поляризационная призма здесь совмещает функции расщепителя в формирующей части и анализатора в приемной. На рис. 2.10 показаны фотографии сигналов для одипочного рассеивателя в дифференциальной компенсационной схеме, полученные с выхода фотоприемника (рис. 2.10, а, б) и с выхода дифференциального усилителя (рис. 2.10, в). Общим недостатком дифференциальных компенсационных схем является зависимость степени подавления пьедестала и низкочастотных перекрестных компонент сигнала от деполяризации рассеянного излучения.

3. Несколько примеров инверсно-дифференциальных компенсационных схем представлено на рис. 2.11. В этих схемах лазерный луч объективом 1 направляется на движущийся объект.

Рис. 2.10. Фотографии сигналов в дифференциальной компенсационной схеме на входе (а, б) и на выходе (в) дифференциального усилителя.

Объектив 2 с пространственным фильтром выделяет два рассеянных под различными углами пучка и направляет их на рекомбинационное устройство 3, выполняющее функции пространственного совмещения выделенных рассеянных пучков, введения необходимых фазовых сдвигов и расщепления результирующего пучка. Расщепленные пучки попадают на двухканальное фотоприемное устройство (4, 5) с дифференциальным усилителем 6 на выходе. В схеме на рис. 2.11, а рекомбинационное устройство состоит из двух последовательно расположенных призм Волластона, развернутых на 45° относительно друг друга. Первая призма выполняет пространственное совмещение ортогонально-поляризованных компонент выделенных рассеянных пучков. Вторая призма производит расщепление на пучки, имеющие соответственно синфазные и противофазные интерферирующие компоненты, как это показано на рис. 2.7. Выделенные рассеянные пучки,

поступающие на вход рекомбинационного устройства, описываются выражением (2.9). Процесс компенсации осуществляется так же, как и в схеме, показанной на рис. 2.9, б. С учетом этой аналогии выражение для результирующего разностного сигнала с выхода дифференциального усилителя 6 совпадает с (3.13), где

Рис. 2.11. Компенсационные инверсно-дифференциальные схемы.

индексы «1» и «2» относятся к волновым векторам выделенных рассеянных пучков (k_1 и k_2). Если градиент скорости в рассеивающем объеме отсутствует, справедливо выражение (3.14), а для единичных рассеивателей — (3.15).

В компенсационных инверсно-дифференциальных схемах, как и в дифференциальных, подавляются пьедестал и низкочастотные перекрестные составляющие. Выходной сигнал содержит только высокочастотные когерентную и некогерентную компоненты.

Рекомбинационное устройство может быть выполнено и без применения дорогостоящих поляризационных призм. В схеме, показанной на рис. 2.11, б, рекомбинационным устройством является двухлучевой интерферометр, одно из плеч которого образовано призмой Дове. Противофазность высокочастотных доплеровских составляющих в первом и втором каналах получается из-за эффекта отражения от оптически более плотной среды одного из пучков, расщепленных на задней рабочей грани призмы Дове. Другой пример инверсно-дифференциальной схемы компенсационного действия приведен на рис. 2.11, в. Рекомбинационный элемент выполнен в виде двух призм, сделанных из стекол с отличающимися показателями преломления. Углы при вершинах призм определяются отношением коэффициентов пре-

ломления. Противофазные соотношения между отраженными и преломленными волнами получаются для пучка, падающего на границу с оптически более плотной средой.

На рис. 2.12 показана фотография сигналов, полученных в инверсно-дифференциальной схеме (рис. 2.11, б). Вверху представлен сигнал, снятый с выхода одного из приемников, а внизу — сигнал с выхода дифференциального усилителя. Достоинством

Рис. 2.12. Фотография доплеровского сигнала в инверсно-дифференциальной компенсационной схеме на входе (а) и выходе (б) дифференциального усилителя.

инверсно-дифференциальных компенсационных схем является возможность устранения зависимости подавления пьедестала и низкочастотных перекрестных компонент от демуляризации среды за счет применения поляризационных фильтров.

§ 4. Определение знака скорости и перенос доплеровского спектра

Во многих практических приложениях ЛДА одновременно с измерением величины скорости необходимо определять направление движения. Простейший способ нахождения знака измеряемой скорости состоит в несимметричной деформации огибающей доплеровского сигнала [1.62] с помощью амплитудных или фазовых фильтров в приемной части оптического устройства. Тот же эффект достигается при формировании зондирующего оптического поля с асимметричным пространственным распределением интенсивности в направлении измеряемой проекции скорости. Другими словами, необходимо привязать к высокочастот-

ной составляющей доплеровского сигнала амплитудную или фазовую метку, положение которой однозначно определяется направлением скорости. На фотографии (рис. 2.13, а, б) показаны примерные доплеровские сигналы с несимметричной огибающей,

Рис. 2.13. Фотографии доплеровских сигналов с несимметричной огибающей.

которые соответствуют противоположным направлениям движения рассеивающей частицы. Хорошо видно, что смена знака скорости вызывает перестановку переднего и заднего фронтов сигнала. Следует отметить, что при больших концентрациях рассеивающих частиц этот способ недостаточно надежен из-за наложения сигналов.

В оптических компенсационных схемах ЛДА с квадратурным выходом ($\delta = \pm \pi/2$) индикатором направления скорости может служить знак разности фаз высокочастотных составляющих сигналов первого и второго каналов фотоприемного устройства. Эта разность фаз равна $\pm \pi/2$, а знак ее легко определяется, например, обычным фазовым детектором. Смене направления движения соответствует изменение знака разности фаз. Недостатком этого метода является необходимость применения двухканального фотоприемника. При одновременном измерении двух или трех проекций вектора скорости приемное устройство становится сложным.

Наиболее надежно решается проблема определения направления скорости в двухчастотных схемах ЛДА [31—42]. В этих схемах лазерные пучки, формирующие доплеровский сигнал, имеют частоты, отличающиеся, помимо доплеровского сдвига, на дополнительный частотный сдвиг, величина которого является заданной и известной. По аналогии с выходным сигналом интерферометра с частотным смещением [30], выражение для выходного сигнала двухчастотной оптической схемы ЛДА имеет вид

$$i(t) = i_p(t) + I_D(t) \cos [(\Omega_m + \omega_D)t].$$

Выполняя фурье-преобразование, переходим к амплитудному спектру сигнала

$$G(\Omega) = G_p(\Omega) + G_D(\Omega - \Omega_m - \omega_D).$$

На рис. 2.14 показан спектр доплеровского сигнала. Введение известного частотного сдвига Ω_m приводит к переносу спектра

Рис. 2.14. Спектр доплеровского сигнала со смещением частоты.

высокочастотной составляющей доплеровского сигнала в область $\Omega = \Omega_m \pm \omega_D$. Как видно из рисунка, нулевой скорости ($\omega_D = 0$) соответствует центральная частота спектра высокочастотной составляющей, равная Ω_m . Если скорость ненулевая, одному направлению движения соответствует область частот $\Omega = \Omega_m - \omega_D$, а противоположному направлению $\Omega = \Omega_m + \omega_D$. Смена знака скорости сопровождается переходом

спектра высокочастотной составляющей через частоту Ω_m . В двухчастотных схемах ЛДА спектры низкочастотного пьедестала и высокочастотной доплеровской составляющей оказываются разнесенными на большой частотный интервал. Поэтому проблема подавления низкочастотного пьедестала и шумов сводится здесь к обычной фильтрации.

Введение частотного сдвига Ω_m достигается обычно применением в оптических схемах ЛДА однополосных частотных модуляторов, принцип действия которых рассмотрен в § 1.7. На рис. 2.15 показана примерная организация двухчастотной схемы с опорным пучком. В качестве частотосдвигающего элемента здесь применен акустооптический частотный модулятор бегущей волны, совмещающий в себе функции лучевого расщепителя.

Рис. 2.15. Двухчастотная схема с опорным пучком: 1 — лазер, 2, 4, 5 — линзы, 3 — модулятор, 6 — фотоприемник.

Световой пучок, дифрагированный в первый порядок, является референтным. Частота его смещена относительно частоты светового пучка, дифрагированного в нулевой порядок, на величину Ω_a . Угол дифракции определяется условиями (1.7.5).

На рис. 2.16 показана та же схема, работающая в дифференциальном режиме (обозначения элементов совпадают с рис. 2.15).

Особенностью дифференциальной схемы этого типа является независимость размера интерференционной полосы в зондирующем поле от длины волны лазерного излучения. Изменение длины световой волны компенсируется изменением угла дифракции в акустооптической ячейке и, следовательно, угла между интерферирующими пучками.

Рис. 2.16. Двухчастотная дифференциальная схема.

Рис. 2.17. Двухчастотная инверсно-дифференциальная схема: 1 — лазер, 2, 3, 5 — линзы, 4 — диафрагма, 6 — модулятор, 7 — фотоприемник.

Инверсно-дифференциальная двухчастотная схема может быть организована согласно примеру, приведенному на рис. 2.17 [42]. Здесь перенос частот выделенных рассеянных пучков осуществляется при дифракции на бегущей ультразвуковой волне в акустической ячейке. Акустооптический модулятор является в этой схеме не только частотосдвигающим, но и рекомбинационным элементом. При выполнении условия $\theta'k = 2\pi/\Lambda_a$ оптический пучок с волновым вектором k_1 , дифрагированный на ультразвуковой волне с частотой $\Omega_a = \Omega_m$ в $+1$ -порядок, и пучок с волновым вектором k_2 , дифрагированный в -1 -порядок, пространственно совмещаются (§ 1.7). Так как дифракция происходит на бегущей волне, в дифрагированных пучках появляется доплеровский сдвиг частоты, равный Ω_a . При этом частоты дифрагированных пучков будут

$$\omega_1 = \omega_0 - \Omega_a + \omega_{D1}, \quad \omega_2 = \omega_0 + \Omega_a + \omega_{D2},$$

где ω_{D1} и ω_{D2} определяются выражениями (1.8). Оба пучка интерферируют на светочувствительной поверхности фотоприемника. В результате в выходном сигнале фотоприемника возникает составляющая разностной частоты

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\Omega_a + \omega_{D2} - \omega_{D1} = 2\Omega_a + \omega_D.$$

Рис. 2.18. Доплеровские сигналы и их спектры в двухчастотной схеме.

Согласно (1.9)

$$\omega_D = \omega_{D2} - \omega_{D1} = (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \mathbf{v},$$

так как для данного случая $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_{s2}$, $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_{s1}$.

На рис. 2.18 приведены фотографии сигналов (а, з) и их спектров (б, в), полученные от толстой нити, совершающей возвратно-поступательное движение и имитирующей рассеивающую частицу. Сигнал получен в схеме, пример которой показан на рис. 2.16. Хорошо видна разность частот в сигналах, соответствующих движениям в противоположных направлениях. Нулевой скорости здесь соответствует частота $\Omega/2\pi = 5$ кГц (рис. 2.18, в). Частота модуляционного сигнала акустооптической ячейки $\Omega_1/2\pi = 24$ МГц. Перенос спектра доплеровской составляющей на частоту 5 кГц осуществляется за счет смещения сигнала с выхода фотоприемника после фильтрации с гетеродинным сигналом, частота которого равна $\Omega_2/2\pi = 23,995$ МГц. Изменяя частоту гетеродина Ω_2 , можно получить нулевые биекции, соответствующие условию $\Omega_1 + \omega_D - \Omega_2 = 0$. Отсюда легко определяется ω_D при известных Ω_1 и Ω_2 . Соответствующий нулевым биекциям сигнал показан на рис. 2.18, з.

Рис. 2.19. К одновременному измерению двух сильно отличающихся по величине проекций вектора скорости.

Возможность переноса спектра высокочастотной составляющей доплеровского сигнала в область, удобную для обработки, а также простота фильтрации низкочастотных помех и предоставления особенно важны в тех случаях, когда одновременно измеряются несколько сильно отличающихся по величине компонент вектора скорости. На рис. 2.19 представлена ситуация, часто встречающаяся при одновременном измерении двух ортогональных проекций вектора скорости. Здесь показано сечение рассеивающего объема в дифференциальной схеме. Структура зондирующего светового поля образована суперпозицией двух интерференционных полей, полосы в которых ортогонально ориентированы. Пересечение движущейся рассеивающей частицей горизонтально ориентированных полос дает информацию о вертикальной компоненте v_y вектора скорости. Информацию о горизонтальной проекции v_x вектора скорости дает пересечение частицей вертикально ориентированных интерференционных полос. Пусть $v_y \ll v_x$, тогда время существования доплеровского сигнала τ определяется временем пересечения зондирующего поля рассеивающей частицей. Если d — диаметр этого поля, то $\tau = d/v \approx d/v_x$.

Следовательно, время существования сигнала в измерительных x - и y -каналах обусловлено большей компонентой скорости. Частотная полоса, занимаемая спектром низкочастотного пьедестала, приближенно равна обратной величине времени существования сигнала, т. е. $\Delta f \sim 1/\tau$. Доплеровский сдвиг частоты можно определить величиной, обратной времени пересечения частицей одной интерференционной полосы. Имеем для x -канала $f_{Dx} \approx v_x M_x/d$, для y -канала $f_{Dy} \approx v_y M_y/d$, где M_x и M_y — число полос, соответственно вертикально и горизонтально ориентированных в сечении зондирующего поля. При $v_y/v_x \ll 1$ в y -канале доплеровская частота f_{Dy} будет находиться в полосе спектра низкочастотного пьедестала, $f_{Dy} \sim \Delta f_p$. За время существования сигнала τ частица успеет пересечь малое число горизонтально ориентированных интерференционных полос. Это означает, что спектр высокочастотной составляющей доплеровского сигнала в y -канале перекроется со спектром пьедестала. Измерение f_{Dy} (и, следовательно, v_y) окажется невозможным, либо точность измерений будет недопустимо низкой [1.62].

Если перейти к двухчастотному режиму работы схемы и ввести известные частотные сдвиги Ω_x в x -канал и Ω_y в y -канал, интерференционные полосы в зондирующем поле придут в движение. Скорость движения интерференционных полос в направлении x будет $V_x = \Omega_x \Lambda_x / 2\pi$, а в направлении y — $V_y = \Omega_y \Lambda_y / 2\pi$, где ширина полос $\Lambda_x = d/M_x$, $\Lambda_y = d/M_y$. Отсюда найдем время, за которое рассеивающая частица пересекает интерференционную полосу при движении в направлениях x и y :

$$\tau_x = \Lambda_x / (V_x \pm v_x),$$

$$\tau_y = \Lambda_y / (V_y \pm v_y).$$

Сравнив отношение времени существования сигнала τ к временам τ_x и τ_y , получим

$$\frac{\tau}{\tau_x} = M_x \frac{\Omega_x}{\omega_{Dx}} \left(1 \pm \frac{\omega_{Dx}}{\Omega_x} \right), \quad \frac{\tau}{\tau_y} = M_y \frac{\Omega_y}{\omega_{Dy}} \left(1 \pm \frac{\omega_{Dy}}{\Omega_y} \right).$$

Отсюда видно, что, выбирая величины Ω_x и Ω_y , можно устранить перекрытие спектров пьедестала и высокочастотной составляющей доплеровского сигнала. При этом спектр высокочастотной доплеровской составляющей переносится в частотную область, удобную для обработки, фильтрации и измерения.

Отметим требования, которым должен удовлетворять выбор частотного смещения Ω_m . Первое — частота Ω_m должна быть не меньше максимальной величины определяемого доплеровского сдвига. На практике $\Omega_m > n\omega_{D\max}$, где n выбирается из условия надежной фильтрации низкочастотного пьедестала. Второе — суммарная частота $\Omega_m + \omega_{D\max}$ должна быть меньше половины межмодового интервала лазерного излучения. При использовании одночастотного лазера это требование снимается.

§ 5. Определение ортогональных компонент вектора скорости

Измерение двух ортогональных компонент вектора скорости можно осуществить, используя двухканальную оптическую схему. Каждый из каналов служит для измерения одной из проекций вектора скорости и реализуется на принципах, изложенных в предыдущих разделах. Рассмотрим основные векторные схемы световых пучков, применяемые в измерителях двух ортогональных компонент вектора скорости.

Схемы с опорным пучком. Геометрия световых пучков приведена на рис. 2.20 и представляет собой комбинацию двух одноканальных векторных схем, показанных на рис. 1.31 и локализованных в ортогональных плоскостях. Здесь $\mathbf{k}_3$ — волновой вектор падающего пучка, $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ — волновые векторы выделенных сигнальных рассеянных пучков. Доплеровские сдвиги частоты в сигнальных рассеянных пучках соответственно пропорциональны ортогональным проекциям вектора скорости, если разностные векторы $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3$ и $\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3$ ортогональны. Для выполнения этого требования взаимная ориентация пучков должна удовлетворять следующему соотношению:

Рис. 2.20. Геометрия световых пучков в схеме для определения двух ортогональных компонент вектора скорости.

$$|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3|^2 + |\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3|^2 = |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|^2, \quad (5.1)$$

т. е. конец волнового вектора падающего пучка должен находиться на окружности, построенной на разностном волновом векторе $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ как на диаметре. Учитывая, что $|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3| = 2k \sin \alpha$, $|\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3| = 2k \sin \beta$, $|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2| = 2k \sin \gamma$, получаем

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \sin^2 \gamma. \quad (5.2)$$

Ортогональным разностным волновым векторам $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3$ и $\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3$ можно сопоставить ортогональные координатные оси x и y . Доплеровский сдвиг частоты в каждом из пучков пропорционален проекции вектора скорости на соответствующую ось

$$\omega_{Dx} = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3) \mathbf{v} = 2k v_x \sin \alpha, \quad \omega_{Dy} = (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \mathbf{v} = 2k v_y \sin \beta$$

при любом способе формирования референтного пучка. Особо выделим важный частный случай, когда оба сигнальных рассе-

янных пучка находятся в одной плоскости с пучком освещающим. Такая ситуация показана на рис. 2.21 и соответствует случаю, когда векторы выделенных рассеянных пучков противоположно направлены, $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$.

В схемах с опорным пучком обычно применяют пространственное разделение оптических сигналов, несущих информацию об ортогональных проекциях вектора скорости. Оно выполняется с помощью диафрагм, ограничивающих сигнальные рассеянные пучки.

Рис. 2.21. Геометрия компланарных световых пучков в схеме для определения двух ортогональных компонент вектора скорости.

Дифференциальные схемы для измерения двух ортогональных проекций вектора скорости могут быть трехпучковыми и четырехпучковыми. Трехпучковая геометрия аналогична представленной на рис. 2.20. Здесь k_1 , k_2 и k_3 — волновые векторы лазерных пучков, пересекающихся в исследуемой области движущейся среды. Согласно (1.4), попарные комбинации волновых векторов падающих пучков дают информа-

цию о проекции вектора скорости на разностный волновой вектор. Выберем в качестве рабочих пары волновых векторов k_3 и k_2 , k_3 и k_1 . Тогда условием ортогональности разностных векторов будет соотношение (5.1). Условие, связывающее углы, имеет вид, аналогичный (5.2). Следовательно, в трехпучковой дифференциальной схеме, предназначенной для измерения плоского вектора скорости, конец волнового вектора одного из падающих пучков k_3 должен находиться на окружности, построенной на разности двух других волновых векторов $k_1 - k_2$ как на диаметре. При выполнении этого условия разностный доплеровский сдвиг частоты в рассеянных пучках пропорционален проекции вектора скорости на соответствующую ортогональную ось.

Частному случаю, когда все три падающих пучка находятся в одной плоскости, соответствует рис. 2.21. Здесь пучки с волновыми векторами k_1 и k_2 имеют противоположные направления.

Четырехлучевая геометрия дифференциальной схемы показана на рис. 2.22. Рабочими парами являются световые пучки с волновыми векторами k_1 и k_2 , k_3 и k_4 . Эти пары распространяются в ортогональных плоскостях xz и yz , что является необходимым условием ортогональности разностных векторов $k_1 - k_2$, $k_3 - k_4$, параллельных координатным осям x и y . Если $\alpha = \beta$, то масштабные коэффициенты, связывающие доплеровский

сдвиг частоты и измеряемую проекцию скорости в каждом канале, одинаковы.

В дифференциальной схеме, согласно интерференционной модели, в исследуемой области формируются два пространственно совмещенных интерференционных поля с ортогонально ориентированными полосами. Каждое поле дает информацию о соответствующей ортогональной проекции вектора скорости.

Разделение оптических сигналов, несущих информацию об ортогональных составляющих вектора скорости, может быть выполнено различными способами: по поляризациям [43—45], по спектральным линиям лазерного излучения [46, 47], методом частотного разделения [48], методом разделения по времени существования сигнала [37].

Поляризационное разделение измерительных каналов применяется, когда излучение, рассеянное частицами, имеет поляризацию, совпадающую с поляризацией падающего пучка. В устройствах, организованных по четырехпучковой схеме, поляризации пар пучков, образующих перпендикулярно ориентированные разностные волновые векторы $k_1 - k_2$ и $k_3 - k_4$, выбираются ортогональными. Поляризации пучков с волновыми векторами k_1 и k_2 в трехпучковых схемах обычно делают линейными ортогональными, а поляризацию пучка k_3 — круговой либо плоской, развернутой под углом $\pm 45^\circ$. Согласно представлениям интерференционной модели в дифференциальной схеме формируются два зондирующих ортогонально поляризованных интерференционных поля с взаимно перпендикулярными полосами. Разделение оптических сигналов по ортогональным поляризациям выполняется поляризационной призмой Волластона или Рошона, помещенной в приемную часть измерителя.

В устройствах с разделением измерительных каналов по цвету применяются лазеры, генерирующие несколько спектральных линий (например, аргоновые лазеры). В четырехпучковых схемах лучи с волновыми векторами k_1, k_2 формируются излучением одной спектральной линии (длина волны λ_1), а другая пара пучков (k_3 и k_4) — излучением линии с другой длиной волны, λ_2 . В трехпучковой схеме два луча имеют длины волн λ_1 и λ_2 , а общий луч является суперпозицией двух пучков с такими же дли-

Рис. 2.22. Четырехпучковая векторная схема для определения двух ортогональных компонент скорости.

нами волн. Разделение оптических сигналов осуществляется с помощью интерференционных фильтров, резонансных на линиях λ_1 и λ_2 .

При частотном разделении измерительные каналы работают на различных по частоте несущих. Измеритель плоского вектора скорости представляет в этом случае комбинацию двух одноканальных схем с частотным смещением. Для трехлучевой геометрии (рис. 2.20) разность частот пучков с волновыми векторами $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ равна Ω_x , разность частот второго и третьего пучков — Ω_y . В четырехлучевой схеме (рис. 2.22) Ω_x равна разности частот первого и второго пучков, а Ω_y — разности частот третьего и четвертого. Согласно интерференционной модели, световые пучки, локализованные в вертикальной плоскости, образуют зондирующее поле с полосами, параллельными оси y и бегущими с постоянной скоростью вдоль оси x : $V_x = \Omega_x \Lambda_x / 2\pi$. Пучки, находящиеся в плоскости yz , формируют интерференционное поле, полосы в котором параллельны оси x и движутся по направлению оси y со скоростью $V_y = \Omega_y \Lambda_y / 2\pi$. Направление движения полос определяется направлением разностного волнового вектора $\mathbf{k}_j - -\mathbf{k}_i$, где $\mathbf{k}_i$ — волновой вектор поля с большей частотой ($\omega_i > \omega_j$). Выбор несущих Ω_x и Ω_y должен удовлетворять следующим требованиям: а) полосы пропускания частот по x - и y -каналам не должны перекрываться; б) полосы пропускания x - и y -каналов не должны захватывать вторые и высшие гармоники несущих Ω_x и Ω_y , а также комбинационные частоты (ω_{12} — для трехпучковой схемы, ω_{13} , ω_{23} , ω_{12} , ω_{41} — для схемы четырехпучковой) и их гармоники; в) верхняя граница полосы пропускания фотоприемника должна быть меньше половины межмодового интервала лазерного излучения; г) выбор полосы пропускания фотоприемника, несущих частот и полос пропускания измерительных каналов должен исключать попадание в измерительный тракт перекрестных биений комбинационных частот, несущих частот и межмодового интервала лазерного излучения.

Устройства с временным разделением каналов работают в режиме синхронного переключения рабочих пар освещающих пучков и измерительных каналов. Частота переключений определяет частоту выборки информации. По теореме Котельникова — Шеннона частота выборки должна быть не меньше максимальной частоты в спектре исследуемого процесса (т. е. наибольшей частоты пульсаций измеряемой скорости). При использовании временного разделения каналов необходимо особое внимание обращать на подавление коммутационных помех.

Инверсно-дифференциальные схемы измерителя двух проекций скорости могут быть организованы согласно рис. 2.20, 2.22. При этом следует иметь в виду, что волновые векторы $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$, $\mathbf{k}_3$, $\mathbf{k}_4$ относятся к выделенным рассеянными пучкам, а геометрия и направление освещающего пучка может быть произвольной.

В инверсно-дифференциальных схемах измерительные каналы эффективно разделяются по пространственным частотам. В связи с этим наиболее популярной в практических устройствах является четырехпучковая векторная схема, приведенная на рис. 2.22. Частотное разделение каналов также применяется

Рис. 2.23. Геометрия световых пучков для определения трех ортогональных компонент вектора скорости.

в инверсно-дифференциальных схемах. В этом случае каждый измерительный канал может быть организован аналогично примеру, приведенному на рис. 2.17.

Проблема одновременного измерения трех ортогональных проекций вектора скорости сводится обычно к выбору способа получения информации об осевой z -компоненте. Две поперечные компоненты скорости v_x и v_y определяются, если измерительное устройство построено на основе векторных схем, рассмотренных выше. Обычно канал, измеряющий z -проекцию скорости, работает на обратном рассеянии. В z -канале применяется геометрия световых пучков, представленная на рис. 2.21, в комбинации с векторными схемами, приведенными на рис. 2.20, 2.22. Примером может служить векторная схема трехканального измерителя скорости, показанная на рис. 2.23. В режиме с опорным пучком эта схема представляет собой комбинацию геометрий пучков, приведенных на рис. 2.20, 2.21, с совмещенным x -каналом. Аналогично и дифференциальный измеритель скорости организуется на основе векторных схем, показанных на рис. 2.20—2.22. То же самое относится к устройству, работающему в инверсно-дифференциальном режиме. В зависимости от практических условий измеритель может быть комбинированным: например, измерение v_x и v_y выполняется дифференциальным методом, а канал, определяющий z -проекцию, действует по схеме с референтным пучком [49], по дифференциальной [50] или со встречными пучками [51].

Возможны другие схемные решения для определения z -проекции вектора скорости. На рис. 2.24 показана трехлучевая векторная схема. При работе с опорным пучком, а также в инверсно-дифференциальном режиме $\mathbf{k}_1$ является волновым вектором освещающего пучка, $\mathbf{k}_2$ и $\mathbf{k}_3$ — волновые векторы сигнальных рассеянных пучков. Для дифференциальной

Рис. 2.24. Геометрия световых пучков для выделения z -проекции вектора скорости.

схемы $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$ и $\mathbf{k}_3$ — волновые векторы освещающих лучей. Пара световых пучков с волновыми векторами $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ образует один измерительный канал. Вторым канал сформирован пучками $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_3$. Разделение каналов может быть выполнено любым из рассмотренных выше способов. В первом канале выделяется доплеровский сдвиг частоты, пропорциональный проекции вектора скорости на разностный вектор $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$: $\omega_{D1} = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{v}$. Соответственно во втором канале имеем $\omega_{D2} = (\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{v}$.

На выходе частотного детектора в каждом канале формируется электрический сигнал, пропорциональный доплеровской частоте. Вычитая эти сигналы, получаем для разностной частоты выражение

$$\Delta\omega_D = \omega_{D2} - \omega_{D1} = [(\mathbf{k}_x + \mathbf{k}_z) - (\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_z)] \cdot \mathbf{v} = 2\mathbf{k}_z \cdot \mathbf{v},$$

или в скалярной форме

$$\Delta\omega_D = 4kv_z \sin^2(\alpha/2). \quad (5.3)$$

Следовательно, в этой схеме разностный доплеровский сдвиг частоты пропорционален проекции вектора скорости на разностный волновой вектор $2\mathbf{k}_z$, ориентированный по оси z .

Выделение z -составляющей скорости можно осуществить оптическим путем, используя энергетически выгодное рассеяние вперед. Покажем это на примере инверсно-дифференциальной схемы (рис. 2.25) [52]. В этой схеме падающий пучок с волновым вектором $\mathbf{k}_i$ зеркалом 1 инвертируется по направлению $-\mathbf{k}_i$ и снова направляется в исследуемую область. Световой пучок с волновым вектором $\mathbf{k}_{s1}$ имеет доплеровский сдвиг частоты, равный $\omega_{D1} = (\mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_{i1}) \cdot \mathbf{v}$. Этот пучок системой зеркал 2 и 3 пространственно совмещается со световым пучком, рассеянным той же частицей от инвертированного падающего пучка и имеющим доплеровский сдвиг $\omega_{D2} = (\mathbf{k}_{s2} - \mathbf{k}_{i2}) \cdot \mathbf{v}$. Выделенные рассеянные пучки интерферируют на светочувствительной поверхности фотоприемника, на выходе которого получается сигнал разностной частоты

$$\Delta\omega_D = \omega_{D2} - \omega_{D1} = [(\mathbf{k}_{s2} - \mathbf{k}_{i2}) - (\mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_{i1})] \cdot \mathbf{v} = 2\mathbf{k}_z \cdot \mathbf{v}.$$

Из рис. 2.25 видно, что разностный волновой вектор $2\mathbf{k}_z$ ориентирован по оси z . Следовательно, разностная доплеровская частота пропорциональна проекции вектора скорости на ось z . Скалярная форма выражения для разностного доплеровского сдвига частоты $\Delta\omega_D$ имеет вид, аналогичный (5.3).

Рис. 2.25. Геометрия световых пучков в инверсно-дифференциальной схеме для определения двух ортогональных компонент вектора скорости.

На рис. 2.26 показана четырехпучковая векторная схема для определения трех ортогональных проекций вектора скорости. Разностным волновым векторам $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_4$, $\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4$ и $\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4$ сопоставляются ортогональные координатные оси x , y , z . Измеряются проекции вектора скорости на эти оси. Условие ортогональности легко получить из рис. 2.26: $\alpha = \beta = \gamma = \arcsin(1/\sqrt{3})$. Эта геометрия реализуется во всех основных типах оптических схем ЛДА. В схеме с опорным пучком $\mathbf{k}_4$ является волновым вектором освещающего, а $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$, $\mathbf{k}_3$ — волновыми векторами сигнальных рассеянных пучков [53]. При работе в дифференциальном режиме все четыре пучка являются освещающими. Для инверсно-дифференциальных схем все пучки — сигнальные рассеянные. Разделение сигналов, соответствующих ортогональным проекциям скорости, осуществляется любым из изложенных выше способов.

Рис. 2.26. Четырехпучковая векторная схема для определения трех ортогональных проекций скорости.

На основе рассмотренных схем могут быть организованы двухканальные устройства для измерения плоского вектора скорости и трехканальные — для измерения трехмерного вектора. Конкретная реализация этих устройств определяется специфическими условиями применения.

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ДОПЛЕРОВСКОГО СИГНАЛА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ МИ

§ 1. Рассеяние двух когерентных пучков одиночной частицей

Методы лазерной доплеровской анемометрии, как уже отмечалось ранее, основаны на регистрации изменяющегося во времени интерференционного поля, возникающего в рассеянном движущимися частицами излучении. В первом приближении частицы можно считать точечными, как это было сделано в гл. II. Такое приближение позволяет правильно рассчитывать доплеровский сдвиг частоты в различных случаях и анализировать принципы построения оптических схем ЛДА. Однако для расчета и оптимизации оптических и электронных схем, а также интерпретации результатов измерений необходимо знать значения амплитуды, фазы и поляризации рассеянного излучения и их распределения в пространстве. Это можно сделать на базе теории рассеяния Ми. Следует заметить, что даже рэлеевские частицы нельзя считать точечными, так как при рассеянии поляризованного света происходит изменение амплитуды и поляризации в пространстве.

Рассмотрим основные закономерности интерференции рассеянных на частице волн от двух падающих на нее когерентных пучков [1—3]. Отдельные аспекты этой задачи изучались в [4, 5]. Будем анализировать самый общий случай рассеяния, когда на частицу падают пучки с произвольной поляризацией, а рассеянное излучение наблюдается в любой точке пространства.

Пусть в начале системы координат x, y, z находится частица, на которую падают два когерентных пучка с волновыми векторами $\mathbf{k}_n$ ($n = 1, 2$) и круговыми частотами ω_n , причем векторы $\mathbf{k}_n$ лежат в плоскости xz и составляют с осью z углы α_n , а $|\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_1$. Для удобства описания поляризаций падающих пучков введем дополнительно две системы координат так, что оси y_n совпадают с осью y , а оси z_n направлены по $\mathbf{k}_n$ (рис. 3.1).

Точку наблюдения рассеянного излучения O , будем характеризовать расстоянием R , углом рассеяния θ между осью z и R ($0 \leq \theta \leq 180^\circ$) и азимутальным углом φ между осью x и плоскостью, проходящей через ось z и точку O , ($0 \leq \varphi \leq 360^\circ$).

Для нахождения интерференционной картины в точке наблюдения O , сначала вычислим составляющие рассеянного поля в системе координат, связанной с каждым падающим пучком, по методике, изложенной в § 1.5. Затем полученные составляющие

необходимо привести к единой системе координат, которую удобно определить следующим образом: ось ξ направить по линии OO_s ; ось ξ — перпендикулярно к плоскости, проходящей через ось z и точку наблюдения O_s в сторону, противоположную возрастанию угла φ ; ось η — параллельно этой плоскости. Определенная

Рис. 3.1. Рассеяние двух когерентных пучков на частице.

таким образом система координат $\xi\eta\zeta$ является правой. Проектирование составляющих рассеянного поля в данной системе координат сводится к умножению на матрицу поворота на угол β_n между плоскостью OzO_s и n -й плоскостью рассеяния.

Из (1.5.1) и (1.5.2) получаем общее выражение для составляющих рассеянных волн $E_{\xi n}$ и $E_{\eta n}$ в системе координат $\xi\eta\zeta$

$$\begin{pmatrix} E_{\xi n} \\ E_{\eta n} \end{pmatrix} = B_n \begin{pmatrix} \cos \beta_n & -\sin \beta_n \\ \sin \beta_n & \cos \beta_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1^* & S_3^* \\ S_4^* & S_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \varphi_n & -\cos \varphi_n \\ \cos \varphi_n & \sin \varphi_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{xn} \\ e_{yn} \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

где $B_n = \frac{j}{kR} \exp\{jkR\}$, а e_{xn} , e_{yn} — составляющие n -го единичного вектора поляризации падающего пучка на оси x_n и y_n . Амплитудные функции S_1 , S_2 , S_3 , S_4 зависят от углов θ_n и φ_n , определенных для каждого пучка. Входящие в (1.1) функции углов β_n , θ_n и φ_n выражаются через углы θ , φ и α_n следующим образом:

$$\begin{aligned} \sin \beta_n &= \sin \alpha_n \sin \varphi / \sin \theta_n, \\ \cos \beta_n &= (\sin \theta \cos \alpha_n - \sin \alpha_n \cos \theta \cos \varphi) / \sin \theta_n, \\ \sin \varphi_n &= \sin \theta \sin \varphi / \sin \theta_n, \\ \cos \varphi_n &= (\sin \theta \cos \varphi \cos \alpha_n - \cos \theta \cos \varphi \cos \alpha_n) / \sin \theta_n, \\ \cos \theta_n &= \cos \theta \cos \alpha_n + \cos \varphi \sin \theta \sin \alpha_n, \\ \sin \theta_n &= (1 - \cos^2 \theta_n)^{1/2} \geq 0. \end{aligned}$$

Выражение (1.1) позволяет рассчитывать составляющие рассеянной волны при произвольных поляризациях падающих пучков и

направлении наблюдения рассеянной волны для частиц с известными амплитудными функциями рассеяния. Заметим, что (1.1) можно записать в компактной форме, если перемножить стоящие перед составляющими вектора поляризации матрицы, тогда

$$\begin{pmatrix} E_{\xi n} \\ E_{\eta n} \end{pmatrix} = B_n \begin{pmatrix} S_{e1}^* & S_{e3}^* \\ S_{e4}^* & S_{e2}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{xn} \\ e_{yn} \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

где $S_{e1}, S_{e2}, S_{e3}, S_{e4}$ — эквивалентные амплитудные функции рассеяния. Комплексные амплитуды рассеянного излучения $E_{\xi n}$ и $E_{\eta n}$ зависят от амплитуды, поляризации и направления падения пучка, а также от направления наблюдения, расстояния R и свойств частиц.

Если S_1, S_2, S_3, S_4 являются чисто мнимыми, то и функции $S_{e1}, S_{e2}, S_{e3}, S_{e4}$ будут чисто мнимыми. Это означает, что частицу можно заменить поляризатором, пропускание и ориентация плоскости пропускания которого зависят от свойств частицы и направления наблюдения. Если S_1, S_2, S_3, S_4 являются комплексными, то частицу можно заменить совокупностью поляризатора и фазовой пластинки.

Компоненты электрического вектора суммарной рассеянной волны можно представить в виде

$$\begin{aligned} E_{\xi}(t) &= A_{\xi}(t) \exp \{-j[\omega_0 t - \varphi_{\xi}(t)]\}, \\ E_{\eta}(t) &= A_{\eta}(t) \exp \{-j[\omega_0 t - \varphi_{\eta}(t)]\}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где $A_{\xi}(t), A_{\eta}(t), \varphi_{\xi}(t), \varphi_{\eta}(t)$ — медленно меняющиеся амплитуды и фазы компонент рассеянной волны, $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$. Следовательно, в общем случае рассеянная волна является эллиптически поляризованной, причем параметры эллипса — эллиптичность, угол наклона большой оси и направление вращения для данной частицы зависят от направления наблюдения и времени.

Как известно, малая непоглощающая сферическая частица не изменяет состояния поляризации рассеянного излучения, если на нее падает линейно поляризованная волна, так как для такой частицы не возникает дополнительного фазового сдвига между составляющими рассеянной волны. Если падающая на частицу волна является эллиптически поляризованной, то рассеянная волна также будет эллиптически поляризованной, однако параметры эллипса поляризации будут другими, зависящими от направления. Когда на частицу падают два пучка с различными частотами, то, в соответствии с (1.3), разность фаз между составляющими рассеянной волны и их отношение зависят от времени, поэтому и параметры эллипса поляризации меняются во времени. Только в тех направлениях, где вклад в суммарную рассеянную волну от одного из пучков равен нулю, получается волна с неизменной

поляризацией. Если в некотором направлении поляризации рассеянных волн одинаковы, то суммарная волна характеризуется неизменными параметрами эллипса, а от времени зависит только интенсивность.

Заметим, что приведенные здесь рассуждения применимы и для случая интерференции пучков, собираемых в разных направлениях при освещении движущейся частицы одним пучком, как это имеет место в инверсно-дифференциальных схемах.

Интенсивность рассеянного излучения и видность интерференционной картины при освещении частицы двумя пучками

$$I_s(t) = |E_{s1}|^2 + |E_{s2}|^2 + 2 \operatorname{Re} E_{s1} E_{s2}^* \exp \{-j\omega_{12}t\}, \quad (1.4)$$

$$V = 2 |E_{s1} E_{s2}^*| / (|E_{s1}|^2 + |E_{s2}|^2),$$

где $\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$, E_{sn} — комплексные амплитуды рассеянных волн, рассчитываются по (1.1). Видность зависит от поляризаций и отношения амплитуд падающих пучков, угла между ними, свойств частиц и направления наблюдения; она равна единице при равенстве амплитуд рассеянных волн (амплитудное согласование) и совпадении их поляризаций (поляризационное согласование). Поскольку амплитуда рассеянной волны для данной частицы зависит не только от амплитуды и поляризации падающего пучка, но и от направления наблюдения, то, очевидно, равенство амплитуд рассеянных волн может быть обеспечено и при неравных амплитудах падающих пучков, а совпадение поляризаций падающих пучков не обеспечивает совпадения поляризаций рассеянных волн.

Если частица сферическая, пучки линейно поляризованы в плоскости $y_n z_n$ и рассеянное излучение наблюдается в плоскости xz , то в соответствии с (1.1) и (1.4) для видности имеем

$$V(\theta) = \frac{2 |S_1(\theta + \alpha_1) S_1^*(\theta + \alpha_2)| (I_{i1} I_{i2})^{1/2}}{I_{i1} |S_1(\theta + \alpha_1)|^2 + I_{i2} |S_1(\theta + \alpha_2)|^2},$$

где I_{i1} , I_{i2} — интенсивность падающих на частицу пучков. На рис. 3.2 показана зависимость видности от направления наблюдения, а на рис. 3.3 — от относительного размера частиц радиуса a для рассеяния Рэлея — Ганса при $I_{i1} = I_{i2}$, $2\alpha = 60^\circ$.

Для определенной точки наблюдения всегда можно добиться условия $V = 1$, установив на пути рассеянного излучения поляризационные устройства (поляризаторы и фазовые пластинки), поскольку рассеянные волны являются полностью поляризованными.

Приведенные выше соотношения (1.4) верны для всех направлений, исключая направления падающих пучков, где наблюдаются интерференция двух рассеянных волн и интерференция рассеянных волн с падающим пучком. Суммарное поле в направлении

первого пучка будет

$$E(t) = E_{i1}(t) + E_{s1}(t) + E_{s2}(t).$$

Поскольку практически всегда $E_{i1} \gg E_{s1}$, то наибольший интерес представляет интерференция падающего на частицу пучка и рассеянной от второго пучка волны, поэтому

$$I_s(t) = |E_{i1}|^2 + 2 \operatorname{Re} E_{i1} E_{s2}^* \exp\{-j\omega_{12}t\},$$

$$V = 2 |E_{s2} e_{i1}| / |E_{i1}|. \quad (1.5)$$

Интерференция волн E_{i1} и E_{s1} приводит к незначительному ослаблению падающего пучка, а интерференция волн E_{s1} и E_{s2} дает

Рис. 3.2. Зависимость видности интерференционной картины в рассеянном излучении от направления наблюдения.

Рис. 3.3. Зависимость видности интерференционной картины от относительного размера частицы.

малый вклад в интенсивность суммарного поля. Однако если амплитуды волн E_{i1} , E_{s1} и E_{s2} сравнимы, то необходимо учитывать интерференцию всех волн. Из (1.5) следует, что в направлении падающего пучка видность интерференционной картины незначительна, однако амплитуда переменной составляющей интенсивности суммарной волны больше, чем амплитуда переменной составляющей вне падающего пучка, так как

$$|E_{i1} E_{s2}^*| > |E_{s1} E_{s2}^*|.$$

При освещении частицы двумя некогерентными пучками соотношение (1.4) принимает вид $I_s = I_{s1} + I_{s2}$, т. е. имеет место простое суммирование интенсивностей. Используя (1.5.4), для I_s имеем

$$I_s = R^{-2} (I_{i1} d\sigma_{11} + I_{i2} d\sigma_{22}) d\Omega^{-1},$$

где $d\sigma_{11}$ и $d\sigma_{22}$ — дифференциальные сечения рассеяния для первого и второго пучков, I_{i1} и I_{i2} — интенсивности падающих пучков.

По аналогии с дифференциальным сечением рассеяния, характеризующим рассеивающие свойства частицы при освещении ее одним пучком (§ 1.5), можно дополнительно ввести величину когерентного дифференциального сечения рассеяния (КДСР), характеризующую рассеивающие свойства частицы при освещении двумя когерентными пучками и определяемую следующим соотношением [6]:

$$d\sigma_{12} = (E_{s1}E_{s2}^*/E_{i1}E_{i2}^*) R^2 d\Omega. \quad (1.6)$$

Определенное таким образом КДСР является комплексной величиной и зависит от волновых векторов $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$, единичных векторов поляризации падающих пучков $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$, направления наблюдения рассеянного излучения, размера и оптических свойств частицы и величины элементарного телесного угла $d\Omega$. Значение КДСР можно выразить через амплитудные функции рассеяния, в частности, для сферических частиц — через функции S_1 и S_2 .

Физический смысл величины $d\sigma_{12}$ можно выяснить, если представить (1.4) в следующем виде:

$$I_s(t) = R^{-2} [I_{i1}d\sigma_{11} + I_{i2}d\sigma_{22} + 2(I_{i1}I_{i2})^{1/2} |d\sigma_{12}| \cos(\omega_{12}t - \gamma)] d\Omega^{-1}, \quad (1.7)$$

где $\gamma = \arg d\sigma_{12}$. Поскольку $I_s R^2 d\Omega$ характеризует мощность рассеянного излучения в элементарном телесном угле $d\Omega$, то из (1.7) следует, что от $2(I_{i1}I_{i2})^{1/2} |d\sigma_{12}|$ зависит амплитуда переменной составляющей мощности рассеянного излучения, которую можно легко определить с помощью быстродействующих измерителей, следовательно, может быть измерена экспериментально и величина $|d\sigma_{12}|$. Фаза γ определяется путем измерения фазы осциллирующей составляющей мощности рассеянного излучения.

Если ввести единичные векторы поляризации рассеянных волн $\mathbf{e}_{s1}$ и $\mathbf{e}_{s2}$ и учесть (1.5.3), то (1.6) принимает вид

$$d\sigma_{12} = (d\sigma_{11}d\sigma_{22})^{1/2} \mathbf{e}_{s1}\mathbf{e}_{s2}^*, \quad (1.8)$$

т. е. величина $d\sigma_{12}$ определяется среднегеометрическим значением дифференциальных сечений рассеяния и скалярным произведением единичных векторов поляризаций рассеянных волн.

Из (1.4) и (1.8) имеем

$$V = \frac{\sqrt{2} [I_{i1}d\sigma_{11}I_{i2}d\sigma_{22}]^{1/2}}{I_{i1}d\sigma_{11} + I_{i2}d\sigma_{22}} |\mathbf{e}_{s1}\mathbf{e}_{s2}^*|.$$

Для получения максимальной видности необходимо обеспечить равенство $I_{i1}d\sigma_{11} = I_{i2}d\sigma_{22}$, тогда ее значение будет определяться только поляризационным согласованием рассеянных волн.

Рассеивающие свойства частицы в направлении одного из падающих на нее пучков будем характеризовать КДСР, которое по

аналогии с (1.6) следует записать в следующем виде:

$$d\sigma_{12}^r = (E_{s2}E_{i1}^*/E_{i2}E_{i1}^*) R^2 d\Omega. \quad (1.9)$$

Определенное таким образом КДСР зависит от оптических свойств частицы и условий ее освещения. Величина $d\sigma_{12}^r$ имеет размерность площади и характеризует амплитуду переменной составляющей мощности рассеянного излучения в направлении падающего пучка. Измерение $d\sigma_{12}^r$ дает информацию об амплитудных функциях рассеяния. Отличительной особенностью этого сечения рассеяния является прямая зависимость его от расстояния, т. е. $d\sigma_{12}^r \sim R$, так как амплитуда рассеянной волны уменьшается как R^{-1} . Для сферических частиц при освещении линейно поляризованными в плоскости yz пучками выражение для $d\sigma_{12}^r$ имеет вид

$$d\sigma_{12}^r = (j/kR) \exp\{jkR\} S_2^*(\alpha) R^2 d\Omega.$$

Мощность рассеянного излучения в конечном телесном угле $\Delta\Omega$ определяется соотношением

$$P_s(t) = (\varepsilon\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2} \int_{\Delta\Omega} I_s(t) R^2 d\Omega$$

и имеет вид

$$P_s(t) = (\varepsilon\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2} [I_{i1}\Delta\sigma_{11} + I_{i2}\Delta\sigma_{22} + 2(I_{i1}I_{i2})^{1/2} |\Delta\sigma_{12}| \cos(\omega_{12}t - \gamma_{12})], \quad (1.10)$$

где $\gamma_{12} = \arg \Delta\sigma_{12}$. Здесь величина $\Delta\sigma_{11}$ рассчитывается по (1.5.5), а $\Delta\sigma_{12}$ означает когерентное сечение рассеяния (КСР), определяемое соотношением

$$\Delta\sigma_{12} = \int_{\Delta\Omega} d\sigma_{12} = \int_{\Delta\Omega} \frac{E_{s1}E_{s2}^*}{E_{i1}E_{i2}^*} R^2 d\Omega. \quad (1.11)$$

Как известно, величины $\Delta\sigma_{11}$ и $\Delta\sigma_{22}$ монотонно увеличиваются с ростом угла $\Delta\Omega$. Для величины $|\Delta\sigma_{12}|$ столь однозначная зависимость от $\Delta\Omega$ отсутствует, это связано с тем, что в пределах телесного угла $\Delta\Omega$ поляризации и разность фаз рассеянных волн в общем случае меняются. На рис. 3.4 показана зависимость $|\Delta\sigma_{12}|$ (в относительных единицах) от апертуры приемной оптики $\Delta\theta$ ($\Delta\Omega = \Delta\theta\Delta\varphi$, $\Delta\varphi$ — мало) для частиц Рэля — Ганса, иллюстрирующая немонотонность этой функции.

Для дальнейших расчетов полезно ввести коэффициент согласования рассеянных волн в пределах телесного угла $\Delta\Omega$

$$\kappa = \Delta\sigma_{12}(\Delta\sigma_{11}\Delta\sigma_{22})^{-1/2}, \quad (1.12)$$

который имеет тот же смысл, что и коэффициент согласования при фотосмещении (1.6.5). Тогда коэффициент модуляции мощ-

ности рассеянного излучения в телесном угле $\Delta\Omega$ можно выразить как

$$m = 2(I_{11}\Delta\sigma_{11}I_{12}\Delta\sigma_{22})^{1/2}|\kappa|(I_{11}\Delta\sigma_{11} + I_{12}\Delta\sigma_{22})^{-1}. \quad (1.13)$$

При равенстве мощностей рассеянных волн коэффициент модуляции определяется только коэффициентом согласования рассеянных волн, т. е. $m = |\kappa|$, который зависит от согласования амплитуд, поляризаций и фаз рассеянных волн в пределах телесного угла $\Delta\Omega$. Интересно отметить, что коэффициент модуляции зависит также и от формы апертуры приемной оптики [7].

Для сферических непоглощающих частиц поляризационное согласование рассеянных волн обеспечивается всегда, если падающие пучки имеют линейную поляризацию вдоль оси y . Амплитудное согласование для малого телесного угла можно обеспечить изменением мощности падающих пучков. Однако фазовое согласование зависит только от свойств частицы и условий ее освещения.

Соотношения (1.1), (1.4), (1.6), (1.11) позволяют определить все параметры интерференционной картины, возникающей в рассеянном излучении при освещении частицы двумя когерентными пучками. В общем случае анализ этих выражений затруднен, поэтому рассмотрим случай рассеяния двух волн на малой сферической частице, амплитудные функции которой описываются выражениями (1.5.7) [2, 8]. Подставляя (1.5.7) в (1.1) и (1.7), получаем формулу для интенсивности рассеянного излучения.

Если падающие пучки линейно поляризованы и имеют одинаковые интенсивности $I_{11} = I_{12} = I_0$, то интенсивность рассеянного излучения можно представить в следующем виде:

$$I_s(\theta, \varphi, t) = 2I_0 \frac{16\pi^4 a^6}{R^2 \lambda^4} \left| \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right|^2 [f_0(\theta, \varphi) + f_c(\theta, \varphi) \cos(\omega_{12}t - \gamma)],$$

где функции $f_0(\theta, \varphi)$ и $f_c(\theta, \varphi)$ описывают угловую зависимость дифференциальных сечений рассеяния от направления наблюдения, причем

$$\begin{aligned} d\sigma_{11} + d\sigma_{22} &= \frac{16\pi^4 a^6}{\lambda^4} \left| \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right|^2 2f_0(\theta, \varphi) d\Omega, \\ |d\sigma_{12}| &= \frac{16\pi^4 a^6}{\lambda^4} \left| \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right|^2 f_c(\theta, \varphi) d\Omega. \end{aligned}$$

Рис. 3.4. Зависимость когерентного сечения рассеяния от апертуры приемной оптики при $2a = 20^\circ$, $\theta = 20^\circ$.

На рис. 3.5 представлены графики функций $f_\theta(\theta, \varphi)$, $f_c(\theta, \varphi)$ и $V(\theta, \varphi)$ для двух плоскостей xz и yz при $2\alpha = 90^\circ$ и наиболее типичных ориентаций векторов поляризации. Если падающие на частицу пучки имеют линейную поляризацию, направленную

Рис. 3.5. Рассеяние двух когерентных пучков на рэлеевской частице.

вдоль оси y (I), то амплитуды рассеянных волн меняются в пространстве одинаково, т. е. имеет место полное амплитудное согласование. В этом случае наблюдается и полное поляризационное согласование, поэтому $V = 1$ и не зависит от направления наблю-

дения. Кроме того, фаза γ также не зависит от направления наблюдения. Мощность рассеянного излучения в телесном угле 4π меняется так:

$$P_s(t) = 2P_{s1}(1 + \cos \omega_{12}t),$$

где P_{s1} — мощность рассеянного излучения от одного пучка. Часть II описывает случай, когда один пучок линейно поляризован в

$\omega_{12}t$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	2π
a)									
b)									
b)									
г)									

Рис. 3.6. Изменение состояния поляризации рассеянного излучения.

плоскости xz , а второй — вдоль оси y . Если падающие на частицу пучки линейно поляризованы в плоскости их падения (III), то зависимости $f_c(\theta, \varphi)$ и $V(\theta, \varphi)$ от направления наблюдения имеют более сложный вид, обусловленный как амплитудным, так и поляризационным рассогласованием световых волн. В плоскости xz вид диаграмм для $f_c(\theta, \varphi)$ и $V(\theta, \varphi)$ обусловлен амплитудным рассогласованием рассеянных волн при полном поляризационном согласовании, в то время как в плоскости yz вид диаграмм обусловлен поляризационным рассогласованием при полном амплитудном согласовании рассеянных волн. Кроме того, фаза γ зависит от направления наблюдения. Она равна нулю для горизонтальных лепестков и π для вертикальных, следовательно, мощность рассеянного света, собираемого в телесном угле 4π , во времени не меняется, т. е. $P_s = 2P_{s1}$. При такой поляризации падающих пучков в области их пересечения интерференция отсутствует [1.17]. Приведенный анализ показывает, что в рассеянном излучении интерференция наблюдается только в определенных направлениях, однако интерференции мощности рассеянного излучения в полном телесном угле не происходит.

Рассмотрим, как меняется состояние поляризации рассеянного малой частицей излучения. Если оба падающих пучка имеют ли-

нейную поляризацию, направленную вдоль оси $y(I)$, то вектор E , направлен вдоль меридианов сферы, убывая по амплитуде к полюсам, где равен нулю. При этом $\gamma_i = \gamma_n = 0$, т. е. рассеянное излучение все время остается линейно поляризованным, но амплитуда его промодулирована с частотой ω_{12} . Поляризационная диаграмма, соответствующая данному случаю, показана на рис. 3.6, а. Поляризация рассеянного излучения не зависит от угла между пучками 2α .

Если вектор E_{i1} расположен в вертикальной плоскости, а E_{i2} — в горизонтальной, то поляризация рассеянного излучения имеет сложный вид, причем параметры ее меняются как во времени, так и в пространстве. Рассмотрим более подробно случай, когда $2\alpha = 90^\circ$. На сфере, окружающей частицу, можно выделить ряд характерных областей. В точках с координатами $\theta_2 = 90^\circ$, $\varphi_2 = 0, 90, 180, 270^\circ$, где или $E_{s1} = 0$, или $E_{s2} = 0$, поляризация рассеянного излучения не меняется (рис. 3.6, б). В точках, принадлежащих линии, образованной при пересечении плоскости yx_2 со сферой, рассеянное излучение линейно поляризовано, причем амплитуда его промодулирована с частотой ω_{12} (рис. 3.6, а), а видность зависит от направления наблюдения. На сфере можно выделить также линии, где для некоторого момента времени амплитуды рассеянных волн одинаковы, $E_{s1} = E_{s2}$, ортогональны друг к другу, $E_{s1} \perp E_{s2}$, а разность фаз $\gamma = \pm 90^\circ$. Изменение поляризации для данного случая показано на рис. 3.6, в, из которого видно, что наблюдаются все виды поляризации: линейная, круговая и эллиптическая. Наконец, можно найти линии, где для некоторого момента времени меридиональная составляющая рассеянного света равна нулю (рис. 3.6, г). Здесь наблюдаются только линейная и эллиптическая поляризации рассеянного излучения.

§ 2. Временные и спектральные характеристики доплеровского сигнала от одиночной частицы

Анализ работы ЛДА требует в первую очередь знания структуры доплеровского сигнала как функции времени. Установим связь между параметрами фототока и оптическими характеристиками частиц, параметрами лазера, передающей и приемной оптики на основе теории рассеяния Ми.

Представим комплексную амплитуду зондирующего пучка в виде

$$E_{in}(\mathbf{r}) = e_{in}(\epsilon\epsilon_0/\mu_0)^{1/2}(c_n P_0)^{1/2} f_n(\mathbf{r}),$$

где e_{in} — единичный вектор поляризации, c_n — коэффициент деления лазерного пучка по мощности, P_0 — мощность лазера, $f_n(\mathbf{r})$ — комплексная функция, описывающая распределение амплитуды и фазы пучка в пространстве и нормированная следующим

образом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_n(x, y) f_n^*(x, y) dx dy = 1.$$

Амплитуда падающего на частицу поля зависит от ее местоположения. Пусть координата p -й частицы меняется по закону

$$\mathbf{r}_p(t) = \int_0^t \mathbf{v}_p(t') dt',$$

где $\mathbf{v}_p(t)$ — вектор скорости p -й частицы, тогда, за счет движения частицы, амплитуда рассеянного излучения также будет меняться во времени. Далее необходимо учесть, что излучение собирается приемной оптикой, действие которой можно описать аппаратной функцией $L(\mathbf{r})$, приведенной к области движения частицы, причем $|L(\mathbf{r})| \leq 1$. Изменение амплитуды рассеянного поля

$$E_{sn}^p(t) \sim f_n[\mathbf{r}_p(t)] L[\mathbf{r}_p(t)].$$

Если в схеме с несколькими зондирующими пучками рассеянное излучение собирается с помощью одной оптической системы, не чувствительной к поляризации рассеянных волн, то функция $L(\mathbf{r})$ будет одинаковой для всех пучков. Если в схеме с одним зондирующим пучком рассеянное излучение собирается различными оптическими системами, то $L(\mathbf{r})$ будут отличающимися для каждого пучка.

Обозначим $f_n[\mathbf{r}_p(t)] \equiv f_n^p(t)$, $L[\mathbf{r}_p(t)] \equiv L^p(t)$. С учетом (1.10) и введенных определений выражение для импульса фототока, возникающего под действием излучения от p -й частицы при освещении n -м пучком, имеет вид

$$i(t) = BP_0 c_n \Delta \sigma_{nn}^{pp} h_{nn}^{pp}(t), \quad (2.1)$$

где B — спектральная чувствительность фотоприемника, $h_{nn}^{pp}(t) \equiv |f_n^p(t)|^2 |L_n^p(t)|^2$ — огибающая импульса фототока, $\Delta \sigma_{nn}^{pp}$ — сечение рассеяния p -й частицы при освещении n -м пучком. Если в измерительную область направляются два когерентных пучка либо рассеянное излучение наблюдается по двум направлениям, то фотоприемник регистрирует результат интерференции рассеянных волн.

Временные характеристики доплеровского импульса в дифференциальных схемах. В соответствии с (2.1) и (1.10) для фототока имеем

$$i(t) = BP_0 \{c_1 \Delta \sigma_{11} h_{11}(t) + c_2 \Delta \sigma_{22} h_{22}(t) + 2(c_1 c_2)^{1/2} |\Delta \sigma_{12} h_{12}(t)| \cos[(\omega_{12} - \mathbf{Kv})t - \delta_{12}(t) - \gamma_{12}]\}, \quad (2.2)$$

где $\mathbf{K}$ — разностный вектор оптической схемы (гл. II), $\delta_{12}(t) \equiv \arg h_{12}(t) - \mathbf{Kv}t$. Для дифференциальных схем с двумя зонди-

рующими пучками

$$h_{11}(t) = |f_1(t)|^2 |L(t)|^2, \quad h_{22}(t) = |f_2(t)|^2 |L(t)|^2, \\ h_{12}(t) = f_1(t) f_2^*(t) |L(t)|^2.$$

В схемах с двумя рассеянными пучками

$$h_{11}(t) = |f(t)|^2 |L_1(t)|^2, \quad h_{22}(t) = |f(t)|^2 |L_2(t)|^2, \\ h_{12}(t) = |f(t)|^2 L_1^*(t) L_2(t).$$

В (2.2) функции $h_{11}(t)$, $h_{22}(t)$ и $h_{12}(t)$ зависят от местоположения частицы, а сечения рассеяния $\Delta\sigma_{11}$, $\Delta\sigma_{22}$, $\Delta\sigma_{12}$ — от ее оптических характеристик. Как видно из (2.2), фототок состоит из низкочастотной составляющей, обусловленной рассеянием света частицей, движущейся через первый и второй пучки, и высокочастотной составляющей, обусловленной интерференцией рассеянных волн и изменяющейся с доплеровской частотой.

Выражение (2.2) удобно представить в следующем виде:

$$i(t) = i_p(t) + i_D(t) \cos [(\omega_{12} - Kv)t - \delta_{12}(t) - \gamma_{12}], \quad (2.3)$$

где

$$i_p(t) = BP_0[c_1\Delta\sigma_{11}h_{11}(t) + c_2\Delta\sigma_{22}h_{22}(t)], \\ i_D(t) = BP_0 2(c_1c_2)^{1/2} |\Delta\sigma_{12}h_{12}(t)|$$

— низкочастотный пьедестал и доплеровская составляющие сигнала, отношение которых определяет коэффициент модуляции

$$m(t) = \frac{i_D(t)}{i_p(t)} = \frac{2(c_1c_2)^{1/2} |\Delta\sigma_{12}h_{12}(t)|}{c_1\Delta\sigma_{11}h_{11}(t) + c_2\Delta\sigma_{22}h_{22}(t)}. \quad (2.4)$$

Тогда (2.3) можно записать в виде

$$i(t) = i_p(t) \{1 + m(t) \cos [(\omega_{12} - Kv)t - \delta_{12}(t) - \gamma_{12}]\}.$$

На рис. 3.7 показано несколько типичных ситуаций формирования доплеровского сигнала в дифференциальной схеме. При движении малой частицы ($\Delta\sigma_{11} = \Delta\sigma_{22} = \Delta\sigma_{12}$) через центр пересечения равных по мощности ($c_1 = c_2$) и одинаковых по форме пучков (рис. 3.7, а) наблюдается полная модуляция доплеровского сигнала в течение всего импульса. Если малая частица движется не по центру пересечения пучков (рис. 3.7, б), то функции $h_{11}(t)$ и $h_{22}(t)$ сдвинуты по времени, и импульс фототока имеет большую длительность, чем в случае а, причем коэффициент модуляции в течение импульса меняется от нуля на краях импульса до единицы в середине. Если малая частица движется через центр пересечения не равных по мощности ($c_1 \neq c_2$), но одинаковых по форме лазерных пучков (рис. 3.7, в), то наблюдается неполная модуляция импульса фототока, однако коэффициент модуляции остается постоянным, зависящим от коэффициентов деления пуч-

ков. Движение малой частицы не по центру пересечения пучков разной мощности (рис. 3.7, з) приводит к несимметричному доплеровскому сигналу. Движение частицы, для которой $\Delta\sigma_{11} = \Delta\sigma_{22} \neq \Delta\sigma_{12}$, через центр одинаковых по мощности и форме пучков

Рис. 3.7. Вид доплеровских сигналов.

приводит к симметричному импульсу с неполной модуляцией, причем коэффициент модуляции зависит от сечений рассеяния.

Структура доплеровского сигнала в схеме с опорным пучком. В схемах с опорным пучком на фотоприемник попадают три волны: две рассеянные и одна опорная. Поэтому выражение для фототока принимает вид

$$\begin{aligned}
 i(t) = & BP_0 [c_1 + c_1 \Delta\sigma_{11} h_{11}(t) + c_2 \Delta\sigma_{22} h_{22}(t) + \\
 & + 2(c_1 c_2)^{1/2} |\Delta\sigma_{12} h_{12}(t)| \cos[(\omega_{12} - K\mathbf{v})t - \delta_{12}(t) - \gamma_{12}] + \\
 & + 2(c_1 c_2)^{1/2} |\Delta\sigma_{12}^r h_{12}^r(t)| \cos[(\omega_{12} - K\mathbf{v})t - \delta_{12}^r(t) - \gamma_{12}^r] + \\
 & + 2c_1 |\Delta\sigma_{11}^r h_{11}^r(t)| \cos[\delta_{11}^r(t) - \gamma_{11}^r]], \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

где индекс «r» соответствует опорной волне.

Видно, что в общем случае структура доплеровского сигнала в схеме с опорным пучком существенно сложнее, чем в дифференциальной схеме. Первый член в (2.5) описывает постоянную составляющую фототока, возникающую под действием опорного пучка. Как правило, мощность его намного меньше мощности второго пучка, так что $c_1 \ll c_2$. Второй и третий члены описывают низкочастотные составляющие фототока, возникающие под действием рассеянного излучения от движущейся частицы через первый и второй пучки соответственно. (Здесь не учитывается ослабление опорного пучка за счет рассеяния.) Остальные три члена описывают результат интерференции: двух рассеянных волн, рассеянных волн с опорным пучком. На практике обычно реализуется

случай, когда можно пренебречь всеми членами, кроме первого и пятого. Физически это означает, что пренебрегаем результатом интерференции двух рассеянных волн по сравнению с результатом интерференции рассеянной волны от второго и опорного пучков. В этом случае (2.5) принимает вид

$$i(t) = BP_0 \{c_1 + 2(c_1 c_2)^{1/2} |\Delta \sigma_{12}^r h_{12}^r(t)| \cos[(\omega_{12} - K v)t - \delta_{12}^r(t) - \gamma_{12}^r]\}. \quad (2.6)$$

Из сравнения (2.3) и (2.6) видно, что хотя коэффициент модуляции сигнала в схеме с опорным пучком

$$m = 2[(c_1 c_2)^{1/2} / c_1] |\Delta \sigma_{12}^r h_{12}^r(t)|$$

меньше, чем в дифференциальной схеме, однако амплитуда высокочастотной составляющей в первой схеме больше.

Спектральные характеристики доплеровского импульса. Рассмотрим спектр доплеровского импульса от одной частицы. Преобразование Фурье выражения (2.3) дает

$$i(\Omega) = i_p(\Omega) + i_D[\Omega - (\omega_{12} - K v)] + i_D[\Omega + (\omega_{12} - K v)],$$

где

$$i_p(\Omega) = BP_0 [c_1 \Delta \sigma_{11} h_{11}(\Omega) + c_2 \Delta \sigma_{22} h_{22}(\Omega)], \quad i_D(\Omega) = BP_0 2(c_1 c_2)^{1/2} \Delta \sigma_{12} h_{12}(\Omega),$$

$$h_{11}(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{11}(t) \exp\{-j\Omega t\} dt, \quad h_{22}(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{22}(t) \exp\{-j\Omega t\} dt,$$

$$h_{12}(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{12}(t) \exp\{-j\Omega t\} dt.$$

Спектр доплеровского сигнала равен

$$I(\Omega) = i(\Omega) i^*(\Omega)$$

и состоит из трех членов: низкочастотного, сосредоточенного в области нулевых частот, и двух высокочастотных, сосредоточенных около частот $\Omega_s = \pm(\omega_{12} - K v)$, однако физический смысл имеют только положительные частоты. Ширина спектра высокочастотной составляющей $\Delta \Omega_D$ зависит от длительности импульса $\Delta \tau$, которая, в свою очередь, определяется размером измерительной области в направлении движения частицы и ее скоростью. Из свойств преобразования Фурье [9] следует, что

$$\Delta \Omega_D \Delta \tau = \Delta \Omega_D \Delta l / v = \text{const.}$$

Константа принимает значение порядка единицы и зависит от способа определения длительности и ширины спектра. Чем короче импульс, тем ширина спектра больше. Поскольку размер изме-

рительной области постоянен, то ширина спектра увеличивается с ростом скорости. Так как при этом увеличивается и частота сигнала, то относительное уширение спектра при $\omega_{12} = 0$ остается постоянным и равным

$$\Delta\Omega_D/Kv = \Delta l/\Delta l = 1/M,$$

где размер измерительной области Δl и шаг интерференционной картины измеряются в направлении движения частицы, M — число интерференционных полос, укладывающихся на расстоянии Δl . При $\omega_{12} \neq 0$ относительная ширина спектра определяется соотношением

$$\frac{\Delta\Omega_D}{|\omega_{12} - Kv|} = \frac{2\pi}{\Delta\tau} \frac{1}{|\omega_{12} - Kv|} = \frac{1}{M_T},$$

где M_T — число периодов доплеровского сигнала.

Таким образом, параметрами, характеризующими доплеровский сигнал от одной частицы, являются: а) низкочастотный пьедестал $i_p(t)$; б) амплитуда доплеровской составляющей $i_D(t)$; в) коэффициент модуляции $m(t)$; г) частота сигнала $\Omega_s = \left| \omega_{12} - \frac{\partial}{\partial t} \delta_{12}(t) \right|$; д) длительность импульса $\Delta\tau$; е) ширина спектра доплеровской составляющей $\Delta\Omega_D$; ж) число периодов сигнала M_T .

§ 3. Характеристики доплеровского сигнала от ансамбля частиц

Каждая частица, пролетая измерительный объем, дает импульс фототока, параметры которого зависят от оптических свойств частицы, ее траектории и скорости движения. Каждый из указанных параметров является случайной величиной, поэтому реальный доплеровский сигнал, получаемый от совокупности движущихся частиц, имеет весьма сложный характер. Для описания свойств такого сигнала необходимо пользоваться статистическими характеристиками. Рассмотрим более подробно причины, вызывающие статистический характер доплеровского сигнала.

В реальном потоке, как правило, присутствуют полидисперсные частицы. Поскольку амплитуда сигнала зависит от размера и оптических свойств частиц, то их полидисперсность приводит к статистическому характеру амплитуды сигнала. Если освещенность в пределах измерительного объема неравномерна, то случайное расположение частиц является второй причиной разброса амплитуд, а также и причиной случайных длительности, формы и моментов появления импульса. На параметры сигнала оказывают влияние случайное число частиц и характер их движения, что приводит к случайному изменению частоты сигнала. Для ламинарного течения скорость всех частиц, расположенных вдоль

одной линии потока, будет одинаковой, однако наличие градиента скорости в измерительном объеме приводит к различной частоте импульса, даваемого каждой частицей. Изменяет частоту и неравномерность периода интерференционной картины в измерительном объеме, связанная со случайным изменением характеристик

Рис. 3.8. Последовательности импульсов фототока в одночастичном (а) и многочастичном (б) режимах.

среды, через которую распространяются лазерные пучки. Этот фактор наиболее существен в потоках с градиентом плотности или температуры, например, в пламенах и стратифицированных жидкостях [10].

Для анализа характеристик сигнала и работы радиоизмерительной аппаратуры важно различать два крайних режима формирования сигнала: одночастичный, когда в измерительном объеме находится не более одной частицы, а вероятность появления двух и более частиц пренебрежимо мала, и многочастичный, когда в измерительном объеме одновременно находится много частиц. Одночастичный режим характеризуется параметром замирания, который показывает отношение времени отсутствия сигнала к времени измерения. На рис. 3.8 показаны последовательности импульсов фототока в одночастичном и многочастичном режимах, иллюстрирующие случайный характер доплеровского сигнала.

Получим выражение для фототока в обобщенных оптических схемах ЛДА [1, 11, 12]. Все оптические схемы разделим на две группы: а) схемы с многими зондирующими пучками; б) схемы с многими рассеянными пучками. В первом случае в измерительный объем направляются несколько зондирующих пучков, а рассеянное излучение наблюдается в каком-то одном направлении; во втором случае измерительный объем зондируется одним лазерным пучком, а рассеянное излучение собирается по многим направлениям и далее оптической системой направляется на фотоприемник. Кроме того, в каждой из этих групп могут использоваться два режима регистрации рассеянного излучения: дифференциальный, когда на поверхность фотоприемника направля-

ются только рассеянные волны, и фотосмещения, когда на поверхность фотоприемника направляются кроме рассеянных волн еще и опорные пучки. Оптические схемы, в которых используются несколько зондирующих пучков и несколько рассеянных, можно

Рис. 3.9. Обобщенная оптическая схема ЛДА с N зондирующими пучками (а) и N рассеянными пучками (б).

описать путем обобщения результатов, полученных для указанных выше схем.

На рис. 3.9 показаны основные элементы оптических схем ЛДА. В схеме а с несколькими зондирующими пучками излучение лазера 1 проходит расщепитель пучка 2, после которого получают N когерентных пучков, каждый из которых проходит свой однополосный модулятор 3, так что частоты получаются различными. Фокусирующая система 4 направляет эти пучки в измерительный объем исследуемого потока 5. Рассеянное излучение и один или несколько зондирующих пучков приемной системой 6 направляются на фотоприемник. В дифференциальном режиме работы на фотоприемник направляются только рассеянные волны. Приемная оптическая система является линейным пространственным фильтром, осуществляющим выделение измерительного объема.

В схеме б со многими рассеянными пучками исследуемый поток 5 зондируется одним лазерным пучком. Рассеянное излучение собирается под разными углами оптической системой 2 так, что получается N пучков рассеянного излучения, каждый из которых проходит свой однополосный модулятор 3. Оптической системой 4 эти пучки сводятся в один пучок и приемной оптикой 6 направляются на фотоприемник 7.

Для рассеянной волны на неподвижной p -й частице, освещаемой n -м зондирующим пучком, напряженность электрического поля запишем в виде

$$E_{sn}^p(t) = E_{sn}^p \exp \{-j\omega_n t\},$$

где E_{sn}^p — комплексная векторная амплитуда рассеянной волны на p -й частице, ω_n — частота n -го пучка. Для второй схемы E_{sn}^p означает напряженность электрического поля n -го пучка рассеянной волны, а также учитывается, что частота каждого из рассеянных пучков сдвигается в однополосном модуляторе. Напряженность электрического поля r -го опорного пучка на поверхности фотоприемника будет

$$E_r(t) = E_r \exp\{-j\omega_r t\}.$$

Напряженность суммарного поля на поверхности фотоприемника

$$E(t) = \sum_{r=1}^R E_r(t) + \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P E_{sn}^p(t),$$

где R — число опорных пучков, P — число частиц в измерительном объеме.

Интенсивность излучения в некоторой точке поверхности фотоприемника находится путем возведения в квадрат и усреднения по времени напряженности суммарного поля

$$\begin{aligned} I(t) = & \sum_{r=1}^R E_r E_r^* + \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P E_{sn}^p E_{sn}^{*p} + \operatorname{Re} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{p,q=1 \\ p \neq q}}^P E_{sn}^p E_{sn}^{*q} + \\ & + 2\operatorname{Re} \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P E_{sn}^p E_r^* \exp\{-j\omega_{nr}t\} + 2\operatorname{Re} \sum_{\substack{n,l=1 \\ n \neq l}}^N \sum_{\substack{p,q=1 \\ p \neq q}}^P E_{sn}^p E_{sl}^{*q} \times \\ & \times \exp\{-j\omega_{nl}t\} + 2\operatorname{Re} \sum_{\substack{n,l=1 \\ n \neq l}}^N \sum_{\substack{p,q=1 \\ p \neq q}}^P E_{sn}^p E_{sl}^{*q} \exp\{-j\omega_{nl}t\}, \quad (3.1) \end{aligned}$$

где $\omega_{nr} = \omega_n - \omega_r$.

Первые два члена в (3.1) описывают постоянную составляющую интенсивности света, обусловленную опорными пучками и рассеянным излучением от P частиц, облучаемых N пучками. Для схемы рис. 3.9, б второй член означает интенсивность излучения, рассеянного P частицами, собранного в N направлениях и направленного на поверхность фотоприемника. Из (3.1) следует, что чем больше пучков и чем больше частиц, тем больше интенсивность рассеянного излучения. Однако необходимо помнить, что в схеме рис. 3.9, а увеличение числа пучков автоматически приводит к уменьшению их мощности, так как мощность лазера остается постоянной. Для схемы же б увеличение числа пучков действительно вызывает возрастание интенсивности рассеянного излучения на поверхности фотоприемника. Увеличение числа частиц в измерительном объеме ведет к линейному увеличению интенсивности рассеянного света до тех пор, пока имеет место однократное

рассеяние. Наличие интерференции в рассеянном излучении приводит к перераспределению интенсивности в пространстве и во времени. Заметим, что первые два члена были бы такими же и при некогерентном облучении частиц.

Третий член описывает результат интерференции рассеянных волн от пары частиц p и q , находящихся в одном и том же пучке.

Четвертый член описывает меняющуюся во времени интерференцию рассеянных волн с опорными пучками. Суммирование ведется по числу опорных пучков, числу зондирующих пучков и числу частиц. Обычно выполняется условие $E_r \gg E_{sn}^p$, поэтому в схемах с опорным пучком основную роль в (3.1) играют первый и четвертый члены, а остальными можно пренебречь. Однако при этом следует иметь в виду, что отбрасываемые члены в (3.1) находятся в другом спектральном диапазоне.

Пятый член описывает результат интерференции волн, рассеянных на одной и той же частице, освещаемой различными пучками. Суммирование ведется по числу частиц и числу зондирующих пучков.

Последний член описывает результат интерференции волн, рассеянных частицами p и q , освещаемых пучками n и l . Суммирование ведется по числу частиц и числу пучков. Вид интерференционной картины соответствует случаю интерференции волн от пары частиц, освещаемых одним пучком, однако в данном случае получается изменяющаяся во времени картина, так как частоты пучков n и l различны. Этот член описывает когерентные эффекты, возникающие на частоте ω_{nl} . Анализ интерференционных эффектов при рассеянии двух когерентных пучков света совокупностью точечных частиц проводился в § II.2.

По аналогии с (1.6) интерференцию рассеянного излучения от двух частиц можем характеризовать КДСР

$$d\sigma_{nn}^{pq} = (E_{sn}^p E_{sn}^{*q} / E_n E_n^*) R^2 d\Omega. \quad (3.2)$$

Это сечение рассеяния зависит не только от рассеивающих свойств частиц, условий освещения и наблюдения рассеянного излучения, но и от расстояния между частицами.

В общем случае рассеивающие свойства пары частиц характеризуются когерентным дифференциальным сечением рассеяния вида

$$d\sigma_{nl}^{pq} = (E_{sn}^p E_{sl}^{*q} / E_n E_l^*) R^2 d\Omega. \quad (3.3)$$

Это сечение рассеяния является наиболее общим, так как при $p = q$ получаем КДСР, определенное в (1.6), а при $n = l$ — определенное в (3.2).

Для схемы рис. 3.9, б выражение (3.3) принимает вид

$$d\sigma_{nl}^{pq} = (E_{sn}^p E_{sl}^{*q} / E_i E_i^*) R^2 d\Omega.$$

1. Для дифференциальных схем выражение для фототока, когда поток зондируется N когерентными пучками либо рассеянное излучение собирается при помощи N приемных систем, а в измерительном объеме находится P частиц, в соответствии с (3.1) имеет вид

$$\begin{aligned}
 i(t) = BP_0 \left\{ \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P c_n \Delta \sigma_{nn}^{pp} h_{nn}^{pp}(t) + \operatorname{Re} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{p,q=1 \\ p \neq q}}^P c_n \Delta \sigma_{nn}^{pq} |h_{nn}^{pq}(t)| \times \right. \\
 \times \exp \{-j[\Omega_{nn}^{pq} t - \delta_{nn}^{pq}(t)]\} + 2 \operatorname{Re} \sum_{\substack{n,l=1 \\ n \neq l}}^N \sum_{p=1}^P (c_n c_l)^{1/2} \Delta \sigma_{nl}^{pp} |h_{nl}^{pp}(t)| \times \\
 \times \exp \{-j[\Omega_{nl}^{pp} t - \delta_{nl}^{pp}(t)]\} + 2 \operatorname{Re} \sum_{\substack{n,l=1 \\ n \neq l}}^N \sum_{\substack{p,q=1 \\ p \neq q}}^P (c_n c_l)^{1/2} \Delta \sigma_{nl}^{pq} |h_{nl}^{pq}(t)| \times \\
 \left. \times \exp \{-j[\Omega_{nl}^{pq} t - \delta_{nl}^{pq}(t)]\} \right\}. \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

Здесь $h_{nl}^{pq}(t)$ — огибающая элементарного импульса фототока, возникающего под действием n -го и l -го пучков от p -й и q -й частиц, Ω_{nl}^{pq} — разность частот рассеянных волн двух пучков (n и l) от двух частиц (p и q), $\delta_{nl}^{pq}(t)$ — медленно изменяющаяся разность фаз для двух пучков (n и l) от двух частиц (p и q), $\Delta \sigma_{nl}^{pq}$ — когерентное сечение рассеяния для двух пучков (n и l) и двух частиц (p и q). Для указанных выше схем (рис. 3.9) введенные величины определяются следующими соотношениями:

$$a) h_{nl}^{pq}(t) = f_n^p(t) L_n^p(t) f_l^{*q}(t) L_n^{*q}(t),$$

$$б) h_{nl}^{pq}(t) = f^p(t) L_n^p(t) f^{*q}(t) L_l^{*q}(t),$$

$$a) \Omega_{nl}^{pq} = \omega_{nl} - (\mathbf{k}_n \mathbf{v}_p - \mathbf{k}_l \mathbf{v}_q),$$

$$б) \Omega_{nl}^{pq} = \omega_{nl} - (\mathbf{k}_{sn} \mathbf{v}_p - \mathbf{k}_{sl} \mathbf{v}_q);$$

$$a) \delta_{nl}^{pq}(t) = \arg h_{nl}^{pq}(t) - (\mathbf{k}_n \mathbf{v}_p - \mathbf{k}_l \mathbf{v}_q) t,$$

$$б) \delta_{nl}^{pq}(t) = \arg h_{nl}^{pq}(t) - (\mathbf{k}_{sn} \mathbf{v}_p - \mathbf{k}_{sl} \mathbf{v}_q) t,$$

$$a) \Delta \sigma_{nl}^{pq} = \int_{\Delta \Omega} \frac{E_{sn}^p E_{sl}^{*q}}{E_{in} E_{il}^*} R^2 d\Omega,$$

$$б) \Delta \sigma_{nl}^{pq} = \int_{\Delta \Omega} \frac{E_{sn}^p E_{sl}^{*q}}{E_i E_i^*} R^2 d\Omega,$$

где $\mathbf{k}_n$ — волновой вектор n -го падающего пучка; $\mathbf{k}_{sn}$ — волновой вектор n -го рассеянного пучка. Выражения а) относятся к схеме с N зондирующими пучками, а б) — к схеме с N рассеянными пучками.

Проанализируем выражение (3.4).

Первый член описывает изменение фототока за счет движения частиц. Спектр его лежит в области нулевых частот, а ширина зависит от скорости частиц. Если используются только два непересекающихся пучка, то при движении частицы наблюдаются два импульса фототока, временная задержка τ между которыми дает информацию о скорости частицы: $v = b/\tau$, где b — расстояние между пучками по линии движения частицы. Это так называемый времяпролетный метод измерения скорости потока [II.21]. Достоинство этого метода состоит в большой светосиле, так как сечение рассеяния $\Delta\sigma_{nn}^{pp}$ растет с ростом апертуры приемной оптики. Недостатками являются малая локальность, составляющая единицы миллиметров, и возможность измерений только при высокой концентрации частиц. Регистрация скорости возможна и при помощи одного лазерного пучка путем измерения длительности импульса, даваемого одной частицей, пролетающей через пучок.

Второй член в (3.4) описывает изменение фототока за счет интерференции волн, рассеянных на паре частиц. Частота изменения этой составляющей зависит от разности скоростей движения частиц, т. е. $\Omega_{nn}^{pq} = k_n(v_p - v_q)$. Это широко используется при изучении броуновского движения частиц, когда на исследуемый объект направляется один пучок и наблюдается спектр биений фототока.

Третий член описывает работу лазерных анемометров в одночастичном режиме. Подробный анализ этого члена проводился в § 2 настоящей главы.

Последний член в (3.4) описывает когерентные эффекты, возникающие при нахождении в измерительном объеме многих частиц [II.15—18].

2. В схеме с опорным пучком выражение для фототока имеет вид

$$\begin{aligned}
 i(t) = & BP_0 \left\{ \sum_{r=1}^R c_r + \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P c_n \Delta\sigma_{nn}^{pp} h_{nn}^{pp}(t) + \right. \\
 & + \operatorname{Re} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{p,q=1 \\ p \neq q}}^P c_n \Delta\sigma_{nn}^{pq} |h_{nn}^{pq}(t)| \exp \{ -j [\Omega_{nn}^{pq} t - \delta_{nn}^{pq}(t)] \} + \\
 & + 2\operatorname{Re} \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P (c_n c_r)^{1/2} \Delta\sigma_{nr}^{pr} |h_{nr}^{pr}(t)| \exp \{ -j [\Omega_{nr}^{pr} t - \delta_{nr}^{pr}(t)] \} + \\
 & + 2\operatorname{Re} \sum_{\substack{n,l=1 \\ n \neq l}}^N \sum_{p=1}^P (c_n c_l)^{1/2} \Delta\sigma_{nl}^{pp} |h_{nl}^{pp}(t)| \exp \{ -j [\Omega_{nl}^{pp} t - \delta_{nl}^{pp}(t)] \} + \\
 & + 2\operatorname{Re} \sum_{\substack{n,l=1 \\ n \neq l}}^N \sum_{\substack{p,q=1 \\ p \neq q}}^P (c_n c_l)^{1/2} \Delta\sigma_{nl}^{pq} |h_{nl}^{pq}(t)| \exp \{ -j [\Omega_{nl}^{pq} t - \delta_{nl}^{pq}(t)] \} \}. \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

Здесь c_r — часть мощности лазера, приходящаяся на r -й опорный пучок и попадающая на фотоприемник; $h_{nr}^{pr}(t)$ — огибающая элементарного импульса фототока, возникающая под действием n -го пучка от p -й частицы при фотосмещении с опорным r -м пучком; Ω_{nr}^{pr} — разность частот рассеянной волны n -го пучка от p -й частицы и опорного r -го пучка; $\delta_{nr}^{pr}(t)$ — медленно изменяющаяся разность фаз для n -го пучка от p -й частицы при фотосмещении с опорным r -м пучком; $\Delta\sigma_{nr}^{pr}$ — когерентное сечение рассеяния для p -й частицы и n -го пучка при фотосмещении с опорным r -м пучком.

Входящие в (3.5) параметры определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \text{а) } h_{nr}^{pr}(t) &= f_n^p(t) L_r^p(t), & \text{б) } h_{nr}^{pr}(t) &= f_r^p(t) L_n^p(t), \\ \text{а) } \Omega_{nr}^{pr} &= \omega_{nr} - (\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_r) \mathbf{v}_p, & \text{б) } \Omega_{nr}^{pr} &= \omega_{nr} - (\mathbf{k}_{sn} - \mathbf{k}_r) \mathbf{v}_p, \\ \text{а) } \delta_{nr}^{pr}(t) &= \arg h_{nr}^{pr}(t) - (\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_r) \mathbf{v}_p t, \\ \text{б) } \delta_{nr}^{pr}(t) &= \arg h_{nr}^{pr}(t) - (\mathbf{k}_{sn} - \mathbf{k}_r) \mathbf{v}_p t; \end{aligned}$$

когерентное сечение рассеяния

$$\Delta\sigma_{nr}^{pr} = \int_{\Delta\Omega} \frac{E_{sn}^p E_r^*}{E_n E_r^*} R^2 d\Omega. \quad (3.6)$$

В отличие от (3.4), в (3.5) присутствуют два дополнительных члена: первый описывает постоянную составляющую фототока, возникающую под действием опорных пучков, четвертый описывает составляющую фототока, возникающую за счет интерференции рассеянных волн с опорной волной. Поскольку на практике реализуется случай, когда $E_r \gg E_{sn}$, то (3.5) принимает более простой вид

$$\begin{aligned} i(t) &= BP_0 \left\{ \sum_{r=1}^R c_r + 2 \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P (c_n c_r)^{1/2} |\Delta\sigma_{nr}^{pr} h_{nr}^{pr}(t)| \times \right. \\ &\quad \left. \times \exp \{ -j[\Omega_{nr}^{pr} t - \delta_{nr}^{pr}(t) - \gamma_{nr}] \} \right\}. \end{aligned}$$

Именно это выражение и анализируется часто в литературе [I. 61—69], однако не всегда подчеркивается его приближенный характер.

Перейдем к анализу статистических характеристик доплеровского сигнала. Нахождение среднестатистических значений сигнала означает усреднение по параметрам частиц (размеру, форме, оптическим характеристикам), их местоположению в пределах измерительного объема и скоростям. В общем случае такое усреднение провести затруднительно, особенно если необходимо учиты-

вать наличие корреляций между отдельными параметрами, однако для целого ряда практически важных задач удается получить результаты в аналитической форме [13—21, 1.63—65].

Параметры случайного доплеровского сигнала, представляющие интерес для экспериментаторов, зависят от конкретного вида измерительной аппаратуры. Для систем несledящего типа, таких как анализаторы и корреляторы, необходимо знать энергетический спектр фототока или его корреляционную функцию. Для следящих систем важно знать статистические характеристики доплеровского сигнала как функции времени.

В двухфазных потоках имеется определенная связь между скоростью частицы, ее местоположением и размерами. Например, при наличии градиента скорости поперек канала может быть ситуация, когда через определенную точку пространства движутся частицы одного размера, несмотря на то, что в потоке имеются полидисперсные частицы. Поэтому при достаточной локальности измерений вычисление параметров доплеровского сигнала в этом случае будет таким же, как и для монодисперсных частиц. Другая ситуация наблюдается в ускоряющемся или замедляющемся потоке с полидисперсными частицами, которые по-разному увлекаются потоком. В этом случае через измерительный объем движутся частицы с разными скоростями, причем скорость частиц однозначно связана с их размером.

В некоторых случаях наблюдается зависимость концентрации частиц от координат, что может привести к искажению измеренного профиля скорости по сравнению с истинным. Зависимость от расстояния между частицами также сказывается на статистических характеристиках сигнала. В частности, движение цепочки частиц с почти постоянным расстоянием между ними приводит к появлению дискретных составляющих в спектре доплеровского сигнала.

Импульсный случайный процесс, каким является доплеровский сигнал от многих частиц, характеризуется усредненной по времени корреляционной функцией $R(\tau)$, преобразование Фурье которой дает энергетический спектр данного процесса. Для расчета $R(\tau)$ используется соотношение

$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} i(t) i(t + \tau) dt.$$

Согласно теореме Винера — Хинчина энергетический спектр фототока равен

$$G(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \exp\{-j\Omega\tau\} d\tau.$$

Каждая частица, в соответствии с (3.4), (3.5), пролетая измерительный объем, дает импульс фототока случайной формы. Одна-

ко в целом ряде практически важных случаев при достаточной локальности измерений форма импульса не меняется. Тогда случайный импульсный процесс, порождаемый движением частиц с постоянной скоростью, характеризуется только случайными амплитудой и моментом появления. При этом

$$i(t) = \sum_{p=0}^{\infty} i_p h(t - t_p),$$

где в соответствии с (3.4) для дифференциальной схемы имеем

$$i_p = BP_0 (c_1 \Delta \sigma_{11}^{pp} + c_2 \Delta \sigma_{22}^{pp}), \quad h(t) = h_{11}(t) [1 + m \cos \Omega_s t]$$

и считаем, что коэффициент модуляции импульса не зависит от размера частиц.

Если моменты появления импульсов удовлетворяют статистике Пуассона, что означает равномерное распределение частиц в потоке, то статистические характеристики такого процесса вычисляются по следующим соотношениям [22]:

$$\begin{aligned} \langle i(t) \rangle &= n \langle i_p \rangle \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt, \\ \langle i^2(t) \rangle &= \langle i(t) \rangle^2 + n \langle i_p^2 \rangle \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt, \\ R(\tau) &= \langle i(t) \rangle^2 + n \langle i_p^2 \rangle \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h(t + \tau) d\tau, \\ G(\Omega) &= 2\pi \langle i(t) \rangle^2 d\Omega + n \langle i_p^2 \rangle |h(\Omega)|^2, \\ h(\Omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \exp \{-j\Omega t\} dt, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где n — среднее число импульсов за 1 с.

Таким образом, для вычисления статистических характеристик фототока необходимо знать среднее число частиц, пролетающих измерительный объем за 1 с, среднее значение амплитуды импульса фототока, даваемого отдельной частицей, и ее квадрата. Расчет этих значений требует знания плотности распределения вероятности для сечений рассеяния и освещенности в измерительном объеме. Если случайными оказываются не только амплитуды и моменты появления импульсов, но и их форма, то вычисление статистических характеристик фототока необходимо проводить по более сложным формулам [9].

Для многочастичного режима в большинстве случаев зависимость высокочастотной составляющей фототока от времени является узкополосным случайным процессом, который можно

представить в следующем виде:

$$i(t) = i_D(t) \cos [\omega_D t + \varphi(t)], \quad (3.8)$$

где $i_D(t)$ — огибающая случайного процесса, медленно изменяющаяся по сравнению с изменением $\cos \omega_D t$, $\varphi(t)$ — медленно меняющаяся фаза случайного процесса. Огибающая $i_D(t)$ в отдельные моменты обращается в нуль, т. е. имеет место замирание сигнала, так же как и в случае одночастичного режима, хотя причины и характеристики замираний в этих режимах различны.

Флуктуации огибающей высокочастотной составляющей доплеровского сигнала в многочастичном режиме называются иногда амплитудным шумом. Спектр флуктуаций огибающей имеет ширину около $\Delta\Omega_D$, т. е. является низкочастотным по сравнению со спектром высокочастотной составляющей, однако по сравнению с частотами флуктуаций скорости турбулентного потока он является высокочастотным. Следовательно, амплитудный шум можно уменьшить за счет низкочастотной фильтрации.

Другой особенностью многочастичного режима является так называемый фазовый шум, представляющий собой флуктуации частоты сигнала, поскольку мгновенная частота доплеровского сигнала из (3.8) определяется соотношением

$$\omega_D(t) = \omega_D + \partial\varphi/\partial t.$$

Член $\partial\varphi/\partial t$ меняется случайным образом и создает флуктуации частоты доплеровского сигнала даже для ламинарного безградиентного потока. Спектр флуктуаций производной фазы является низкочастотным по сравнению со спектром высокочастотной составляющей доплеровского сигнала и высокочастотным по сравнению с частотами флуктуаций скорости потока.

§ 4. Зависимость параметров доплеровского сигнала от размера и концентрации частиц

Установление зависимости параметров доплеровского сигнала от оптических свойств и концентрации частиц позволяет решать задачи по выбору оптимальных параметров частиц, используемых для визуализации однофазных потоков, а также определения характеристик самих частиц по измеренным параметрам доплеровского сигнала, что особенно существенно для диагностики двухфазных потоков. Решению этого вопроса посвящены работы [23—27], рассматривающие конкретные задачи рассеяния и схемы, приводящие иногда и к противоречивым заключениям об оптимальном размере частиц. Развита в [1] теория интерференции рассеянного частицами излучения и метод его регистрации позволяют выяснить роль размера частиц для любых оптических схем и любого типа рассеяния, если известны амплитудные функции S_1, S_2, S_3, S_4 .

Прежде всего рассмотрим рассеяние излучения на малых частицах (рэлеевское рассеяние). Будем считать, что наблюдение рассеянного излучения ведется в плоскости зондирующих пучков, которая перпендикулярна к плоскости их поляризации. Тогда для дифференциальной и инверсно-дифференциальной схем при малых апертурах приемного объектива, когда можно пренебречь зависимостью индикатрисы рассеяния от направления наблюдения, сечения рассеяния в соответствии с (1.5.8)

$$\Delta\sigma_{11} = \Delta\sigma_{22} = \Delta\sigma_{12} = \frac{\rho^6}{k^2} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \Delta\Omega,$$

а для схемы с опорным пучком при полном согласовании поляризации и фазы рассеянной волны с опорным пучком

$$\Delta\sigma_{12}^r = \frac{R\rho^3}{k} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right) \Delta\Omega,$$

где $\rho = 2\pi/\lambda$ — относительный размер частицы. Таким образом, для малых частиц амплитуда доплеровского сигнала в дифференциальных схемах зависит от размера частицы как ρ^6 , а в схемах с опорным пучком — как ρ^3 , т. е. основной вклад в среднестатистические характеристики доплеровского сигнала для полидисперсных частиц дают самые крупные частицы. Следует заметить, что при указанных выше условиях в дифференциальных схемах коэффициент модуляции сигнала не зависит ни от размера частиц, ни от угла между зондирующими пучками.

Для другого крайнего случая, а именно больших частиц, наблюдается более сложная зависимость параметров доплеровского сигнала от их размера. При этом условия наблюдения рассеянного излучения таковы, что основную роль играет дифрагированное излучение, и амплитудные функции рассеяния описываются выражениями (1.5.9). На рис. 3.10 показаны зависимости квадрата амплитудной функции рассеяния от относительного размера частицы при различных углах наблюдения.

Рис. 3.10. Изменение квадрата амплитудной функции рассеяния в зависимости от относительного размера частицы.

блюдения дифрагированного излучения. Видно, что если при $\theta \approx 0$ $|S_r|^2$ пропорционален ρ^6 , то при других значениях угла θ имеет место осциллирующий характер этой зависимости, т. е. для определенного диапазона размеров частиц $|S_r|^2$ уменьшается с ростом ρ .

Для дифференциальных сечений рассеяния имеем

$$\begin{aligned} d\sigma_{11} &= \frac{\rho^4}{k^2} \frac{J_1^2(\rho \sin \theta_1)}{(\rho \sin \theta_1)^2} d\Omega, \\ d\sigma_{22} &= \frac{\rho^4}{k^2} \frac{J_1^2(\rho \sin \theta_2)}{(\rho \sin \theta_2)^2} d\Omega, \\ d\sigma_{12} &= \frac{\rho^4}{k^2} \frac{J_1(\rho \sin \theta_1) J_1(\rho \sin \theta_2)}{\rho \sin \theta_1 \rho \sin \theta_2} d\Omega, \\ d\sigma_{12}^r &= \frac{R\rho^2}{k} \frac{J_1(\rho \sin 2\alpha)}{\rho \sin 2\alpha} d\Omega, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где θ_1 и θ_2 — углы наблюдения рассеянного излучения.

Для дифрагированного излучения зависимость доплеровского сигнала от размера частиц при постоянных параметрах приемной оптики определяется направлением наблюдения и углом между зондирующими пучками, так как от размера частиц зависит и индикатриса рассеяния. Например, при наблюдении вдоль биссектрисы угла 2α из (4.1) имеем

$$d\sigma_{11} = d\sigma_{22} = d\sigma_{12} = \frac{\rho^4}{k^2} \frac{J_1^2(\rho \sin \alpha)}{(\rho \sin \alpha)^2} d\Omega,$$

и $m = 1$ для $c_1 = c_2$. При наблюдении рассеянного излучения не по биссектрисе угла 2α $d\sigma_{11} \neq d\sigma_{22} \neq d\sigma_{12}$, поэтому $m \neq 1$ для $c_1 = c_2$.

Представляет интерес анализ зависимости оптимального размера частиц от угла между зондирующими пучками для дифференциальной схемы и схемы с опорным пучком. Из (4.1) имеем, что экстремальные значения амплитуды доплеровского сигнала для дифференциальной схемы являются функциями направления наблюдения. При значениях параметра $2a/\Lambda = 0,61; 1,12; 1,62, \dots$ для схемы с опорным пучком амплитуда доплеровского сигнала обращается в нуль. На рис. 3.11 показаны зависимости дифференциальных сечений рассеяния от параметра $2a/\Lambda$ при $\Lambda = \text{const}$ для схемы с опорным пучком, а на рис. 3.12 — для дифференциальной схемы, где $\theta_1 = \theta_2 = \alpha$. Следует иметь в виду, что при изменении направления наблюдения рассеянного света в дифференциальной схеме указанные зависимости будут иметь другой вид.

Если $\rho \sin \theta \gg 1$, то функция Бесселя $J_1(x)$ аппроксимируется зависимостью

$$J_1(x) \approx (2/\pi x)^{1/2} \cos(x - 3\pi/4),$$

поэтому для сечений рассеяния при $\theta_1 = \theta_2 = \alpha$ имеем

$$\begin{aligned} d\sigma_{12} &= \frac{2\rho \cos^2(\rho \sin \alpha - 3\pi/4)}{\pi k^2 \sin^3 \alpha} d\Omega, \\ d\sigma_{12}^r &= \frac{\sqrt{2\rho} R \cos(\rho \sin 2\alpha - 3\pi/4)}{k (\pi \sin^3 2\alpha)^{1/2}} d\Omega, \end{aligned}$$

т. е. для больших частиц экстремальные значения $d\sigma_{12}$ растут линейно с ростом a , а $d\sigma_{12}^r$ — как $\sqrt{a}$. Для схемы с опорным пучком $d\sigma_{12}^r$ меняет знак при изменении размера частицы, т. е. меняется фаза высокочастотной составляющей доплеровского сигнала.

Рис. 3.11. Изменение модуля когерентного дифференциального сечения рассеяния частицы в схеме с опорным пучком в зависимости от относительного размера частицы.

Рис. 3.12. Изменение когерентного дифференциального сечения рассеяния частицы в дифференциальной схеме в зависимости от относительного размера частицы.

Для рассеяния Рэля — Ганса также наблюдается сложная зависимость параметров доплеровского сигнала от размера частиц. На рис. 1.20 было показано, как меняется индикатриса рассеяния от размера частиц. Видно, что если для углов θ , близких к нулю, интенсивность рассеянного излучения растет с ростом ρ , то имеются такие направления, при которых в определенном диапазоне наблюдается уменьшение интенсивности рассеянного излучения с ростом ρ . Это не позволяет в общем случае сделать вывод об оптимальном размере частиц данного типа рассеяния. Для каждой оптической схемы имеются свои значения оптимальных размеров частиц, дающие максимальный вклад в амплитуду доплеровского сигнала и зависящие как от угла между зондирующими пучками, так и от угла наблюдения рассеянного излучения и апертуры приемной оптики.

Приведенные примеры показывают, что в общем случае зависимость параметров доплеровского сигнала от размера частицы носят довольно сложный характер, определяемый как оптическими свойствами частицы (показателем преломления), так и параметрами оптической схемы (углом пересечения зондирующих пучков, углом наблюдения и апертурой приемной оптики). Полученные разными авторами значения оптимального размера частиц относятся к конкретным схемам и конкретным частицам, что необходимо учитывать при использовании этих данных.

Выясним, как концентрация частиц влияет на параметры доплеровского сигнала. Прежде всего заметим, что концентрация частиц определяет режим работы ЛДА: одночастичный или многочастичный. Определим условия реализуемости одночастичного режима. Для пуассоновского процесса функция распределения вероятности появления N частиц в измерительном объеме описывается соотношением [9]

$$P(N) = (\langle N \rangle^N / N!) \exp \{-\langle N \rangle\}. \quad (4.2)$$

Среднее число частиц в измерительном объеме $\langle N \rangle$ определяется концентрацией частиц n , скоростью движения v и площадью измерительного объема S , т. е. $\langle N \rangle = nvS$. Примем, что одночастичный режим реализуется, если вероятность появления двух частиц в измерительном объеме меньше 1%, т. е. $P(2) < 0,01$. Тогда из (4.2) получаем, что среднее число частиц в объеме должно удовлетворять условию $\langle N \rangle < 0,2$. Следовательно, одночастичный режим реализуется, когда концентрация частиц $n < 0,2V_0^{-1}$. Если принять $P(2) = 0,1$, то получаем $\langle N \rangle = 1$, в этом случае вероятность появления одной частицы равна 30%, двух — 15%, трех — 6%, четырех — 1%, пяти — 0,1% и т. д.

Из (3.7) следует, что среднее значение фототока прямо пропорционально концентрации частиц, однако при выводе этого соотношения не учитывалось поглощение излучения в среде. Очевидно, что при большой плотности частиц будет сказываться как ослабление лазерного пучка от точки входа до измерительного объема, так и ослабление рассеянного излучения. Это приводит к тому, что, начиная с некоторой концентрации частиц, среднее значение фототока уменьшается. Если ослабление зондирующего и рассеянного пучков незначительно, то энергетический спектр и корреляционная функция прямо пропорциональны концентрации частиц. В дифференциальной схеме отношение сигнала к шуму не зависит от концентрации, если она находится в определенных пределах. При слишком малой концентрации начинают сказываться шумы фотоприемника и радиоизмерительной аппаратуры, а при большой концентрации на отношение сигнала к шуму влияет ослабление излучения в среде. Для схемы с опорным пучком отношение сигнала к шуму растет с увеличением концентрации, поскольку шумы обусловлены действием опорной волны и не зависят от количества частиц.

Существуют и другие явления, связанные с концентрацией частиц. Это так называемые когерентные эффекты, обусловленные интерференцией волн от многих частиц, которые рассматривались в § II.2. В [II.16] впервые было показано, что спектр фототока, обусловленного интерференцией волн от многих движущихся частиц, в общем случае отличается от спектра фототока, обусловленного интерференцией волн, рассеянных на одной ча-

стице. Только для гауссовых пучков спектры этих составляющих совпадают. Различие спектров для негауссовых пучков связано с различной длительностью импульсов фототока, даваемых одной и парой частиц.

§ 5. Зависимость параметров доплеровского сигнала от характеристик передающей оптики ЛДА

Рассмотрим, как влияют мощность, длина волны и временная когерентность лазера на параметры доплеровского сигнала. Практически во всех случаях целесообразно выбирать лазеры с большой мощностью, поскольку это ведет к возрастанию амплитуды сигнала и отношения сигнала к шуму, что в конечном счете приводит к повышению точности измерений. Единственным условием, ограничивающим мощность, является возмущение среды, в которой распространяется лазерный пучок, особенно — тепловое. Оно зависит от мощности лазера и показателя поглощения среды и приводит к расфокусировке лазерного пучка, а также возникновению конвективного движения жидкости. Эффект замечен уже при мощности пучка 0,1 Вт в воде [28]. Минимально требуемая мощность лазера зависит от оптической схемы ЛДА, концентрации, размера частиц и чувствительности радиоизмерительной аппаратуры. Обычно для надежной работы ЛДА достаточна мощность 0,001—1 Вт.

От длины волны лазера зависят чувствительность фотоприемника, величина доплеровского сдвига частоты, показатель поглощения среды, сечение рассеяния частиц (§ 1.5). Зависимость доплеровского сдвига частоты от длины волны рассчитывается по соотношению (1.8.12); чем меньше длина волны, тем больше доплеровский сдвиг частоты. Спектральная плотность мощности фонового излучения зависит как от длины волны, так и от температуры. Это необходимо учитывать при исследовании высокотемпературных потоков типа пламен. В [29] было показано, что при температуре потока свыше 1500°C необходимо использование лазеров, работающих в сине-зеленой области спектра.

Роль временной когерентности лазера рассматривалась в [30] для фотосмещения, однако эти результаты применимы и для дифференциального режима работы ЛДА. Если лазер работает на продольных модах и мощность излучения в каждой моде $P_n = \gamma_n P_0$, где P_0 — максимальная мощность одной из мод, то амплитуда переменная составляющей фототока определяется соотношением

$$i(\Delta) = i_m(A^2 + B^2)^{1/2},$$

где

$$A = \sum_{n=1}^N \gamma_n \cos(n\pi\Delta/L), \quad B = \sum_{n=1}^N \gamma_n \sin(n\pi\Delta/L),$$

N — число мод резонатора, i_m — амплитуда переменной составляющей фототока от моды, имеющей максимальную мощность, L — длина резонатора лазера, Δ — разность оптических путей смешиваемых волн. Для схемы с двумя зондирующими пучками Δ берется от точки деления до точки пересечения пучков в потоке, а для схемы с двумя рассеянными пучками — от точки рассеяния излучения в потоке до точки сведения пучков на поверхности фотоприемника. На рис. 3.13 показан график функций $i(\Delta)/i_m$ при различном числе мод, имеющих одинаковую мощность. Допустимая разность хода смешиваемых волн зависит от числа возбужденных мод, длины резонатора и распределения мощности лазера между модами. Для ориентировочных оценок можно считать, что Δ должно удовлетворять неравенству $\Delta < L/N$.

Рис. 3.13. Изменение фототока в зависимости от разности хода интерферирующих пучков.

Для надежной работы ЛДА число поперечных мод лазера должно быть сведено до одной самой низкой, т. е. ТЕМ₀₀₀-моды, поскольку это обеспечивает самую высокую локальность измерений и наибольшее отношение сигнала к шуму.

Рассмотрим влияние передающей оптики. Ее назначение состоит в формировании из одного лазерного пучка нескольких с нужными параметрами и направлении их под заданными углами в исследуемую точку потока. Основными элементами передающей оптики являются делитель пучка, однополосный модулятор, фокусирующие линзы.

Рассмотрим роль делителя пучка. Для схемы с опорным пучком делитель должен обеспечивать условия деления, при которых мощность опорного пучка значительно меньше мощности зондирующего, так как мощность рассеянного света составляет всего $\sim 10^{-5} - 10^{-8}$ от мощности зондирующего пучка. Значительное превышение мощности опорного пучка над мощностью рассеянного, как было показано в § 1.6, нецелесообразно, так как начинают сказываться шумы лазера. Френелевского отражения от стеклянной пластины вполне достаточно для получения опорного пучка, а чаще всего на его пути еще необходимо ставить нейтральные фильтры.

Делитель пучка для дифференциальной схемы должен обеспечивать приблизительное равенство амплитуд рассеянных волн, т. е. коэффициент деления пучков зависит от индикатрисы рассеяния частиц и направления наблюдения. Из §§ 1, 2 следует, что максимальный коэффициент модуляции доплеровского сигнала

достигается при коэффициентах деления лазерного пучка, равных $c_1 = p/(1+p)$, $c_2 = 1/(1+p)$, где $p = \Delta\sigma_{22}/\Delta\sigma_{11}$ — отношение сечений рассеяния пучков. При $\Delta\sigma_{11} = \Delta\sigma_{22}$ деление мощности лазерного пучка поровну ($c_1 = c_2 = 0,5$) является оптимальным. Это возможно при наблюдении рассеянного излучения в плоскости,

Рис. 3.14. Зависимость коэффициента модуляции фототока от отношения мощностей зондирующих пучков.

проходящей через биссектрису угла пересечения и перпендикулярной к плоскости зондирующих пучков. Во всех остальных случаях должна быть больше мощность того пучка, для которого сечение рассеяния меньше. На рис. 3.14 представлены зависимости m от отношения коэффициентов деления пучков.

Как известно, сдвиг частоты одного из зондирующих пучков позволяет переносить частоту доплеровского сигнала в удобный для дальнейшей обработки диапазон. Обычно частота модуляции составляет 1—50 МГц в зависимости от решаемой задачи. При

измерении скорости потоков, меняющих свое направление, частота модуляции выбирается из условия $\Omega_m > |Kv_{\max}|$.

Большое влияние на параметры доплеровского сигнала оказывает угол пересечения зондирующих пучков. Этот параметр оптической схемы, как правило, можно менять, поэтому встает вопрос о выборе его оптимального значения. От угла пересечения пучков зависят амплитуда, форма импульса, коэффициент модуляции и частота доплеровского сигнала. Зависимость амплитуды сигнала от этого угла связана с зависимостью сечений рассеяния частицы от угла пересечения. Поскольку для микронных частиц индикатриса рассеяния вытянута вперед, то чем больше угол пересечения пучков, тем меньше амплитуда доплеровского сигнала. Зависимость частоты доплеровского сигнала от угла между зондирующими пучками определяется соотношениями (1.8.12). Чем меньше этот угол, тем меньше частота; максимальное значение частоты достигается при $2\alpha = 180^\circ$, т. е. когда пучки направлены навстречу друг к другу [II. 51]. В дифференциальной схеме от угла 2α зависит период интерференционных полос в области пересечения пучков.

Графики Λ и M в относительных единицах показаны на рис. 3.15. Минимальное значение Λ достигается при $2\alpha = 180^\circ$ и равно половине длины волны излучения в среде. От угла пересечения пучков в сильной степени зависит и объем взаимодействий пучков, т. е. измерительный объем V_0 . На рис. 3.16 показаны в

относительных единицах зависимости сечения рассеяния и V_0 от угла 2α . Минимальное значение V_0 получается при $2\alpha = 90^\circ$.

Приведенная на рис. 3.15 зависимость Λ от 2α соответствует интерференции двух плоских волн, пересекающихся под углом 2α . Учет гауссова характера зондирующих пучков показывает, что

Рис. 3.15. Изменение параметров интерференционного поля в зависимости от угла между зондирующими пучками.

Рис. 3.16. Зависимость измерительного объема и сечения рассеяния частицы от угла между лучами.

период интерференционного поля (пространственная частота) зависит от координат измерительной области [31—33]. Для сфокусированной двухлинзовой системы ЛДА в [34] были получены выражения для относительного изменения локальной пространственной частоты

$$\beta(X, Y, Z) = 1 - K(X, Y, Z)/K_0,$$

где $K_0 = (4\pi/\lambda) \sin \alpha$ — пространственная частота картины, образующейся при пересечении плоских волн, $X = x/R_0$, $Y = y/R_0$, $Z = z/R_0$ — безразмерные координаты, R_0 — конфокальный параметр гауссова пучка. Поправка β имеет вид

$$\beta = -(AB - CD)/B^2, \quad (5.1)$$

где

$$\begin{aligned} A &= 16XS(2XZ^2C + X^3C + XZ^2S) - \\ &\quad - 8(Z^2C - X^2S)(2Z^2C + 3X^2C + Z^2S) + \\ &\quad + 8(3X^2C - 2Z^2C + Z^2S) - 8Y^2(Z^2C - X^2S) - 16X^2Y^2S + 8Y^2, \\ B &= 16(Z^2C - X^2S)^2 + 32(Z^2C + X^2S) + 16, \\ C &= -8(Z^2C - X^2S)(2XZ^2C + X^3S + XZ^2S) + \\ &\quad + 8(X^2C - 2XZ^2C + XZ^2S) - 8Y^2X(Z^2C - X^2S) + 8XY^2, \\ D &= -64XS(Z^2C - X^2S - 1), \quad C = \cos^2 \alpha, \quad S = \sin^2 \alpha. \end{aligned}$$

Формула (5.1) справедлива для любых значений XYZ и любого угла пересечения пучков 2α .

На рис. 3.17 приведен график зависимости β от Z при $X = Y = 0$. В дальней зоне, для которой $Z \gg 1$, каждая кривая, соответствующая определенному углу 2α , стремится к асимптотическому значению, величина которого различна для разных углов.

Рис. 3.17. Относительное изменение пространственной частоты интерференционного поля по оси Z .

Рис. 3.18. Относительное изменение пространственной частоты интерференционного поля по оси X .

В ближней зоне, для которой $Z \ll 1$, функция $\beta(Z)$ также существенно зависит от угла пересечения пучков.

В лазерном анемометре эффективные размеры измерительной области в случае сфокусированной системы можно задать следующими граничными значениями координат: $z_{\max} = w_0 / \sin \alpha$, $x_{\max} = w_0 / \cos \alpha$, $y_{\max} = w_0$. Диапазон возможных значений w_0 простирается от единиц микрон до миллиметра. Отсюда следует, что практический интерес представляют решения для ближней зоны и прилегающей к ней области. Результаты расчета для областей, обычно используемых в анемометре, представлены в виде графиков $\beta(X)$, $\beta(Y)$, $\beta(Z)$ на рис. 3.18–3.20 соответственно. Сплошной линией показаны эффективные области, характерные для пучков с $w_0 = 10$ мкм. Для пучков с другим радиусом размеры эффективной области в относительных координатах X , Y , Z изменяются как w_0^{-2} . Из графиков видно, что зависимость пространственной частоты от угла пересечения пучков наиболее существенно вдоль оси Z . Из анализа (5.1) следует, что существует критический угол $2\alpha_c$, при котором величина поправки от Z не зависит, а при $X =$

$= Y = 0$ обращается в нуль. Как было показано в [34] этот угол определяется трансцендентным уравнением $\cos^2 2\alpha_c = 1/3$, откуда $2\alpha_c = 109,4^\circ$. Для углов $\alpha < \alpha_c$ поправка β положительна, что соответствует увеличению Λ с ростом Z . Для углов $\alpha > \alpha_c$ поправка β отрицательна и, соответственно, Λ уменьшается с увеличением Z . По абсолютной величине β максимальна для

Рис. 3.19. Относительное изменение пространственной частоты интерференционного поля по оси Y для всех α .

Рис. 3.20. Относительное изменение пространственной частоты интерференционного поля по оси Z (ближняя зона).

малых углов 2α . Например, для $2\alpha = 12^\circ$ ее величина достигает 11% по границе эффективной области.

Зависимость коэффициента модуляции m от угла пересечения зондирующих пучков наиболее существенно проявляется для больших частиц, имеющих сложную индикатрису рассеяния. В некоторых случаях наблюдается универсальный характер зависимости коэффициента модуляции от параметра $2a/\Lambda$, что позволяет решать обратную задачу, т. е. определять размер частицы по измеренному коэффициенту модуляции. Впервые этот метод был предложен в 1971 г. [23]. Позднее он был описан также в работе Фармера [25].

Рассмотрим сначала дифрагированное на больших частицах излучение в схеме с опорным пучком. Коэффициент модуляции всецело определяется когерентным сечением рассеяния $\Delta\sigma'_{12}$, которое рассчитывается по соотношению (3.6). На рис. 3.21 показана зависимость m от безразмерного параметра $2a/\Lambda$ при постоянном размере частицы и при изменении угла между зондирующими пучками. Она носит универсальный характер и для дифрагированного излучения имеет вид

$$m \sim |2J_1(2\pi a/\Lambda)| / (2\pi a/\Lambda). \quad (5.2)$$

Коэффициент модуляции обращается в нуль при $2a/\Lambda = 1,22$;

2,23; 3,24..., что связано с обращением в нуль амплитуды рассеянного излучения в направлении опорного пучка.

Для рассеяния Рэлея — Ганса

$$m \sim |J_{3/2}(2\pi 2a/\Lambda)| / (2\pi 2a/\Lambda)^{3/2}$$

и обращается в нуль при $2a/\Lambda = 0,71; 1,23; 1,74...$

Другая картина наблюдается для дифференциальной схемы. Здесь на коэффициент модуляции, кроме угла между зондирующими пучками, влияет и направление наблюдения рассеянного света. В направлении биссектрисы угла 2α при $I_1 = I_2$, как было показано в § 1, коэффициент модуляции равен единице, однако от параметра $2a/\Lambda$ зависит амплитуда осциллирующей составляющей доплеровского сигнала

$$i_D \sim [2J_1(2\pi a/\Lambda) / (2\pi a/\Lambda)]^2. \quad (5.3)$$

Если направление наблюдения рассеянного света другое, то универсальный характер зависимости i_D от $2a/\Lambda$ отсутствует.

Рис. 3.21. Зависимость коэффициента модуляции фототока от относительного размера частицы.

В приведенных выше примерах обращение в нуль амплитуды доплеровского сигнала при изменении угла 2α было обусловлено обращением в нуль в определенных направлениях амплитуды рассеянного света. Однако связь типа (5.3) наблюдается и для диффузно рассеивающих частиц, для которых показано [24], что при большой апертуре приемной оптики функция $m(2a/\Lambda)$ универсальна и имеет вид

$$m = |2J_1(2\pi a/\Lambda)| / (2\pi a/\Lambda).$$

Несмотря на то что зависимость m от $2a/\Lambda$ в данном случае получается похожей на (5.2), однако физика явления здесь другая.

Рис. 3.22. Установка для измерения коэффициента модуляции фототока.

При $2a/\Lambda = 1,22$ $m = 0$ потому, что падающая на частицу мощность, а следовательно, и мощность рассеянного света не меняются при ее движении.

На рис. 3.22 показана структурная схема установки для исследования зависимости коэффициента модуляции от периода интерференционного поля [24]. Источником излучения служил газовый лазер 1, работающий в одномодовом режиме.

Пучок лазера проходил телескопическую систему 2 и попадал на диафрагму 3, после которой получались два когерентных пучка. Рассеяние излучения происходило на проволоке, покрытой слоем окиси магния, которая закреплялась на вращающемся диске 5.

Рис. 3.23. Экспериментальная зависимость коэффициента модуляции фототока от периода интерференционного поля.

Рис. 3.24. Экспериментальная зависимость коэффициента модуляции фототока от относительного размера частицы.

Рассеянное назад излучение отражалось от зеркала 4, собиралось объективом 6 и через диафрагму 7 попадало на фотоприемник 8, сигнал которого регистрировался на самописце 9. В исследованиях определялся коэффициент модуляции фототока при различных периодах интерференционного поля для проволок диаметром 220, 340, 487 мкм. На рис. 3.23 показаны зависимости коэффициента модуляции от периода Λ , а на рис. 3.24 те же зависимости от безразмерного параметра $2a/\Lambda$, которые хорошо подтверждают теоретические выводы.

§ 6. Зависимость параметров доплеровского сигнала от характеристик приемной оптики ЛДА

Для дифференциальной схемы с двумя зондирующими пучками основными элементами приемной оптики являются: собирающий рассеянный свет объектив 2, полевая диафрагма 1, ограничивающая диафрагма 3 (рис. 3.25). Приемная оптика характеризуется направлением

Рис. 3.25. Приемная оптика для дифференциальной схемы ЛДА.

наблюдения, величиной и формой телесного угла захвата рассеянного излучения, размером и формой ограничивающей диафрагмы. Рассмотрим влияние каждой из этих характеристик на параметры доплеровского сигнала.

От направления наблюдения фототок, согласно (2.2), зависит через функцию $h(t)$ и сечение рассеяния. Функция $I(t)$ влияет как на амплитуду сигнала, так и на его временные характеристики. От сечений рассеяния зависят амплитуда, коэффициент модуляции и фаза высокочастотной составляющей фототока. Заметим, что традиционно выбираемое направление наблюдения рассеянного излучения вдоль биссектрисы угла 2α не всегда является оптимальным с точки зрения получения высокого пространственного разрешения, так как длина измерительного объема в этом случае определяется только областью пересечения пучков. Глубина резкости для большинства объективов бывает больше, чем область пересечения пучков. С точки зрения получения максимального пространственного разрешения направление наблюдения целесообразно выбирать перпендикулярным биссектрисе угла 2α , как это было предложено в [II.8]. В этом случае длина измерительного объема вдоль оси z определяется размером диафрагмы, а в других направлениях — размерами пучков.

Наиболее существенно направление наблюдения сказывается на амплитуде и коэффициенте модуляции доплеровского сигнала, что видно из соотношений (2.2) и (2.4). Для больших частиц индикатриса рассеяния является сложной функцией углов наблюдения θ , φ и сильно вытянута вперед. Однако амплитуда высокочастотной составляющей доплеровского сигнала определяется когерентным сечением рассеяния, которое зависит от направления наблюдения более сложным образом. Если мощности зондирующих пучков равны ($c_1 = c_2$), то для получения максимальной величины амплитуды высокочастотной составляющей оптимальным направлением наблюдения является направление по биссектрисе угла 2α . В этом случае целесообразно увеличить угловую апертуру приемной оптики $\Delta\Omega$. Такая ситуация наблюдается при

рассеянии излучения малыми частицами. На рис. 3.26 представлены результаты расчета когерентного сечения рассеяния для дифференциальной схемы в случае рэлеевских частиц и прямоугольной полевой диафрагмы, иллюстрирующие монотонное увеличение $\Delta\sigma_{12}$, а вместе с тем и амплитуды доплеровского сигнала с увеличением $\Delta\Omega = \Delta\theta \Delta\varphi$. В рассмотренных выше примерах коэффициент модуляции не зависит от размера апертуры, что указывает на целесообразность увеличения ее.

Другая ситуация наблюдается для больших частиц, когда сказывается не только поляризационное и амплитудное рассогласование рассеянных волн, но и фазовое [35, 14]. Здесь наблюдается немонотонный характер зависимости $\Delta\sigma_{12}$ от $\Delta\Omega$ и даже при некоторых значениях угловой апертуры $\Delta\Omega$ когерентное сечение частицы обращается в нуль (рис. 3.4).

Рис. 3.26. Зависимость когерентного сечения рассеяния от апертуры приемной оптики для малых частиц.

Таким образом, оптимальный размер телесного угла $\Delta\Omega$ зависит как от свойств частиц, так и от угла между зондирующими пучками и направления наблюдения рассеянного излучения.

Связь параметров доплеровского сигнала с углом наблюдения для случая рассеяния Рэлея была проанализирована в § 1, где учитывалась и роль поляризационных эффектов. От направления наблюдения сильно зависит коэффициент модуляции доплеровского сигнала, что связано с амплитудным, поляризационным и фазовым рассогласованием рассеянных волн. На рис. 3.27 представлены результаты расчета m при рассеянии Рэлея, когда зондирующие пучки линейно поляризованы в плоскости их падения, а наблюдение ведется в различных плоскостях. Для случая $\varphi = 0$ (а) вид функций m обусловлен амплитудным рассогласованием рассеянных волн, для плоскости $\varphi = 90^\circ$ (б) сказывается не только амплитудное, но и поляризационное рассогласование. Из графиков также видно, что наблюдение рассеянного излучения в направлении, близком к биссектрисе угла 2α , является предпочтительным.

В схеме с одним зондирующим пучком в режиме фотосмещения зависимость параметров доплеровского сигнала от направления наблюдения всецело определяется угловым распределением рассеянного излучения. На рис. 3.28 представлены графики $d\sigma^r$ ($\rho \sin \theta$) для дифрагированного на круглой частице излучения.

В инверсно-дифференциальной схеме зависимость параметров доплеровского сигнала от углов наблюдения рассеянного излучения такая же, как в дифференциальной схеме от угла между зондирующими пучками.

Рис. 3.27. Зависимость коэффициента модуляции фототока от угла наблюдения рассеянного излучения для рэлеевских частиц.

Рис. 3.28. Зависимость когерентного дифференциального сечения рассеяния в схеме с опорным пучком от параметра $\rho \sin \theta$.

В схеме с двумя зондирующими пучками, работающей в режиме фотосмещения, направление наблюдения однозначно опре-

делено углом между зондирующими пучками. Параметры доплеровского сигнала в этом случае определялись в § 3.

Роль диафрагмы после объектива сводится к ограничению области наблюдения, т. е. измерительного объема. Чаще всего она выбирается либо круглой, либо прямоугольной и совместно с объективом определяет вид аппаратной функции $L(t)$. Достаточными для практических целей аппроксимациями функций $L(x, y, z)$ являются цилиндр, если диафрагма круглая, и параллелепипед, если диафрагма прямоугольная. Их длины вдоль оптической оси определяются глубиной резкости объектива, а другие размеры — размерами диафрагмы. Если объектив расположен вдоль оси z , то функция $L(x, y, z)$ для круглой и прямоугольной диафрагм

$$L(x, y, z) = \begin{cases} 1, & 0 \leq (x^2 + y^2)^{1/2} \leq r/\Gamma, \quad |z| \leq l/2, \\ 0, & (x^2 + y^2)^{1/2} > r/\Gamma, \quad |z| > l/2, \end{cases}$$

$$L(x, y, z) = \begin{cases} 1, & |x| \leq l_x/2\Gamma, \quad |y| \leq l_y/2\Gamma, \quad |z| \leq l/2, \\ 0, & |x| > l_x/2\Gamma, \quad |y| > l_y/2\Gamma, \quad |z| > l/2. \end{cases}$$

Здесь Γ — увеличение объектива, r — радиус диафрагмы, l_x и l_y — размеры прямоугольной диафрагмы вдоль осей x и y соответственно, l — глубина резкости объектива.

Оптимальный размер диафрагмы зависит от радиуса падающих пучков и направления наблюдения. Необходимо, чтобы форма импульса определялась падающими пучками, а не диафрагмой, поскольку такой режим работы ЛДА является энергетически более выгодным. При большой диафрагме падает отношение сигнала к шуму, так как средний квадрат амплитуды высокочастотной составляющей определяется областью интерференции зондирующих пучков, а средний квадрат низкочастотной составляющей. дающей шума, определяется областью пучков, попадающей в поле зрения объектива.

На рис. 3.29 представлены результаты экспериментального исследования зависимостей отношения сигнала к шуму и относительного уширения доплеровского сигнала от относительного размера диафрагмы [36]. Результаты относятся к дифференциальной схеме, в которой использовались гауссовы пучки радиусом w , и наблюдение рассеянного излучения велось вдоль биссектрисы угла пересечения пучков. Результаты измерений показывают, что относительная ширина спектра

Рис. 3.29. Зависимость параметров доплеровского сигнала от относительного размера диафрагмы.

практически не зависит от размера диафрагмы, когда $\xi > 1$, и сильно растет при $\xi < 1$. Увеличение уширения связано с тем, что при малых ξ длительность импульса определяется диаметром диафрагмы. Величина отношения сигнала к шуму максимальна при значении параметра $\xi \approx 1,5$. Для области $\xi < 1,5$ спад отношения сигнала к шуму объясняется уширением сигнала, а для области $\xi > 1,5$ — увеличением значения низкочастотной составляющей.

Рассмотрим кратко приемную оптику схемы ЛДА с опорным пучком. В большинстве случаев она состоит из двух диафрагм, установленных на пути опорного пучка. Размер первой диафрагмы выбирается из условий уменьшения фоновой засветки от частиц, находящихся вне измерительного объема, а размер второй — из условий оптимального фотосмещения рассеянной волны и опорного пучка, рассмотренных в § 1.6. Обычно диаметр диафрагмы выбирается равным диаметру гауссова пучка. Следует иметь в виду, что эта диафрагма влияет на пространственное разрешение оптической схемы и величину когерентного сечения рассеяния (3.6). Для схемы с опорным пучком функцию $L(x, y, z)$ уже нельзя аппроксимировать цилиндром или параллелепипедом, как это было сделано для дифференциальной схемы, так как если частица находится на краю измерительной области, условия фотосмещения изменяются.

§ 7. Зависимость параметров доплеровского сигнала от характера движения частиц

В рассмотренных выше примерах формирования доплеровского сигнала считалось, что все частицы движутся через измерительный объем с постоянной скоростью, что верно только для безградиентных ламинарных потоков. Выясним, как изменяются параметры доплеровского сигнала, если частицы движутся с различными скоростями. Это может быть вызвано наличием градиента скорости потока в пределах измерительного объема, а также броуновским или турбулентным движениями частиц. В первом случае зависимость скорости от времени и координат носит детерминированный характер, а во втором — случайный.

Ускоренное движение частиц [37]. Пусть частица пролетает измерительный объем вдоль оси x с ускорением, так что ее координата меняется по закону

$$x(t) = x_0 + v_0 t + g t^2 / 2,$$

где x_0 — начальное положение частицы, v_0 — скорость частицы, когда она находится в середине измерительного объема, g — ускорение, t — время. Будем рассматривать высокочастотную составляющую доплеровского сигнала, когда огибающая определяется распределением интенсивности в гауссовых пучках.

Подставляя $x(t)$ в (2.3), получаем

$$i_D(t) = i_D \exp \{-2(x_0 + v_0 t + g t^2/2) \cos^2 \alpha \omega^{-2}\} \times \\ \times \cos \{[\omega_{12} - K(v_0 + g t)]t - \varphi\}.$$

Если изменение скорости частицы за время пролета измерительного объема невелико по сравнению со средней скоростью v_0 , т. е. $g l v_0^{-2} \ll 1$, то огибающую можно считать гауссовой, а сигнал частотно-модулированным, частота которого зависит от времени

$$\Omega_s(t) = \omega_{12} - K(v_0 + g t).$$

Энергетический спектр такого сигнала будет [9]

$$G(\Omega) = G_0 \exp \{-4(\Omega - \Omega_s)^2 \Delta \Omega_D^{-2}\},$$

где G_0 — значение спектра в максимуме, $\Delta \Omega_D$ — полная ширина на уровне e^{-1} . Спектр высокочастотной составляющей доплеровского сигнала при сделанных допущениях имеет гауссов вид и сосредоточен около средней частоты $\Omega_s = \omega_{12} - K v_0$. Ширина спектра $\Delta \Omega_D$ определяется следующим соотношением:

$$\Delta \Omega_D^2 = \Delta \Omega_s^2 + \Delta \Omega_g^2 = \frac{16 v_0^2 \cos^2 \alpha}{w^2} + \frac{\pi^2 g^2 w^2}{\Lambda^2 v_0^2 \cos^2 \alpha}. \quad (7.1)$$

Первое слагаемое в (7.1) представляет собой аппаратное уширение, зависящее от средней скорости и размера гауссовых пучков, второе слагаемое — дополнительное уширение спектра, вызванное ускоренным движением частицы. Эта часть уширения зависит от величины ускорения и параметров оптической схемы.

Приведем численные оценки, показывающие роль ускорения частиц. Относительное уширение сигнала за счет ускорения

$$\frac{\Delta \Omega_g}{\Delta \Omega_s} = \frac{\pi}{4} g \frac{\Lambda M^2}{v_0^2}.$$

Таким образом, роль ускорения тем больше, чем больше число интерференционных полос M в измерительном объеме и период интерференционного поля, и тем меньше, чем больше скорость v_0 . На рис. 3.30 представлены графики, характеризующие зависимость отношения $\Delta \Omega_g / \Delta \Omega_s$ от относительного ускорения частицы (g_0 — ускорение свободного падения) для различных значений M и v_0 при $\Lambda = 1$ мкм. Из графиков видно, что при большом числе периодов и малой скорости влияние ускорения частиц на ширину спектра заметно уже при $g/g_0 = 0,1$.

Соотношение (7.1) можно использовать и для определения ускорения частицы по измеренному дополнительному уширению доплеровского сигнала, а именно

$$g = \frac{1}{\pi^2 M} \frac{\Lambda}{K v_0} \Delta \Omega_g.$$

Заметим, что простая система счета пульс не позволяет установить, движется ли частица равномерно через измерительный объем или с ускорением, так как она изменяет частоту сигнала $\Omega_s = \omega_{12} - K v_0$.

Влияние градиента скорости. Пусть распределение скорости частиц по измерительному объему характеризуется функцией $v(y, z)$. Тогда изменение координаты движущейся частицы описывается соотношениями

$$x(t) = x_p + v(y_p, z_p)t,$$

$$y(t) = y_p, \quad z(t) = z_p.$$

Рис. 3.30. Зависимость относительного уширения спектра доплеровского сигнала от ускорения частицы: 1 — $M=100$, $v_0=0,5$ м/с; 2 — $M=10$, $v_0=0,1$ м/с; 3 — $M=100$, $v_0=1,5$ м/с; 4 — $M=10$, $v_0=0,2$ м/с.

Вследствие этого функции f_i и L_i , входящие в (2.2), определяются местоположением частицы, что приводит к зависимости огибающей и частоты доплеровского сигнала от координат. Каждая частица дает сигнал, частота которого $\Omega_s = \omega_{12} - K v(y_p, z_p)$.

Вопрос статистического усреднения параметров доплеровского сигнала при наличии градиента скорости рассматривался в [38—41], где было указано на существенную роль способа усреднения, зависящего, как

известно, от параметров радиоизмерительной аппаратуры. Алгоритм вычисления средней частоты при помощи дискретной частотной системы определяется соотношением

$$\langle \omega_D \rangle = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \omega_D^p,$$

а при помощи дискретной системы измерения периода доплеровского сигнала

$$\langle \omega_D \rangle = \left(\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \frac{1}{\omega_D^p} \right)^{-1},$$

что приводит к различным результатам. В частности, для линейного профиля скорости второй алгоритм не создает систематического смещения среднего значения, в то время как первый алгоритм дает смещение, зависящее от значения градиента скорости [39].

При вычислении энергетического спектра доплеровского сигнала необходимо учитывать, что от значения скорости зависит как частота отдельного импульса, так и его ширина спектра и

амплитуда, что существенно затрудняет вычисления. Энергетический спектр высокочастотной составляющей сигнала для всего измерительного объема находится путем вычисления интеграла

$$G_D(\Omega) = \int \int G_D(\Omega, y_p, z_p) P(y_p, z_p) dy dz,$$

где $G_D(\Omega, y_p, z_p)$ — энергетический спектр отдельного импульса, $P(y_p, z_p)$ — вероятность появления импульса от частицы с координатами y_p, z_p . Для конкретного вида функции $v(y, z)$ данный интеграл можно найти численными методами. В [40] использовалось допущение, что $\Delta\Omega_D$ не зависит от координат и определяется только средней скоростью частиц, тогда для гауссова измерительного объема

$$\Delta\Omega_D = \Delta\Omega_e + \Delta\Omega(y) + \Delta\Omega(z),$$

где $\Delta\Omega_e$ — естественное уширение, вызванное конечным размером измерительного объема, $\Delta\Omega(y)$ и $\Delta\Omega(z)$ — уширения, вызванные наличием градиента скорости вдоль осей y и z соответственно.

Вращение частиц. В потоке, содержащем крупные частицы нерегулярной формы, наблюдается их вращение за счет взаимодействия между собой, с потоком и со стенками. Вращение несферических частиц может привести к изменению во времени сечений рассеяния, что в свою очередь приводит к изменению амплитуды доплеровского сигнала [42].

Рассмотрим влияние вращения частиц на параметры сигнала на примере больших диффузно рассеивающих цилиндров, где этот эффект проявляется наиболее отчетливо. Для прямоугольной частицы с размером $2a \times 2b$ ($2a \ll \lambda$), вращающейся вокруг оси z с угловой скоростью Ω_0 и движущейся вдоль оси x со скоростью v , фототок

$$i(t) = i_0 \left\{ 1 + 2 \left[\frac{J_1(Kb) + J_3(Kb)}{Kb} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \frac{J_3(Kb)}{Kb} \cos(2\Omega_0 t - \varphi) \right] \cos Kvt \right\} \text{rect} \frac{vt}{2l},$$

где $J_n(m)$ — функция Бесселя n -го порядка, $2l$ — размер интерференционного поля. При этом амплитуда переменной составляющей промодулирована с двойной частотой вращения $2\Omega_0$. Спектр сигнала состоит из четырех компонент: на нулевой частоте, на доплеровской частоте и на частотах $Kv \pm 2\Omega_0$, а амплитуды компонент зависят от соотношения размера частицы и периода интерференционного поля.

Броуновское движение частиц. Если частицы мелкие (меньше 1 мкм), то они испытывают заметное броуновское движение, что в свою очередь приводит к случайному изменению параметров доплеровского сигнала. Изучению спектрального состава излуче-

ния, рассеянного на таких частицах, посвящено много работ, часть которых отражена в обзоре Дж. Бенедика [43], а также в [1.69].

Если измерительный объем достаточно большой, то спектр рассеянного излучения имеет лоренцовский вид и определяется соотношением [43]

$$G(\omega) = \text{const } K^2 D / [(K^2 D)^2 + (\omega_0 - \omega - K v)^2],$$

где D — коэффициент диффузии частиц. Уширение спектра зависит от коэффициента диффузии и направления наблюдения рассеянного излучения. Учет конечного размера измерительного объема приводит к дополнительному уширению. Для пучка с $2w = 0,1$ мм уже при $v > 10$ мм/с это уширение превосходит уширение за счет броуновского движения.

Для измерения скорости потока необходимо выполнение условия $|Kv| > K^2 D$, поэтому для минимально измеряемой скорости потока получаем следующую оценку:

$$v > (4\pi n D / \lambda) \sin(\theta/2),$$

где n — показатель преломления среды. Для типичных значений $\theta = 45^\circ$, $\lambda = 0,63$ мкм, $n = 1$, $D = 10^{-3}$ см²/с имеем $v > 0,01$ мм/с. Это означает, что учет броуновского движения частиц необходим только при измерении очень малых скоростей потока.

Однако изучение спектра рассеянного излучения представляет самостоятельный интерес, поскольку это позволяет получить ценную информацию о частицах и среде, в которой они находятся. Типичные значения ширины спектра составляют десятки Гц, т. е. уширение очень мало и измерить его можно только с помощью анализаторов спектра или корреляторов радиодиапазона.

Изучение броуновского движения осуществляется по схеме с одним зондирующим пучком либо в дифференциальном режиме, т. е. при наблюдении биений излучения, рассеянного разными частицами, либо в режиме фотосмещения, т. е. при наблюдении биений рассеянного излучения и опорного пучка. Из (3.4) и (3.5) получаем выражения для фототока в указанных режимах

$$i(t) = BP_0 \left\{ \sum_{p=1}^P \Delta \sigma_{11}^{pp} h_{11}^{pp}(t) + \right. \\ \left. + \text{Re} \sum_{\substack{p,q=1 \\ p \neq q}}^P \Delta \sigma_{11}^{pq} h_{11}^{pq}(t) \exp \{ -j [\Omega_{11}^{pq} t - \delta_{11}^{pq}(t)] \} \right\}, \\ i(t) \approx BP_0 \left\{ c + 2 \text{Re} \sum_{p=1}^P \Delta \sigma_{11}^{pr} h_{11}^{pr}(t) \exp \{ -j [\Omega_{11}^{pr} t - \delta_{11}^{pr}(t)] \} \right\},$$

где c — коэффициент ослабления опорного пучка, $h_{11}^{pp}(t)$, $h_{11}^{pq}(t)$,

$k_{11}^{pr}(t)$, $\delta_{11}^{pq}(t)$, $\delta_{11}^{pr}(t)$ являются случайными функциями времени, так как движение частиц хаотическое.

Следует обратить внимание, что информация об относительном движении частиц получается только за счет интерференции излучения, рассеянного разными частицами, и определяется когерентным сечением рассеяния типа $\Delta\sigma_{11}^{pq}$. Как было показано в § 2, это сечение рассеяния сильно зависит от размеров апертуры приемной оптики и размеров рассеивающего объема. В экспериментах размер телесного угла, в котором собирается рассеянное излучение, составляет порядка 10^{-4} ср.

Исследование спектра излучения, рассеянного на броуновских частицах, оказалось очень эффективным методом изучения целого ряда явлений в химии, биологии и физике [44—47]. В частности, из измерений ширины спектра фототока можно найти коэффициент диффузии макромолекул, который в свою очередь равен

$$D = kT/6\eta a,$$

где k — постоянная Больцмана, η — вязкость, T — температура, a — радиус молекул. Таким образом, по измерению D можно определить параметры рассеивающей среды и, в частности, радиус молекул.

Турбулентное движение частиц. Вычисление параметров доплеровского сигнала при турбулентном движении частиц является одним из наиболее сложных вопросов лазерной анемометрии и, в то же время, одним из самых важных, так как это открывает возможности диагностики одного из наименее изученных видов течений, каким является турбулентное. Определению характеристик доплеровского сигнала в случае турбулентного движения частиц посвящены работы [13, 17, 48—57]. Обычно считают, что каждая частица пролетает измерительный объем с постоянной скоростью, так что частота сигнала меняется случайным образом только при переходе от одного импульса к другому. Поэтому характеристики сигнала зависят от того, является ли процесс одночастичным или многочастичным. В одночастичном режиме сигнал представляет собой совокупность импульсов со случайной амплитудой, частотой и моментом появления. При этом чем меньше концентрация частиц, тем меньше корреляция частоты между отдельными импульсами. Можно сказать, что частицы «считывают» случайное значение скорости потока в случайные моменты времени. В многочастичном режиме эти импульсы перебиваются.

В зависимости от типа радиоизмерительной аппаратуры, применяемой для анализа доплеровского сигнала, интерес представляют либо энергетический спектр (корреляционная функция) доплеровского сигнала, либо его временные характеристики. Рассмотрим здесь первую характеристику.

Энергетический спектр высокочастотной составляющей доплеровского сигнала

$$G_D(\Omega) = \text{const} \langle |\Delta\sigma_{12}^{pp}|^2 \rangle_p \left\langle \frac{1}{v_p^2} \left| F\left(\frac{\Omega - \omega_{12} + K v_p}{v_p}\right) \right|^2 \right\rangle_p, \quad (7.2)$$

где $F(\Omega)$ — преобразование Фурье функции $h_{12}^{pp}(t)$ для частицы, движущейся со скоростью v_p . Усреднение проводится по скоростям частиц в момент пролета измерительного объема. Таким образом, форма энергетического спектра зависит от распределения частиц по скоростям. Если все частицы распределены в пространстве однородно, то плотность распределения вероятности пролетевших частиц по скоростям $N(v)$ связана с нормированной плотностью распределения вероятности скорости в точке измерения $P(v)$ $N(v) = P(v)v/v_0$, где v_0 — средняя скорость частиц. Тогда (7.2) принимает вид

$$G_D(\Omega) = \text{const} \langle |\Delta\sigma_{12}^{pp}|^2 \rangle_p \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|v|} \left| F\left(\frac{\Omega - \omega_{12} + K v}{|v|}\right) \right|^2 P(v) dv.$$

Для одномерного случая

$$G_D(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|v|} H\left(\frac{\Omega - \omega_{12} + K v}{|v|}\right) P(v) dv, \quad (7.3)$$

где $H(\Omega)$ является аппаратной функцией лазерного анемометра. Как было показано в [51], это соотношение верно, если безразмерный параметр μ удовлетворяет неравенству $\mu = K v' / \Delta\Omega_T \gg 1$. Здесь v' — среднеквадратичное значение пульсационной составляющей скорости, $\Delta\Omega_T$ — эффективная ширина ее энергетического спектра. Этот параметр можно также представить в виде $\mu = \Lambda_L / \Lambda$, где Λ_L — лагранжев интегральный пространственный масштаб потока. Для умеренных скоростей потока, не превышающих, например, 100 м/с, размер Λ_L составляет не менее 0,1 см [58]. Следовательно, μ принимает значение, заметно большее единицы, если $\Lambda < 0,1$ мм.

В практических применениях ЛДА необходимо находить функцию $P(v)$ по измеренному спектру доплеровского сигнала и по известной аппаратной функции. Так как $G_D(\Omega)$ и $H(\Omega)$ известны с некоторой погрешностью, то решение интегрального уравнения (7.3) является типично некорректно поставленной задачей [59, 60]. Алгоритм решения этого уравнения описан в [61].

Точность измерений с помощью методов лазерной доплеровской анемометрии анализировалась в [17, 39, 62–65, 1.64]. Она зависит от точности измерений частоты доплеровского сигнала и периода интерференционного поля.

АНАЛИЗ ОПТИЧЕСКИХ СХЕМ ЛДА МЕТОДАМИ ФУРЬЕ-ОПТИКИ

§ 1. Элементы теории линейных систем в оптике

Описание дифракционных явлений интегралом суперпозиции (в § 1.4) указывает на возможность применения элементов теории линейных систем в оптике [1, 2, 1.22]. Это следует из общего вида волнового уравнения, описывающего распространение света в среде. Предположение о линейности соответствует свойствам многих как простых, так и сложных, реальных оптических систем ЛДА. Применение интеграла суперпозиции выявляет важнейшее свойство линейной системы, состоящее в том, что она полностью определяется импульсным откликом $h(x_1; x_0)$:

$$E(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0) h(x_1; x_0) dx_0. \quad (1.1)$$

Импульсный отклик описывает выходной сигнал в точке x_1 , когда входным сигналом является δ -функция в точке x_0 . В оптике импульсный отклик часто называют функцией рассеяния. Для простоты записи будем рассматривать одномерные системы. Распространение выводов на двумерные системы, характерные для оптических устройств, не составляет трудности.

Из линейных оптических систем особо выделяются пространственно-инвариантные (изопланарные) системы. Импульсный отклик изопланарной системы

$$h(x_1; x_0) = h(x_1 - x_0)$$

Пространственно-инвариантные системы преобразуют входной сигнал вида $E(x_0 - \xi)$ в выходной $E(x_1 - \xi)$ для всех $E(x_0)$. Например, изображение источника, создаваемого изопланарной системой, при неизменной форме меняет только свое положение, если источник в предметной плоскости перемещается. Условие пространственной инвариантности редко выполняется для реальных оптических систем по входной и выходной плоскостям. Однако пространственная инвариантность имеет место в пределах малых областей, называемых изопланарными участками. Для полного описания системы достаточно разбить предметную плоскость на изопланарные участки, определив для каждого свой импульсный отклик. Интеграл суперпозиции (1.1) в случае прост-

ранственно-инвариантных систем принимает форму свертки входного сигнала и импульсного отклика:

$$E(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0) h(x_1 - x_0) dx_0. \quad (1.2)$$

Анализ пространственно-инвариантных систем особенно упрощается с введением понятия когерентной передаточной функции (КПФ). Основным свойством таких систем является то, что свертке сигнала с импульсным откликом в координатном пространстве соответствует произведение фурье-образа входного сигнала и передаточной функции в пространственно-частотной области. При этом предполагается, конечно, что масштабы пространственных частот входного и выходного сигналов согласованы:

$$F(K_x) = F_0(K_x)H(K_x). \quad (1.3)$$

Здесь $F(K_x)$ — фурье-образ выходной функции $E(x_1)$, $F_0(K_x)$ — фурье-образ функции $E(x_0)$, $H(K_x)$ — фурье-образ импульсного отклика, K_x — пространственная частота. Функция $H(K_x)$ называется когерентной передаточной функцией системы. По аналогии с (1.3) легко показать, что операция корреляции в координатной области соответствует произведению фурье-образа одной функции на комплексно-сопряженный фурье-образ другой:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-jK_x\xi\} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} E_1(x_0) E_2^*(x_0 + \xi) dx_0 = F_1(K_x) F_2^*(K_x). \quad (1.4)$$

Для автокорреляции $E_1(x_0) = E_2(x_0) = E(x_0)$. В соответствии с (1.4) можно записать

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-jK_x\xi\} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0) E^*(x_0 + \xi) dx_0 = |F(K_x)|^2. \quad (1.5)$$

До сих пор мы говорили об оптических системах, линейно отображающих комплексную амплитуду входного сигнала в комплексную амплитуду сигнала выходного. Это относится к ситуации, когда оптические сигналы пространственно когерентны, поэтому и система называется когерентной. Если же входной сигнал не является пространственно когерентным, импульсные отклики в выходной плоскости для пространственно разнесенных точечных источников статистически независимы. В этом случае оптическая система, линейно преобразующая интенсивность входного сигнала, называется некогерентной. Импульсный отклик $h_{нк}$ некогерентной системы пропорционален квадрату модуля когерентного импульсного отклика:

$$h_{нк} \sim |h(x_0 - x_1)|^2. \quad (1.6)$$

Соответственно интенсивность выходного сигнала определяется сверткой интенсивности входного сигнала с некогерентным импульсным откликом:

$$I(x_1) \sim \int_{-\infty}^{\infty} |h(x_0 - x_1)|^2 I(x_0) dx_0. \quad (1.7)$$

Для пространственно-инвариантной некогерентной системы можно определить передаточную функцию

$$W(K_x) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{\text{нк}}(x_1 - x_0) \exp\{-jK_x(x_1 - x_0)\} d(x_1 - x_0), \quad (1.8)$$

которая называется оптической передаточной функцией (ОПФ). Она является фурье-образом импульсного отклика некогерентной изопланарной системы. По аналогии с (1.3) можно получить, что фурье-образ $G(K_x)$ интенсивности выходного сигнала равен произведению фурье-образа $G_0(K_x)$ интенсивности входного сигнала на ОПФ:

$$G(K_x) = G_0(K_x)W(K_x). \quad (1.9)$$

Связь между ОПФ и КПФ находится из выражения, определяющего фурье-преобразование автокорреляции

$$W(K_x) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\xi) H^*(\xi + K_x) d\xi. \quad (1.10)$$

Найдем импульсные отклики некоторых оптических элементов. Обратимся к рис. 4.1, где условно изображена оптическая система, линейно преобразующая сигнал, заданный в плоскости x_0y_0 , в выходной сигнал, формируемый в плоскости x_1y_1 . В этой системе сигнал проходит через тонкую линзу, расположенную в плоскости xy . В дальнейшем мы будем широко пользоваться функциями вида [1]

$$\psi(x, y, p) = \exp\{(jk/2)p(x^2 + y^2)\}, \quad (1.11)$$

где p — действительная или комплексная величина. Очевидно, что $\psi^*(x, y; p) = \psi(x, y; -p)$. Поместим во входную плоскость точечный источник, координаты которого x_0y_0 . Поле точечного источника в плоскости, непосредственно перед оптическим элементом, в приближении Френеля описывается импульсным откликом свободного пространства (I.4.15)

$$h(x, y; x_0, y_0) = (D_0/j\lambda)\psi(x - x_0, y - y_0; D_0). \quad (1.12)$$

Рис. 4.1. Линейная оптическая система.

Здесь и далее используется обозначение функции (1.11), где $D_0 = 1/d_0$. Пусть функция $\varphi(x, y)$ определяет амплитудное и фазовое пропускание исследуемого оптического элемента. Поле непосредственно за элементом можно описать выражением

$$E(x, y) = (D_0/j\lambda)\psi(x - x_0, y - y_0; D_0)\varphi(x, y).$$

Импульсный отклик пространства между оптическим элементом и плоскостью анализа x_1, y_1 представим, с учетом (1.4.15) и (1.12), в виде

$$h(x_1, y_1; x, y) = (D_1/j\lambda)\psi(x_1 - x, y_1 - y; D_1),$$

где $D_1 = 1/d_1$. Поле в выходной плоскости определяется интегралом суперпозиции

$$h(x_1, y_1; x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y) h(x_1, y_1; x, y) dx dy.$$

После выполнения преобразований с учетом (1.11) получаем

$$\begin{aligned} h(x_1, y_1; x_0, y_0) = & -(D_0 D_1 / \lambda^2) \psi(x_0, y_0; D_0) \psi(x_1, y_1; D_1) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x, y) \psi(x, y; D_0 + D_1) \exp \left\{ -jkD_0 \left[\left(x_0 + \frac{x_1}{\Gamma} \right) x + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(y_0 + \frac{y_1}{\Gamma} \right) y \right] \right\} dx dy, \quad (1.13) \end{aligned}$$

где $\Gamma = D_0/D_1$. Для установления явного вида функции $\varphi(x, y)$ необходима дополнительная информация, характеризующая свойства исследуемого оптического элемента. Найдем условия, при которых рассматриваемая система явилась бы пространственно-инвариантной. Например, выберем в качестве выходной плоскости системы плоскость изображения входного сигнала, и пусть оптический элемент с неограниченной апертурой пространственно-инвариантно отображает с точностью до фазовых множителей $\psi(x_0, y_0; D_0)$ и $\psi(x_1, y_1; D_1)$ точку, заданную в предметной плоскости, в инвертированную относительно оптической оси точку на плоскости изображения. В этом случае можно записать

$$\begin{aligned} \psi^*(x_0, y_0; D_0) \psi^*(x_1, y_1; D_1) h(x_1, y_1; x_0, y_0) = \\ = -\Gamma^{-1} \delta(x_0 + x_1/\Gamma, y_0 + y_1/\Gamma). \quad (1.14) \end{aligned}$$

Уравнение (1.14) удовлетворяется при $\varphi(x, y) \psi(x, y; D_0 + D_1) = 1$. Отсюда находим

$$\varphi(x, y) = \psi[x, y; -(D_0 + D_1)].$$

Следовательно, оптический элемент в рассматриваемой системе выполняет фазовое преобразование

$$\varphi(x, y) = \exp \{ -(jk/2) \Phi(x^2 + y^2) \}, \quad (1.15)$$

где Φ удовлетворяет условию

$$D_0 + D_1 - \Phi = 0. \quad (1.16)$$

Видно, что (1.16) является известным условием формирования изображения тонкой линзой, оптическая сила которой $\Phi = 1/f$, где f — фокусное расстояние. Мы нашли, что тонкая линза осуществляет квадратичное фазовое преобразование сигнала. Исследуем свойства линзы как оптического элемента, линейно преобразующего комплексную амплитуду сигнала. Подставляя (1.15) в (1.13), получаем выражение для импульсного отклика тонкой линзы с неограниченной апертурой

$$h(x_1, y_1; x_0, y_0) = -(D_0 D_1 / \lambda^2) \psi(x_0, y_0; D_0) \psi(x_1, y_1; D_1) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x, y; Q) \exp\{-jk[(D_0 x_0 + D_1 x_1)x + (D_0 y_0 + D_1 y_1)y]\} dx dy, \quad (1.17)$$

где $Q = D_0 + D_1 - \Phi$. При $Q = 0$ входная и выходная плоскости являются, соответственно, предметной и плоскостью изображения. Импульсный отклик в этом случае

$$h(x_1, y_1; x_0, y_0) = \\ = -\Gamma^{-1} \psi(x_0, y_0; D_0) \psi(x_1, y_1; D_1) \delta[x_0 + x_1/\Gamma; y_0 + y_1/\Gamma]. \quad (1.18)$$

Пространственная инвариантность функции рассеяния (1.18) нарушается присутствием квадратичных фазовых множителей $\psi(x_0, y_0; D_0)$ и $\psi(x_1, y_1; D_1)$.

Как видно из (1.17), импульсный отклик тонкой линзы с неограниченной апертурой определяется через фурье-преобразование гауссовой функции $\psi(x, y; Q) = \exp\{(jk/2)Q(x^2 + y^2)\}$. Известно [1.23], что фурье-образ гауссовой функции имеет также гауссову форму:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-\beta \xi^2\} \exp\{-jK\xi\} d\xi = (\pi/\beta)^{1/2} \exp\{-K^2/4\beta\}. \quad (1.19)$$

Учитывая это, получаем для импульсного отклика (1.17)

$$h(x_1, y_1; x_0, y_0) = \frac{D_0 D_1}{j\lambda Q} \psi\left(x_0, y_0; D_0 - \frac{D_0^2}{Q}\right) \times \\ \times \psi\left(x_1, y_1; D_1 - \frac{D_1^2}{Q}\right) \exp\{-(jk/Q)D_0 D_1(x_0 x_1 + y_0 y_1)\}. \quad (1.20)$$

Когерентный импульсный отклик линзы в общем случае не представляется в пространственно-инвариантной форме из-за присутствия квадратичных фазовых множителей. Если на входе системы сформирован сигнал $E(x_0, y_0)$, выходной сигнал, согласно

(1.2), равен

$$E(x_1, y_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0, y_0) h(x_1, y_1; x_0, y_0) dx_0 dy_0. \quad (1.21)$$

При выполнении условия

$$D_1 = \Phi \quad (1.22)$$

с учетом (1.20) интеграл в (1.21) по входной плоскости $x_0 y_0$ имеет вид фурье-преобразования:

$$E(K_x, K_y) = (\Phi / j\lambda) \psi(x_f, y_f; \Phi - \Phi^2/D_0) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0, y_0) \exp\{-j(K_x x_0 + K_y y_0)\} dx_0 dy_0. \quad (1.23)$$

Здесь $K_x = k\Phi x_f$, $K_y = k\Phi y_f$ — круговые пространственные частоты. Следовательно, в задней фокальной плоскости линзы всегда формируется распределение комплексных амплитуд выходного сигнала, которое имеет вид фурье-образа входного сигнала. С точностью до квадратичного фазового множителя это распределение не зависит от положения плоскости, в которой задается входной сигнал. Квадратичный фазовый множитель $\psi(x_f, y_f; \Phi - \Phi^2/D_0)$ обращается в единицу, если входной сигнал задан в передней фокальной плоскости линзы ($D_0 = \Phi$). В этом случае выходной сигнал является фурье-образом входного сигнала с точностью до постоянного множителя $\Phi/j\lambda$ (1.23).

Так как сигналы в передней и задней фокальных плоскостях линзы оказываются фурье-сопряженными, эти плоскости называются фурье-плоскостями. Если входной сигнал сформирован в произвольной плоскости, для получения точного фурье-преобразования следует в задней фокальной плоскости линзы поместить другую линзу, компенсирующую в (1.23) квадратичный фазовый

множитель $\psi(x_f, y_f; \Phi - \Phi^2/D_0)$. Фокусное расстояние компенсирующей линзы выбирается из условия

$$\psi(x_f, y_f; \Phi - \Phi^2/D_0) \psi^*(x_f, y_f; 1/f_k) = 1,$$

откуда $1/f_k = \Phi(1 - \Phi/D_0)$. В частности, если входной сигнал задан в плоскости, расположенной вплотную к основной линзе ($D_0 \rightarrow \infty$), компенсирующая линза и линза, выполняющая фурье-преобразование, идентичны (рис. 4.2).

Операция преобразования Фурье, реализуемая оптической системой, связывает координатную $x_0 y_0$ и частотную $K_x K_y$ плоскости. Она выполняется как разложение пространственной структуры сложного светового сигнала на множество плоских волн,

Рис. 4.2. Оптическая система, выполняющая точное фурье-преобразование.

направляющие косинусы которых соответствуют пространственным частотам. Координатная и частотная плоскости в рассматриваемой оптической системе являются фурье-сопряженными. Поэтому сжатие масштаба в одной из них вызывает растяжение в другой:

$$\mathcal{F}\{E(ax_0, by_0)\} = |ab|^{-1} F(K_x/a, K_y/b).$$

Смещение сигнала в координатной плоскости соответствует умножению его фурье-образа на фазовый множитель, являющийся линейной функцией частоты:

$$\mathcal{F}\{E(x_0 - a, y_0 - b)\} = F(K_x, K_y) \exp\{-j(aK_x + bK_y)\}.$$

Инверсия координат в плоскости, где задан сигнал, соответствует инверсии пространственной частоты для фурье-образа сигнала:

$$\mathcal{F}\{E(-x_0, -y_0)\} = F(-K_x, -K_y).$$

Операция комплексного сопряжения входного сигнала в координатной области отображается в частотной плоскости как комплексное сопряжение фурье-образа сигнала с одновременной инверсией пространственной частоты:

$$\mathcal{F}\{E^*(x_0, y_0)\} = F^*(-K_x, -K_y).$$

Отсюда непосредственно следует, что действительной и четной функции в координатном пространстве соответствует действительный и четный фурье-образ.

Рассмотрим ситуацию, когда входным сигналом является пространственно-распределенная матрица некоторых функций [2]. В этом случае входной сигнал для изопланарной системы может быть представлен сверткой двух функций:

$$E(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi, \eta) h(x_0 - \xi, y_0 - \eta) d\xi d\eta.$$

Одна из них, называемая матричной функцией, описывает расположение отдельных элементов матрицы

$$h(x_0 - \xi, y_0 - \eta) = \sum_n \delta(x_0 - \xi_n) \delta(y_0 - \eta_n).$$

Вторая функция определяет матричный элемент $\varphi(x_0, y_0)$. В пространственно-частотной плоскости результирующий фурье-образ сигнала равен произведению фурье-образов матричного элемента и матричной функции.

В качестве примера возьмем простейший матричный сигнал, состоящий из двух элементов, соответствующих круговым отверстиям радиуса $d/2$, расположенным в экране на расстоянии $\pm a$ от оптической оси. Матричная функция представляет собой сумму двух δ -функций, а функция, описывающая матричный эле-

мент, имеет вид $\Phi(x_0) = \text{circ}(2r_0/d)$. В пространственно-частотной плоскости фурье-образ входной матрицы определяется выражением (ср. с (1.4.28)):

$$F(x_1, y_1) = 2 \frac{J_1(kdr_1/2f)}{kdr_1/2f} \cos(kax/f).$$

Рассмотрим ситуацию, когда условие (1.22) не выполняется. В этом случае импульсный отклик (1.20) описывает ядро интегрального преобразования Френеля [1.23]. Выходной сигнал (1.21) с точностью до квадратичного фазового множителя и постоянного комплексного коэффициента является френелевским образом входного сигнала, а импульсный отклик (1.20) с учетом (1.11) принимает вид

$$h(x_1, y_1; x_0, y_0) = \frac{D_0 D_1}{j\lambda Q} \exp \left\{ -j \frac{k D_1 \Phi}{2(D_1 - \Phi)} (x_1^2 + y_1^2) \right\} \exp \{ j\gamma [(x_0 - \xi)^2 + (y_0 - \eta)^2] \}, \quad (1.24)$$

$$\text{где } \gamma = \frac{k}{2} \left(D_0 - \frac{D_0^2}{Q} \right), \quad \xi = \frac{D_1 x_1}{D_1 - \Phi}, \quad \eta = \frac{D_1 y_1}{D_1 - \Phi}.$$

Квадратичный фазовый множитель можно скомпенсировать, поместив в плоскость $x_1 y_1$ тонкую линзу, выполняющую фазовое преобразование $\psi[x_1, y_1; D_1 \Phi / (D_1 - \Phi)]$. Выходной сигнал в такой системе является френелевским образом входного сигнала с точностью до постоянного комплексного множителя

$$E(\xi', \eta') = \frac{D_0 D_1}{j\lambda Q} \iint_{-\infty}^{\infty} E(x_0, y_0) \exp \{ j\gamma [(x_0 - \xi)^2 + (y_0 - \eta)^2] \} dx_0 dy_0. \quad (1.25)$$

Из (1.25) видно, что система с компенсирующей линзой пространственно-инвариантна. Следовательно, фурье-образ выходного сигнала определяется произведением фурье-образа входного сигнала на когерентную передаточную функцию, являющуюся фурье-образом функции Френеля. Согласно (1.19)

$$\begin{aligned} H(K_x, K_y) &= \frac{D_0 D_1}{j\lambda Q} \iint_{-\infty}^{\infty} \exp \{ j\gamma [(x_0 - \xi)^2 + (y_0 - \eta)^2] \} \times \\ &\times \exp \{ -j [K_x (x_0 - \xi) + K_y (y_0 - \eta)] \} d(x_0 - \xi) d(y_0 - \eta) = \\ &= \frac{\pi}{\gamma} \frac{D_0 D_1}{\lambda Q} \exp \left\{ -j \frac{1}{4\gamma} (K_x^2 + K_y^2) \right\}. \end{aligned}$$

Преобразование Френеля является обратимым. Повторное применение этого преобразования с комплексно-сопряженным ядром восстанавливает исходную функцию. Преобразование Френеля

основано на явлении дифракции Френеля и имеет в оптике такое же фундаментальное значение, как и преобразование Фурье.

Рассмотрим, для примера, френелевское преобразование светового пучка с гауссовским распределением амплитуды, который имеет плоский фазовый фронт в плоскости x_0y_0 и описывается выражением

$$E(x_0, y_0) = A \exp \left\{ - (x_0^2 + y_0^2) / w_0^2 \right\}. \quad (1.26)$$

Здесь w_0 — радиус пучка на уровне $\exp(-1)$. Распространение гауссова пучка в свободном пространстве можно представить как дифракцию плоской волны на транспаранте, пропускание которого описывается гауссовой функцией (1.26). Поле в плоскости x_1y_1 , отстоящей от плоскости x_0y_0 на расстояние z , выражается через интеграл суперпозиции (1.1). Импульсный отклик в приближении Френеля имеет вид (1.4.15)

$$h(x_1, y_1; x_0, y_0) = \frac{1}{j\lambda z} \exp \{ jkz \} \exp \left\{ j \frac{k}{2z} [(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2] \right\}. \quad (1.27)$$

После подстановки (1.26) и (1.27) в интеграл суперпозиции и интегрирования с учетом (1.19) получаем

$$E(x_1, y_1, z) = \frac{w}{w_0} \exp \left\{ j \left[kz - \arctg \frac{z}{R_0} \right] \right\} \times \\ \times \exp \left\{ - \frac{1}{w^2} (x_1^2 + y_1^2) \right\} \exp \left\{ j \frac{k}{2R} (x_1^2 + y_1^2) \right\}, \quad (1.28)$$

где w и R определяются выражениями (1.2.1) и (1.2.3). При распространении в свободном пространстве гауссов пучок сохраняет свою форму, изменяя фазу, амплитуду, кривизну волнового фронта. Формулы (1.28), (1.2.1), (1.2.3) отражают зависимость полуширины гауссова пучка w и радиуса кривизны волнового фронта R от расстояния z и конфокального параметра R_0 при распространении в френелевской зоне дифракции. Из отношения выражений для w^2 и R получаем, что при распространении гауссова пучка величина $2Rz/kw^2R_0$ является инвариантной и равной единице. Хотя для малых z френелевское приближение не является справедливым, формулы (1.2.1) и (1.2.3) правильно описывают параметры гауссова пучка и в этом случае: $w = w_0$ и $R = \infty$ при $z = 0$.

Для больших z преобразование гауссова пучка соответствует приближению Фраунгофера. В дальней зоне дифракции радиус кривизны R волнового фронта становится бесконечно большим. Следовательно, гауссов пучок имеет плоский волновой фронт при $z = 0$ и $z = \infty$. Интеграл суперпозиции с импульсным откликом (1.27) является симметричным по z . Поэтому гауссов пучок оказывается тоже симметричным относительно плоскости $z = 0$.

Полуширина гауссова пучка w_0 в плоскости $z=0$ имеет минимальную величину и носит название перетяжки или горловины. Для френгоферовой зоны можно асимптотически определить половину угла расходимости гауссова пучка (1.2.6). Этот угол оказывается меньше угла дифракции плоской волны на отверстии радиуса w_0 . Минимальная расходимость является отличительным свойством гауссова пучка, поэтому гауссов волновой пакет обладает самой высокой направленностью в сравнении с пучками, имеющими другие профили.

Рассмотрим, как преобразуется гауссов пучок. Известно, что линза является для световой волны квадратичным фазовым пространственным фильтром. Кривизна волнового фронта гауссова пучка меняется от величины $1/R$, непосредственно перед линзой, до $1/R + \Phi$ после прохождения ее. Гауссов пучок полностью определяется конфокальным параметром и координатами плоскости, где локализована перетяжка. Поэтому для исследования трансформации гауссова пучка линзой достаточно найти выражения, связывающие положения перетяжек входного и преобразованного линзой пучков, а также установить зависимость между конфокальными параметрами. Пусть перетяжка входного пучка, имеющего конфокальный параметр R_0 , сформирована в плоскости $x_0 y_0$ на расстоянии d_0 от линзы. Поле в произвольной выходной плоскости находится через интеграл суперпозиции (1.1). Импульсный отклик линзы описывается, в френелевском приближении, выражением (1.24). Подставив это выражение для импульсного отклика в интеграл суперпозиции, получаем после выполнения интегрирования

$$E(x, y) = \pi \frac{AD_0 D_1}{j\lambda QB} \exp\left\{-\frac{1}{w_1^2} (x_1^2 + y_1^2)\right\} \exp\left\{j \frac{1}{2R^2} (x_1^2 + y_1^2)\right\}, \quad (1.29)$$

где

$$R = \frac{1}{w_0^2} - j \frac{k}{2} \left(D_0 - \frac{D_0^2}{Q} \right), \quad \frac{1}{R} = D_1 - \frac{D_1^2}{Q} \left[1 - \frac{kD_0^2}{2Q} \operatorname{Im} \left(\frac{1}{B} \right) \right],$$

$$\frac{1}{w_1^2} = \frac{k^2}{4Q^2} D_0^2 D_1^2 \operatorname{Re} \left(\frac{1}{B} \right).$$

Первая экспонента в (1.29) дает распределение амплитуды выходного пучка, который по форме остается гауссовым. Вторая экспонента описывает волновой фронт. Для определения положения перетяжки выходного пучка достаточно наложить условие равенства нулю кривизны волнового фронта $1/R$. Это условие выполняется при двух значениях D_1 . Первое, $D_1 = 0$, является тривиальным. Оно соответствует волновому фронту выходного гауссова пучка в дальней френгоферовой зоне. Второе решение

имеет вид

$$l_2 = l_1 f^2 / (R_0^2 + l_1^2), \quad (1.30)$$

где $l_1 = (\Phi - D_0)/\Phi D_0$ — расстояние между перетяжкой входного пучка и передним фокусом линзы, $l_2 = (\Phi - D_1)/\Phi D_1$ — расстояние между перетяжкой выходного пучка и задним фокусом линзы.

Конфокальный параметр выходного пучка R_{01} связан с показателем первой экспоненты в (1.29), где

$$1/w_{01}^2 = k/2R_{01}.$$

С учетом (1.30) получаем

$$R_{01} = R_0 f^2 / (R_0^2 + l_1^2). \quad (1.31)$$

Формулы (1.30) и (1.31) полностью описывают преобразование гауссова пучка линзой, определяя конфокальный параметр и положение перетяжки выходного пучка. Из (1.30) следует, что

Рис. 4.3. Пространственно-инвариантная оптическая система.

перетяжка гауссова пучка, сформированная в передней фурье-плоскости линзы, трансформируется в перетяжку, локализованную в задней фурье-плоскости. Идеальная линза осуществляет в этом случае точное фурье-преобразование гауссовой функции. Обратимся снова к выражению (1.17), описывающему импульсный отклик, и исследуем, при каких условиях тонкая линза является пространственно-инвариантной системой. При $Q = 0$, когда выходная плоскость совпадает с плоскостью изображения входного сигнала, пространственная инвариантность когерентной системы нарушается квадратичными фазовыми множителями $\psi(x_0, y_0; D_0)$ и $\psi(x_1, y_1; D_1)$ в (1.18). Компенсация этих фазовых множителей может быть осуществлена в оптической схеме, показанной на рис. 4.3. В этой схеме пространственная инвариантность достигается за счет помещения в плоскости $x_0 y_0$ и $x_1 y_1$ компенсационных линз (1 и 3), фокусные расстояния которых выбираются соответственно равными $f_1 = 1/D_0$ и $f_3 = 1/D_1$. При этом импульсный отклик системы приводится к пространственно-

инвариантному виду

$$h(x_1, y_1) = -\Gamma^{-1} \delta(x_0 + x_1/\Gamma, y_0 + y_1/\Gamma). \quad (1.32)$$

Рассмотрим влияние конечных размеров апертуры линзы на ее свойства. Пусть функция $P(x, y)$ описывает апертуру линзы. Найдем импульсный отклик для системы, изображенной на рис. 4.3:

$$\begin{aligned} h(x_1, y_1; x_0, y_0) &= \\ &= -\frac{D_0 D_1}{\lambda^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x, y) \exp \left\{ -jkD_0 \left[\left(x_0 + \frac{x_1}{\Gamma} \right) x + \left(y_0 + \frac{y_1}{\Gamma} \right) y \right] \right\} dx dy. \end{aligned}$$

Для цилиндрически симметричной системы $P(x, y) = \text{circ}(2r/d)$, где d — диаметр линзы 2. Преобразование Фурье такой апертурной функции имеет также круговую симметрию [1.23]:

$$h(\rho) = \frac{dD_1}{2\lambda} \frac{J_1(d\rho/2)}{\rho}. \quad (1.33)$$

Здесь $\rho = kD_0[(x_0 + x_1/\Gamma)^2 + (y_0 + y_1/\Gamma)^2]^{1/2}$. Импульсному отклику (1.30) соответствует КПФ

$$H(r) = \text{circ}(2r/d). \quad (1.34)$$

Из выражения (1.33) для импульсного отклика следует, что когерентная оптическая система, показанная на рис. 4.3, сохраняет пространственную инвариантность и при конечной апертуре линзы. Разрешение этой оптической системы определяется функцией (1.33), нормированной на величину d :

$$h(r_1) = \frac{1}{r_1} J_1 \left(\frac{K_m r_1}{\Gamma} \right), \quad (1.35)$$

где $r_1 = (x_1^2 + y_1^2)^{1/2}$, $K_m = kD_0 d/2$ — максимальная пространственная частота, пропускаемая системой. Поскольку выходной сигнал пространственно-инвариантной системы описывается сверткой входного сигнала с импульсным откликом, каждый точечный источник во входной плоскости трансформируется на выходе системы в пятно, размер которого принимается равным расстоянию между нулями функции (1.35) $\Delta = 1,22\lambda/D_1 d$.

Для рассмотрения преобразования интенсивности светового сигнала системой, показанной на рис. 4.3, следует найти ее некогерентный импульсный отклик и ОПФ по формулам (1.6) и (1.8), учитывая (1.33) и (1.34). Эта оптическая система сохраняет пространственную инвариантность при отображении интенсивности некогерентных сигналов.

§ 2. Пространственная структура одночастичного оптического сигнала ЛДА

Рассмотрим для основных схем ЛДА структуру оптического сигнала, формируемого в одночастичном режиме, когда в зондирующем поле находится не более одной рассеивающей частицы [3—9, III, 31—33].

1. Дифференциальная схема представлена на рис. 4.4, а. Объектив 1 формирует зондирующее поле. Объектив 2 переносит

Рис. 4.4. Дифференциальная схема ЛДА.

на фотоприемник 4 изображение зондирующего поля в свете, рассеянным движущимися частицами. Диафрагма 3 ограничивает зондирующие пучки. Пусть входные пучки являются гауссовыми. Как известно (§ 1), гауссов пучок, трансформированный линзой, выполняющей квадратичное фазовое преобразование, сохраняет гауссову форму. Поэтому пространственная структура зондирующего светового поля определяется интерференцией гауссовых пучков

$$E_1 = A_1 \exp \{-\varepsilon_1[(x - \alpha z)^2 + y^2]\} \exp \{jk\alpha x\} \exp \{jkL_1\}, \quad (2.1)$$

$$E_2 = A_2 \exp \{-\varepsilon_2[(x + \alpha z)^2 + y^2]\} \exp \{-jk\alpha x\} \exp \{jkL_2\},$$

где L_1 , L_2 характеризуют длину оптического пути пучков до их пересечения, а 2α — угол между пучками, удовлетворяющий условию

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha, \quad \varepsilon_{1,2} = 1/w_1^2 - jk/2R_{1,2}.$$

Конфокальные параметры, а также положения перетяжек вход-

ного и преобразованного линзой гауссовых пучков связаны известными выражениями (1.30) и (1.31).

Найдем интенсивность поля, образованного суперпозицией световых пучков (2.1),

$$I = |E_1 + E_2|^2 = A_1^2 \exp \{-2[(x - \alpha z)^2 + y^2] \operatorname{Re} \varepsilon_1\} + \\ + A_2^2 \exp \{-2[(x + \alpha z)^2 + y^2] \operatorname{Re} \varepsilon_2\} + \\ + 2A_1 A_2 \exp \{-[x^2 + y^2 + \alpha^2 z^2] [\operatorname{Re} \varepsilon_1 + \operatorname{Re} \varepsilon_2]\} \times \\ \times \exp \{4\alpha z x [\operatorname{Re} \varepsilon_1 - \operatorname{Re} \varepsilon_2]\} \cos \varphi. \quad (2.2)$$

Здесь $\varphi = 2\alpha x[k + z(\operatorname{Im} \varepsilon_1 + \operatorname{Im} \varepsilon_2)] - (x^2 + y^2 + \alpha^2 z^2) \uparrow [\operatorname{Im} \varepsilon_2 - \operatorname{Im} \varepsilon_1] - kL_{21}$, $L_{12} = L_2 - L_1$. Рассмотрим интерференцию одинаковых пучков, когда $A_1 = A_2 = A$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = 1/w^2 - jk/2R$, $R_{01} = R_{02} = R_0$. При этом выражение для интенсивности поля упрощается

$$I = 2A^2 \exp \{-2(x^2 + y^2 + \alpha^2 z^2) \operatorname{Re} \varepsilon\} \{\operatorname{ch}(4\alpha z x \operatorname{Re} \varepsilon) + \\ + \cos [2\alpha x(k + 2z \operatorname{Im} \varepsilon) - kL_{21}]\}, \quad (2.3)$$

где $\varepsilon = k[R_0 - j(z + z_1)]/2[R_0^2 + (z + z_1)^2]$, z_1 — расстояние между точкой пересечения осей пучков ($z = 0$) и плоскостью, в которой локализованы перетяжки, z — расстояние между рассматриваемым сечением и плоскостью $z = 0$. Здесь учтены известные соотношения (1.2.1) — (1.2.3) для радиуса R кривизны волнового фронта и радиуса w сечения гауссова пучка.

Интерференционное поле (2.3) содержит пьедестал и составляющую, изменяющуюся с высокой пространственной частотой. Для хорошо отъюстированной схемы распределение интенсивности интерференционного поля симметрично относительно оси z (биссектрисы угла между интерферирующими пучками). Если пучки неодинаковы, поле искажается. Пространственное распределение интерференционного поля преобразуется движущимися точечными частицами во временное распределение электрического сигнала на выходе фотоприемника. Низкочастотной составляющей (пьедесталу) электрического сигнала соответствует гиперболический косинус в выражении (2.3), а доплеровской составляющей — высокочастотная интерференционная компонента поля. Произведение скорости рассеивающей частицы на пространственную частоту интерференционного поля оказывается равным частоте доплеровской составляющей сигнала на выходе фотоприемника.

В реальных устройствах для обработки доплеровского сигнала низкочастотная компонента отфильтровывается. Поэтому мы подробнее рассмотрим структуру только высокочастотной составляющей интерференционного поля, которая задает пространственный масштаб для определения скорости. Учитывая обозначе-

ния в (2.1), выделим из (2.3) переменную составляющую

$$I = 2A^2 \exp \{-2(x^2 + y^2 + \alpha^2 z^2) \operatorname{Re} \varepsilon\} \cos [2\alpha x(k + 2z \operatorname{Im} \varepsilon) - kL_{21}]. \quad (2.4)$$

Уравнение поверхности, ограничивающей объем, внутри которого нормированная на максимум амплитуда высокочастотной составляющей интерференционного поля имеет величину, не меньшую $\exp \{-v\}$, получается из условия

$$\exp \{-2(x^2 + y^2 + \alpha^2 z^2) \operatorname{Re} \varepsilon\} = \exp \{-v\}.$$

Отсюда, учитывая выражение для ε и выполняя алгебраические преобразования, приходим к уравнению эллипсоида

$$\frac{x^2}{r_x^2} + \frac{y^2}{r_y^2} + \frac{(z - z')^2}{r_z^2} = 1, \quad (2.5)$$

где полуоси

$$r_x^2 = r_y^2 = \frac{v}{2} w_0^2 \left(1 + \frac{4z_1^2}{k^2 w_0^4} \right), \quad r_z = \frac{r_x}{\alpha}, \quad z' = \frac{2vz_1}{\alpha^2 k^2 w_0^2}.$$

Из (2.5) видно, что центр эллипсоида смещен по оси z на величину z' . В случае, когда перетяжки интерферирующих пучков пересекаются ($z_1 = 0$), центр эллипсоида оказывается совмещенным с точкой $z = 0$, и выражение (2.5) упрощается:

$$\frac{x^2}{r_x^2} + \frac{y^2}{r_y^2} + \frac{z^2}{r_z^2} = 1, \quad (2.6)$$

где $r_x^2 = r_y^2 = vw_0^2/2$; $r_z = r_x/\alpha$. Объем, ограниченный поверхностью эллипсоида (2.6), определяет пространственное разрешение ЛДА, если рассеивающие частицы малы по сравнению с размером интерференционной полосы и однородны.

Доплеровскую частоту сигнала, амплитуда которого превышает некоторый минимальный уровень $\exp \{-v\}$ (v определяет пороговое значение сигнала), измеряют с помощью электронного процессора [1.62]. Этот уровень отсчитывается относительно максимальной амплитуды электрического сигнала, а следовательно, и относительно максимальной амплитуды переменной составляющей интерференционного поля. Пороговое устройство во входных электронных цепях может управлять пространственным разрешением ЛДА. Фотографии сигналов, полученные при движении рассеивающей частицы в различных сечениях измерительного объема в дифференциальной схеме, показаны на рис. 4.5. Они соответствуют распределению интерференционного поля в различных сечениях по z .

Реальные световые пучки не являются строго монохроматическими. Пусть ширина спектра интерферирующих гауссовых

Рис. 4.5. Сигнал в дифференциальной схеме, полученный при движении частицы в различных сечениях зондирующего поля: а) $z = 0$, б) $z = 0,25 r_z$, в) $z = 0,5 r_z$, г) $z = 0,75 r_z$.

пучков равна 2Ω . Проинтегрируем выражение (2.4) по частоте, имея в виду, что $k = \omega/c$:

$$\int_{\omega_0 - \Omega}^{\omega_0 + \Omega} \tilde{I} d\omega = 4A^2 \Omega \exp \{ -2(x^2 + y^2 + \alpha^2 z^2) \operatorname{Re} \epsilon \} \times \\ \times \operatorname{sinc} \left[\frac{2\Omega}{\omega_0 \lambda} (Bx - L_{21}) \right] \cos [2k_0 (Bx - L_{21})], \\ B = \alpha \left[1 - \frac{(z + z_1)z}{R_0^2 + (z + z_1)^2} \right], \quad k_0 = \frac{\omega_0}{c}.$$

Интегрирование выполнено с учетом, что экспонента в интервале $(\omega_0 + \Omega, \omega_0 - \Omega)$ является медленной функцией в сравнении с косинусоидой. Область существования функции $\operatorname{sinc}(x)$ обуславливает допустимую оптическую разность хода между интерферирующими пучками $L_{21} < \lambda \omega_0 / 2\Omega$. Величина L_{21} должна быть меньше длины когерентности, зависящей от ширины спектра интерферирующих пучков.

Обратимся к ситуации, когда гауссовы пучки различны. Пусть разность конфокальных параметров составляет δR_0 , а плоскости, в которых сформированы перетяжки, разнесены на расстояние δz_1 ; $R_{01} = R_0$, $R_{02} = R_0 + \delta R_0$, $z_2 = z_1 + \delta z_1$. Тогда в приближении $\delta R_0 / R_0 \ll 1$, $(z + z_1) / R_0 \ll 1$ можно записать $\epsilon_1 \approx \epsilon$, $\epsilon_2 \approx \epsilon - k(\delta R_0 + j\delta z_1) / 2R_0^2$. Выражение для амплитуды переменной составляющей интерференционного поля, нормированной на максимум, принимает вид

$$\tilde{I} = \exp \left\{ - \left(2\operatorname{Re} \epsilon - \frac{k\delta R_0}{2R_0^2} \right) (x^2 + y^2 + \alpha^2 z^2) + 2\alpha z x \frac{k\delta R_0}{R_0^2} \right\} \cos \varphi. \quad (2.7)$$

Отсюда получаем уравнение поверхности, ограничивающей измерительный объем на уровне $\exp \{-v\}$. Оно приводится к каноническому уравнению эллипсоида, повернутого вокруг оси y на угол $\theta = \alpha \delta R_0 / R_0$ в сторону пучка с меньшим значением конфокального параметра,

$$\frac{(x^* - x_0^*)^2}{r_x^2} + \frac{y^2}{r_y^2} + \frac{(z^* - z_0^*)^2}{r_z^2} = 1.$$

Здесь координаты x^* , $y^* = y$, z^* относятся к повернутым осям,

$$r_x^2 = r_y^2 = \frac{vw_0^2}{2} \left(1 + \frac{\delta R_0}{2R_0} + \frac{z_1^2}{R_0^2} \right),$$

$$r_z = r_x / \alpha, \quad x_0^* = -2vz_1\theta / k^2 w_0^2, \quad z_0^* = x_0^* / \alpha^2.$$

Центр эллипсоида смещен по оси z^* на величину z_0^* и по оси x^*

на величину x_0^* . Полуоси эллипсоида линейно зависят от величин $\delta R_0/2R_0$ и z_1^2/R_0^2 как от малых параметров. Условием нормальной юстировки схемы являются равенство конфокальных параметров ($\delta R_0 = 0$) и пересечение перетяжек в плоскости $z = 0$. В этом случае поверхность эллипсоида, ограничивающего измерительный объем, описывается уравнением (2.6).

На практике распространены две разновидности дифференциальной схемы, отличающиеся расположением фотоприемника. В одной из них фотоприемник помещается в плоскости изображения зондирующего объема, в другой — в пространственно-частотной плоскости приемного объектива. На структуру оптического сигнала в этих схемах влияет размер рассеивающей частицы, ее форма и фазовые свойства. Ограничимся амплитудными моделями рассеивающей частицы, функцию пропускания которых представим как $1 - p(x, y)$, где $p(x, y)$ — единичный пространственный импульс вида

$$p(x) = \text{rect} \{ (2/d)(x - X) \} \quad (2.8)$$

для одномерной модели и

$$p(x) = \text{circ} \{ (2/d)[(x - X)^2 + (y - Y)^2]^{1/2} \} \quad (2.9)$$

для модели плоской. Здесь $X = v_x(t - t_0)$, $Y = v_y(t - t_0)$, d — линейный размер рассеивающего объекта.

Зондирующее поле в плоскости xu рис. 4.4, а формируется гауссовыми пучками (2.1). Выходное поле, дифрагированное на частице, определяется в плоскости изображения выражением

$$E(x_1, y_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) [E_1(x, y) + E_2(x, y)] h(x_1, y_1; x, y) dx dy, \quad (2.10)$$

где, согласно (1.18), импульсный отклик для объектива с неограниченной апертурой имеет вид

$$h(x_1, y_1; x, y) = -\Gamma^{-1} \psi(x, y; D_0) \psi(x_1, y_1; D_1) \delta[x + x_1/\Gamma, y + y_1/\Gamma].$$

Сигнал на выходе пропорционален интенсивности результирующего поля, интегрированной по апертуре фотоприемника, которая выбирается много больше размера изображения рассеивающего объекта Γd . В этом случае пределы интегрирования могут быть выбраны бесконечными:

$$i = \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |E(x_1, y_1)|^2 dx_1 dy_1 = i_P + i_D. \quad (2.11)$$

Поскольку низкочастотный пьедестал i_P отфильтровывается и информацию о скорости несет доплеровская составляющая сигнала, будем исследовать ее амплитуду и частоту.

В случае, когда модель рассеивающего объекта описывается единичным импульсом (2.8), достаточно рассмотреть формирование оптического сигнала в плоскости xz . При этом выражения для гауссовых пучков, формирующих зондирующее поле, упрощаются:

$$\begin{aligned} E_1(x) &= A_1 \exp \{-\varepsilon(x - \alpha z)^2\} \exp \{j k \alpha x\}, \\ E_2(x) &= A_2 \exp \{-\varepsilon(x + \alpha z)^2\} \exp \{-j k \alpha x\}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Интеграл суперпозиции (2.10) принимает вид

$$E(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) [E_1(x) + E_2(x)] h(x_1; x) dx, \quad (2.13)$$

где $h(x_1; x) = -\Gamma^{-1} \psi(x; D_0) \psi(x_1; D_1) \delta(x + x_1/\Gamma)$. Из (2.13) с учетом (2.8) и (2.12) при $A_1 = A_2 = A$ получаем выражение для доплеровской составляющей фототока (с точностью до постоянного коэффициента)

$$i_D \sim d \exp \left\{ -2 \frac{X^2 + \alpha^2 z^2}{w_0^2} \right\} \operatorname{sinc} \frac{d}{\Lambda} \cos \left[2\pi \frac{X}{\Lambda} \left(1 - \frac{z^2}{R_0^2} \right) \right]. \quad (2.14)$$

Здесь $\Lambda = \pi/k\alpha$ — пространственный период зондирующего интерференционного поля. Интегрирование в (2.13) выполнено в приближении малого размера $\tilde{d}$ ($2\tilde{d}^2/w^2 \ll 1$). Кроме того, учтено, что $z/R \approx z^2/R_0^2 \ll 1$. Эти приближения используются в дальнейшем, часто без специальных оговорок. Из (2.14) находим, что амплитуда доплеровской составляющей максимальна, если

$$d_m = (2n + 1)\Lambda/2. \quad (2.15)$$

Следовательно, в дифференциальной схеме с фотоприемником, помещенным в плоскость изображения рассеивающего объема, доплеровский сигнал будет наибольшим, если размер рассеивающей частицы вида (2.8) равен полуцелому числу интерференционных полос зондирующего поля.

Уравнение огибающей измерительного объема в сечении xz находится из условия, чтобы амплитуда сигнала (2.14), нормированная на максимум в точке $x = 0, z = 0$, была не меньше величины $\exp(-\nu)$. Это уравнение описывает эллипс с полуосями

$$r_x = w_0 \Psi / \sqrt{2}, \quad r_z = r_x / \alpha, \quad \Psi = \Psi^* = (\nu + \ln |\sin(\pi d/\Lambda)|)^{1/2}. \quad (2.16)$$

На рис. 4.6 показана зависимость функции Ψ от размера d/Λ при различных значениях порога ν . Частицы, размер которых удовлетворяет условию экстремума амплитуды доплеровского сигнала, будем называть резонансными. Для резонансных частиц огибающая зондирующего поля в сечении xz не зависит от d

и описывается уравнением эллипса (2.6). Если размер d не удовлетворяет условию (2.15), эффективный измерительный объем уменьшается.

Рис. 4.6. Зависимость функции Ψ от размера частицы (2.8) в схеме рис. 4.4, а: 1 — $v=2$, 2 — $v=1$.

В случае, когда моделью рассеивающей частицы является диск (2.9), выражение для доплеровской составляющей сигнала получается, по аналогии с (2.14), из (2.10) и (2.11) с учетом (2.1), где положено $A_1 = A_2 = A$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$, $L_1 = L_2$, $d^2/w^2 \ll 1$, $z^2/R_0^2 \ll 1$,

$$i_D \sim d \exp \left\{ -2 \frac{X^2 + Y^2 + \alpha^2 z^2}{w_0^2} \right\} J_1 \left(\frac{\pi d}{\Lambda} \right) \cos \left[2\pi \frac{X}{\Lambda} \left(1 - \frac{z^2}{R_0^2} \right) \right]. \quad (2.17)$$

Наибольших значений амплитуда сигнала достигает в максимумах функции Бесселя. Эти максимумы соответствуют размерам $d_m = a_i \Lambda / \pi$, где a_i — значение аргумента i -го максимума функции Бесселя: $a_1 = 1,8$; $a_2 = 5,3$; $a_3 = 8,5$, ... Уравнение поверхности, ограничивающей рассеивающий объем на уровне $\exp \{-v\}$ амплитуды, нормированной на ее наибольшую величину при $x=0$, $y=0$, $z=0$, имеет вид эллипсоида с полуосями (2.16), где

$$\Psi = \Psi^* = \left(v + \ln \frac{d}{d_{m1}} + \ln \left| \frac{J_1(\pi d / \Lambda)}{J_1(a_1)} \right| \right)^{1/2}. \quad (2.18)$$

На рис. 4.7 показана зависимость функции Ψ (2.18) от размера рассеивающего диска d при различных значениях порога чувствительности v . Видно, что с ростом порядкового номера i резонансного размера d_{mi} измерительный объем увеличивается.

Если перед фотоприемником помещена полевая диафрагма, измерительный объем определяется проекцией этой диафрагмы в область, где локализовано зондирующее поле.

Рис. 4.7. Зависимость функции Ψ от размера частицы (2.9) в схеме рис. 4.4, а: 1 — $v=2$, 2 — $v=1$.

Обратимся к разновидности дифференциальной схемы с фотоприемником, помещенным в пространственно-частотной плоскости приемного объектива (рис. 4.4, б). Поле в плоскости $x_f y_f$ находится через интегральное преобразование вида (2.10), где импульсный отклик описывается согласно (1.23) выражением

$$h(x_f, y_f; x, y) = \frac{1}{j\lambda f} \Psi \left[x_f, y_f, \frac{1}{f} \left(1 - \frac{1}{D_0 f} \right) \right] \exp \left\{ -j \frac{k}{f} (x_f x + y_f y) \right\}. \quad (2.19)$$

Пусть центр малой апертуры фотоприемника находится в точке $x_f = X_f$, $y_f = 0$. Выходной сигнал получается в результате интегрирования интенсивности выходного поля по апертуре s

$$i = \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(x_f, y_f, \zeta_0) |E(x_f, y_f)|^2 dx_f dy_f, \quad (2.20)$$

где $s = \text{circ} \{ [(x_f - X_f)^2 + y_f^2]^{1/2} / \zeta_0 \}$, $\zeta_0/f \ll 1$, $2\zeta_0$ — размер апертурной диафрагмы. Для модели рассеивающей частицы вида (2.8) формирование оптического сигнала рассматривается в плоскости xz и $s = \text{rect} [(x_f - X_f)/\zeta_0]$. В этом случае доплеровская

составляющая сигнала

$$i_D \sim d^2 \zeta_0 \exp \left\{ -2 \frac{X^2 + \alpha^2 z^2}{w_0^2} \right\} \operatorname{sinc} \left[\frac{d}{2\Lambda} \left(1 + \frac{X_f}{\alpha f} \right) \right] \times \\ \times \operatorname{sinc} \left[\frac{d}{2\Lambda} \left(1 - \frac{X_f}{\alpha f} \right) \right] \cos \left[2\pi \frac{X}{\Lambda} \left(1 - \frac{z^2}{R_0^2} \right) \right]. \quad (2.21)$$

Отсюда следует, что максимальное значение амплитуды сигнала в дифференциальной схеме с фотоприемником малой апертуры, помещенным в пространственно-частотную плоскость, зависит как от размера рассеивающей частицы, так и от положения диафрагмы фотоприемника. Резонансный размер для модели (2.8), соответствующий максимуму амплитуды, меняется от $(2n+1)\Lambda$ при $X_f = 0$ до $(2n+1)\Lambda/2$ при $X_f = \alpha f$. Локализация апертурной диафрагмы фотоприемника в окрестности точки $X_f = 0$ обеспечивает максимальный контраст сигнала. При этом выражение (2.21) приводится к виду

$$i_D \sim d^2 \zeta_0 \exp \left\{ -2 \frac{X^2 + \alpha^2 z^2}{w_0^2} \right\} \operatorname{sinc}^2 \frac{d}{2\Lambda} \cos \left[2\pi \frac{X}{\Lambda} \left(1 - \frac{z^2}{R_0^2} \right) \right].$$

Соответствующий резонансный размер частицы оказывается равным нечетному числу интерференционных полос зондирующего поля, $d_m = (2n+1)\Lambda$. Огибающая измерительного объема в плоскости xz является эллипсом с полуосями (2.16), где

$$\Psi = \Psi^* = [\nu + 2 \ln |\sin(\pi d/2\Lambda)|]^{1/2}.$$

Зависимость функции Ψ от размера рассеивающей частицы иллюстрируется кривыми на рис. 4.8 при различных порогах чувствительности системы.

Для дисковой модели рассеивающей частицы (2.9) выражение, определяющее доплеровскую составляющую сигнала, получается по аналогии с (2.21)

$$i_D \sim d^2 \zeta_0 \exp \left\{ -2 \frac{X^2 + Y^2 + \alpha^2 z^2}{w_0^2} \right\} J_1^2 \left(\frac{\pi d}{2\Lambda} \right) \cos \left[2\pi \frac{X}{\Lambda} \left(1 - \frac{z^2}{R_0^2} \right) \right]. \quad (2.22)$$

Здесь принято, что центр апертурной диафрагмы фотоприемника помещен в точку $X_f = 0$, $Y_f = 0$. Резонансный размер рассеивающей частицы определяется в максимумах функции Бесселя:

$$d_{mi} = 2a_i \Lambda / \pi. \quad (2.23)$$

Как и в (2.21), при изменении положения апертурной диафрагмы фотоприемника резонансный размер рассеивающей частицы (2.9) меняется от $2a_i \Lambda / \pi$ (2.23) при $X_f = 0$ до $a_i \Lambda / \pi$ (2.17) при $X_f = \alpha f$. Это явление можно использовать для определения спектра размеров частиц по амплитуде доплеровской составляющей

щей сигнала. Устройство реализуется на базе схемы рис. 4.4, б, если в пространственно-частотной плоскости приемного объектива поместить линейку фотодиодов с фильтрами, выделяющими доплеровскую составляющую в каждом из каналов. По аналогии с

Рис. 4.8. Зависимость функции Ψ от размера частицы (2.9) в схеме рис. 4.4, б: 1 — $v=2$, 2 — $v=1$.

(2.18) измерительный объем ограничивается поверхностью эллипсоида, в котором полуоси определяются через функцию

$$\Psi = \Psi^* = \left[v + \ln \frac{d}{d_{m1}} + 2 \ln \left| \frac{J_1(\pi d / 2\Lambda)}{J_1(a_1)} \right| \right]^{1/2}.$$

Зависимость функции Ψ от размера частицы (2.9) в дифференциальной схеме с фотоприемником, помещенным в пространственно-частотной плоскости на оптической оси и имеющим малую апертуру, показана на рис. 4.9.

2. Структура оптического сигнала в схеме с опорным пучком определяется свойствами фотоприемника как фильтра пространственных и временных частот. В оптической схеме на рис. 4.10, а входные пучки проектируются объективом 1 в исследуемую область потока, где они описываются выражениями (2.1) при $A_1 > A_2$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$ и $L_1 = L_2$. В пространственно-частотной плоскости поле находится через интегральное преобразование

$$E(x_f, y_f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [p(x, y) E_1(x, y) + E_2(x, y)] h(x_f, y_f; x, y) dx dy.$$

Здесь $E_1(x, y)$ — освещающий пучок, $E_2(x, y)$ — опорный пучок, $p(x, y)$ — функция, описывающая модель рассеивающей частицы, импульсный отклик $h(x_f, y_f; x, y)$ для объектива с неограничен-

ной апертурой совпадает с выражением (2.19). Экран 3 перекрывает освещающий пучок. Выходной сигнал пропорционален

Рис. 4.9. Зависимость функции Ψ от размера частицы (2.9) в схеме рис. 4.4, 6: 1 — $v=2$, 2 — $v=1$.

Рис. 4.10. Оптическая схема ЛДА с опорным пучком.

интенсивности результирующего поля, интегрированной по линейной апертуре фотоприемника 4 (2.20), с центром в точке $X_f = -\alpha f$, Y_f . В случае, когда рассеивающая частица описывается

функцией (2.8), получаем, по аналогии с (2.21), выражение для переменной составляющей оптического сигнала ($d_0 = f$)

$$i_D \sim d\zeta_0 \exp \left\{ -\frac{(X - \alpha z)^2}{w_0^2} \right\} \operatorname{sinc} \frac{d}{\Lambda} \operatorname{sinc} \left[\frac{k\zeta_0}{\pi f} (X + \alpha z) \right] \times \\ \times \cos \left\{ 2\pi \frac{X}{\Lambda} \left(1 - \frac{z^2}{4R_0^2} \right) - \frac{z}{R_0} \right\}. \quad (2.24)$$

Максимальным величинам амплитуды сигнала соответствует размер рассеивающей частицы (2.8), равный нечетному числу полуполос интерференционного поля, образованного пересечением освещающего и опорного пучков. В схемах, где референтный пучок не проходит через исследуемую среду [1.62], это интерференционное поле является мнимым. Оно образовано пересечением освещающего пучка и мнимого референтного пучка, соответствующего заданному распределению волнового фронта на апертурной диафрагме фотоприемника. Из (2.24) находим уравнение кривой, ограничивающей измерительный объем на уровне $\exp\{-v\}$ в сечении xz

$$\frac{(X - \alpha z)^2}{w_0^2} - \ln \left| \operatorname{sinc} \left[\frac{k\zeta_0}{\pi f} (X + \alpha z) \right] \right| = \Psi^2, \quad (2.25)$$

где Ψ берется из (2.16). Огибающая оказывается более сложной, чем эллипс. Она определяется структурой освещающего пучка и пространственно-частотным спектром апертурной диафрагмы фотоприемника. Если размер диафрагмы удовлетворяет условию $k\zeta_0 w/f \ll 1$, уравнение (2.25) преобразуется к уравнению эллипса, повернутого в плоскости xz на угол $\theta = -\alpha(1 - \mu^2/3)$, где $\mu^2 = kR_0^2 \zeta_0^2/f^2$ — параметр, зависящий от апертуры фотоприемника и пространственных условий оптического смещения рассеянного и опорного пучков. Для малой диафрагмы, приближающейся к точечной, $\mu \rightarrow 0$ и $\theta \approx -\alpha$. В повернутой системе координат сечение зондирующего объема в плоскости xz ограничено эллипсом с полуосями

$$r_x^* \approx w_0 \Psi (1 - \mu^2/6), \quad r_z^* \approx \sqrt{3} w_0 \Psi / \alpha \mu. \quad (2.26)$$

Доплеровская составляющая сигнала для дисковой модели частицы (2.9) находится по аналогии с (2.24)

$$i_D \sim d\zeta_0 \exp \left\{ -\frac{(X - \alpha z)^2 + Y^2}{w_0^2} \right\} J_1 \left(\frac{\pi d}{\Lambda} \right) \times \\ \times \frac{J_1[k\zeta_0 (X + \alpha z)/f]}{X + \alpha z} \cos \left[2\pi \frac{X}{\Lambda} \left(1 - \frac{z^2}{4R_0^2} \right) - \frac{z}{R_0} \right]. \quad (2.27)$$

Максимумы амплитуды сигнала соответствуют максимумам функции Бесселя при $d_{mi} = a_i \Lambda / \pi$. Измерительный объем ограничен поверхностью эллипсоида, повернутого вокруг оси y на угол $\theta \approx$

$\approx -\alpha(1 - \mu^2/3)$. Размеры полуосей в повернутой системе координат равны

$$r_x^* = w_0 \Psi(1 - \mu^2/8), \quad r_y = w_0 \Psi, \quad r_z = \sqrt{3} w_0 \Psi / \alpha \mu, \quad (2.28)$$

Ψ определяется из (2.18). Например, для $v = 2$, $w_0 = 0,1$ мм, $\xi_0 = 0,5$ мм, $d = d_{m1}$, $f = 10^2$ мм, $k = 10^4$ мм $^{-1}$ получаем $r_x = 0,14$ мм, $r_y = 0,14$ мм, $r_z = 0,34$ мм. Если размер ξ_0 апертурной диафрагмы мал, то $\mu^2 \ll 1$ и $\theta = -\alpha$. При этом измерительный объем ограничивается поверхностью эллипсоида, полуось которого r_z ориентирована по оси освещающего пучка E_1 [6]. С увеличением ξ_0 угол поворота уменьшается. Для сравнения в дифференциальной схеме с фотоприемником в пространственно-частотной плоскости (рис. 4.4, б) большая ось эллипсоида ориентирована по биссектрисе угла, образованного падающими пучками. В схеме с опорным пучком согласно (2.26) и (2.28) r_z обратно пропорционален апертуре фотоприемника. Полуоси эллипсоидов в схеме с опорным пучком и в схеме дифференциальной находятся в отношениях $r_{x0}/r_{xD} = r_{y0}/r_{yD} = \sqrt{2}$, $r_{z0}/r_{zD} = \sqrt{6}/\mu$. Измерительный объем в схеме с опорным пучком (рис. 4.10, а) больше, чем измерительный объем в дифференциальной схеме (рис. 4.4, б) при прочих равных условиях и размерах рассеивающих частиц, удовлетворяющих резонансной величине. Это обусловлено тем, что в схеме с опорным пучком от положения рассеивающей частицы в зондирующем поле зависит интенсивность только одного рассеянного пучка. Интенсивность опорного пучка практически постоянна. Поэтому амплитуда доплеровской составляющей сигнала (2.24) и (2.27) пропорциональна первой степени экспоненты, описывающей пространственное распределение поля освещающего пучка. В дифференциальной схеме интенсивность обоих интерферирующих на светочувствительной поверхности фотоприемника рассеянных пучков зависит от положения частицы. Отсюда амплитуда переменной составляющей сигнала пропорциональна квадрату соответствующей экспоненты. На рис. 4.11 показаны сигналы в схеме с опорным пучком в различных сечениях измерительного объема.

Рассмотрим схему с опорным пучком, фотоприемник в которой расположен в плоскости изображения зондирующего поля (рис. 4.10, б). В этом случае выходное поле определяется интегралом суперпозиции (1.21), а импульсный отклик описывается выражением (2.10). Отсюда получаем для интенсивности поля

$$I(x_1, y_1) = \frac{2}{\Gamma^2} \exp \left\{ -\frac{2}{\Gamma^2} [x_1^2 + y_1^2 + (\Gamma \alpha z)^2] \operatorname{Re} \epsilon \right\} \times \\ \times \left\{ A_1^2 p^2 \left(\frac{x_1}{\Gamma}, \frac{y_1}{\Gamma} \right) \exp \left(-4 \frac{\alpha}{\Gamma} x_1 z \operatorname{Re} \epsilon \right) + A_2^2 \exp \left(4 \frac{\alpha}{\Gamma} x_1 z \operatorname{Re} \epsilon \right) + \right. \\ \left. + 2 A_1 A_2 p \left(\frac{x_1}{\Gamma}, \frac{y_1}{\Gamma} \right) \cos \left[2 \frac{\alpha}{\Gamma} x_1 (k + 2z \operatorname{Im} \epsilon) \right] \right\}.$$

Рис. 4.11. Сигнал в схеме с опорным пучком, полученный при движении частицы в различных сечениях зондирующего поля. В центральном сечении выполнено условие автокомпенсации пьедестала. а) $z=0$, б) $z=0,25 r_z$, в) $z=0,5 r_z$, г) $z=0,75 r_z$.

Выделяя высокочастотную составляющую и интегрируя ее по апертуре фотоприемника, много большей изображения рассеивающей частицы, находим доплеровскую составляющую сигнала. Если модель частицы соответствует (2.8), выражение для переменной составляющей оптического сигнала имеет вид (2.14), где A^2 заменяется на произведение $A_1 A_2$, поскольку амплитуды освещающего и референтного пучков не одинаковы. Аналогично, для дисковой модели частицы (2.9) справедливо описание доплеровского сигнала выражением (2.17). Уравнения поверхности, ограничивающей измерительный объем при заданном пороге чувствительности, и резонансные размеры частиц оказываются такими же,

Рис. 4.12. Инверсно-дифференциальная схема.

как и в схеме на рис. 4.4, а, если они описываются моделями типа (2.8) и (2.9). Однако pedestals и абсолютные величины доплеровских сигналов в этих схемах отличаются. Выбор других моделей рассеивающих частиц может привести к отличию нормированных на максимум амплитуд доплеровских составляющих, поскольку в схеме с опорным пучком интенсивность оптического сигнала пропорциональна функции $p(x, y)$, тогда как в сигнале дифференциальной схемы множителем является квадрат модуля этой функции.

3. Обратимся к инверсно-дифференциальной схеме, которая представлена на рис. 4.12. Пусть входное поле сформировано в виде гауссова пучка, падающего под углом α к оптической оси приемного объектива,

$$E(x, y) = A \exp \{ -\epsilon [(x - \alpha z)^2 + y^2] \} \exp \{ jk\alpha x \}.$$

Поле в пространственно-частотной плоскости определяется интегралом суперпозиции

$$E(x_f, y_f) = \iint_{-\infty}^{\infty} p(x, y) E(x, y) h(x_f, y_f; x, y) dx dy,$$

где функция $p(x, y)$, описывающая рассеивающую частицу, пред-

ставлена выражениями (2.8) и (2.9), а импульсный отклик — (2.19). В плоскости $x_f z$ поле инвертируется относительно оси z . Суперпозиция прямого и инвертированного полей ограничивается апертурной диафрагмой с центром в точке $x_f = X_f$, $y_f = 0$ и падает на светочувствительную поверхность фотоприемника. Выходной ток находится интегрированием интенсивности результирующего поля по апертурной диафрагме (2.20):

$$i = \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(x_f, y_f) |E(x_f, y_f) + E(-x_f, y_f)|^2 dx_f dy_f.$$

Отсюда получаем выражение для переменной составляющей оптического сигнала. Если модель частицы описывается (2.8), то

$$i_D \sim d^2 \zeta_0 \exp \left\{ -\frac{2}{w_0^2} (X - \alpha z)^2 \right\} \operatorname{sinc} \left[\frac{d}{2\Lambda} \left(1 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \times \\ \times \operatorname{sinc} \left[\frac{d}{2\Lambda} \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \operatorname{sinc} \left(2k\zeta_0 \frac{X}{f} \right) \cos(2k\beta X), \quad (2.29)$$

где $\beta = X_f/f$ и для данной схемы $\Lambda = \pi/k\beta$ — пространственный период спектральной составляющей зондирующего поля, выделяемой узкополосным пространственно-частотным фильтром в фурье-плоскости $x_f y_f$. Полоса пропускания фильтра определяется относительным размером апертурной диафрагмы фотоприемника. Размер рассеивающей частицы d_m , соответствующий максимальной амплитуде сигнала (2.29), зависит от выбора параметров X_f , α и f . Например, $d_m = (2n+1)\Lambda$ при $\alpha = 0$, т. е. резонансный размер равен нечетному числу пространственных периодов. Если же параметры оптической схемы удовлетворяют соотношению $\alpha f/X_f = (n+1)/n$, для резонансного размера получаем $d_m = n\Lambda$, где n — целое число. По аналогии с (2.25) и (2.26) трудно найти, что измерительный объем в сечении xz при достаточно малой апертурной диафрагме фотоприемника ограничен на уровне $\exp\{-v\}$ эллипсом, большая полуось которого повернута в сторону освещающего пучка, а при точечной диафрагме — ориентирована вдоль него. Размеры полуосей в повернутой системе координат

$$r_x = \frac{w_0 \Psi}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{2}{3} \mu^2 \right), \quad r_z = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{w_0 \Psi}{\alpha \mu}; \quad (2.30)$$

$$\Psi = \Psi^* = \left\{ v + \ln \left| \sin \left[\pi \frac{d}{2\Lambda} \left(1 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \sin \left[\pi \frac{d}{2\Lambda} \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \right| \right\}^{1/2}.$$

Угол поворота $\theta = -\alpha(1 - 2\mu^2/3)$. С увеличением апертурной диафрагмы (полосы пропускания пространственно-частотного фильтра) угол поворота θ уменьшается. Уменьшение угла наклона α падающего пучка увеличивает полуось эллипсоида r_z по гиперболическому закону в пределах, для которых справедливо выбранное в (2.30) приближение.

Аналогично исследуется инверсно-дифференциальная схема в ситуации, когда моделью рассеивающей частицы является диск (2.9). Выражение для доплеровской составляющей сигнала имеет вид

$$i_D \sim d^2 \epsilon_0 \exp \left\{ -\frac{2}{w_0^2} [(X - \alpha z)^2 + Y^2] \right\} \frac{J_1 [\pi (d/2\Lambda) (1 - \alpha/\beta)]}{1 - \alpha/\beta} \times \\ \times \frac{J_1 [\pi (d/2\Lambda) (1 + \alpha/\beta)]}{1 + \alpha/\beta} \frac{J_1 (2k\beta \epsilon_0)}{\beta} \cos (2k\beta X). \quad (2.34)$$

При $\alpha = 0$ резонансный размер рассеивающей частицы определяется максимумом функции Бесселя $d_{mi} = 2a_i \Lambda / \pi$. Если $\alpha \neq 0$, диаметр диска, соответствующий максимальной амплитуде, зависит от соотношения параметров α , X_i и f . Измерительный объем ограничивается эллипсоидом, большая полуось которого повернута относительно оси z на угол $\theta = -\alpha(1 - 4\mu^2/3)$. При этом размеры полуосей

$$r_x = \left(1 - \frac{\mu^2}{4}\right) \frac{w_0 \Psi}{\sqrt{2}}, \quad r_y = \frac{w_0 \Psi}{\sqrt{2}}, \quad r_z = \sqrt{1,5} \frac{w_0 \Psi}{\mu \alpha};$$

$$\Psi = \Psi^* = \left\{ v + 2 \ln \frac{d}{d_m} + \ln \left| J_1 \left[\pi \frac{d}{2\Lambda} \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] J_1 \left[\pi \frac{d}{\Lambda} \left(1 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \right| - \right. \\ \left. - \ln \left| J_1 \left[\pi \frac{d_m}{2\Lambda} \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] J_1 \left[\pi \frac{d_m}{\Lambda} \left(1 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \right| \right\}^{1/2}.$$

По аналогии с ранее рассмотренными схемами (рис. 4.4, 4.10) можно показать, что при узкополосном пространственно-частотном фильтре доплеровская составляющая и ее свойства для инверсно-дифференциальной схемы с фотоприемником в плоскости изображения зондирующего объема и для схемы с фотоприемником в пространственно-частотной плоскости идентичны.

Мы рассмотрели пространственную структуру оптического сигнала в основных типах схем ЛДА и оценили влияние размера рассеивающей частицы на измерительный объем. Хотя анализ выполнен для случая, когда зондирующее поле формируется гауссовыми пучками, полученные результаты справедливы качественно, а при некоторых поправках — и количественно для входных пучков, распределение поля в которых определяется дифракцией плоской волны на щелевых или круговых диафрагмах. Схемы с негауссовыми зондирующими пучками встречаются в лазерной анемометрии сравнительно редко. Поэтому основное внимание здесь было уделено анализу схемы с гауссовыми пучками. Если рассеивающие частицы имеют различные размеры, при постоянном пороге чувствительности меняется соответствующим образом и измерительный объем. В целом пространственное разрешение определяется статистикой распределения частиц по размеру и пространству.

§ 3. Частотная структура одночастичного оптического сигнала ЛДА

1. Для исследования пространственно-частотной структуры оптического сигнала в дифференциальной схеме выделим в (2.4) фазовый член доплеровской составляющей

$$\varphi = 2\pi(x/\Lambda)[1 + 2(z/k) \operatorname{Im} \epsilon] - kL_{21}.$$

Дифференцируя это выражение по координате x , находим, с учетом (2.3), пространственную частоту зондирующего интерференционного поля

$$K_x = K_0 \left\{ 1 - \frac{z(z+z_1)}{R_0^2 + (z+z_1)^2} \right\},$$

где $K_0 = 2\pi/\Lambda$, ($\Lambda = \pi/k\alpha$). Отношение большой полуоси эллипсона, ограничивающего измерительный объем на заданном уровне, и конфокального параметра удовлетворяет согласно (2.5) условию $r_z/R_0 \ll 1$. Поэтому для z , не превышающих r_z , $z+z_1 \ll R_0$ и

$$K_x = K_0 \left(1 - \frac{z^2}{R_0^2} - \frac{zz_1}{R_0^2} \right). \quad (3.1)$$

Несовпадение перетяжек с плоскостью $z=0$ приводит к появлению в выражении (3.1), описывающем пространственно-частотную структуру интерференционного поля, двух аддитивных членов, зависящих соответственно квадратично и линейно от z . Перепишем (3.1) как

$$K_x = K_0 \left\{ 1 + \frac{z_1^2}{4R_0^2} - \frac{1}{R_0^2} \left(z + \frac{z_1}{2} \right)^2 \right\}.$$

Отсюда видно, что при несовпадении центров перетяжек с плоскостью, в которой пересекаются оси пучков, распределение пространственной частоты оказывается симметричным относительно плоскости $z = -z_1/2$. С увеличением расстояния от этой плоскости пространственная частота уменьшается на величину, пропорциональную квадрату этого расстояния. Для идеально отъюстированной схемы $z_1 = 0$, и перетяжки пересекаются в плоскости $z=0$, что приводит в (3.1) к исчезновению члена, линейного по z [3],

$$K_x = K_0 (1 - z^2/R_0^2). \quad (3.2)$$

Следовательно, распределение пространственной частоты зондирующего поля в нормально отъюстированной дифференциальной схеме является симметричным относительно плоскости, в которой пересекаются центры перетяжек. Пространственная частота в плоскости, смещенной относительно плоскости $z=0$, уменьша-

ется на величину, пропорциональную квадрату отношения этого смещения к конфокальному параметру.

Рассмотрим пространственно-частотную структуру интерференционного поля гауссовых пучков с отличающимися параметрами. Согласно (2.2) выражение для фазы переменной составляющей поля в этом случае имеет вид

$$\varphi = K_0 \{ 1 + (z/k)(\text{Im } \epsilon_1 + \text{Im } \epsilon_2) \} x - \\ - (\text{Im } \epsilon_2 - \text{Im } \epsilon_1)(x^2 + y^2 + \alpha^2 z^2) - kL_{21}.$$

С учетом (2.7) получаем

$$\varphi = K_0 x \left[1 - \frac{z^2}{R_0^2} - \frac{z}{2R_0^2} (2z_1 + \delta z_1) \right] + \frac{k \delta z_1}{2R_0^2} (x^2 + y^2 + \alpha^2 z^2) - kL_{21}.$$

Отсюда определяется пространственная частота интерференционного поля по оси x

$$K_x = K_0 \left[1 - \frac{z^2}{R_0^2} - \frac{z}{2R_0^2} (2z_1 + \delta z_1) \right] + \frac{k \delta z_1}{R_0^2} x. \quad (3.3)$$

После преобразований имеем

$$K_x = K_0 \left\{ 1 + \frac{1}{16R_0^2} (2z_1 + \delta z_1)^2 - \frac{1}{R_0^2} \left[z + \frac{1}{4} (2z_1 + \delta z_1) \right]^2 \right\} + \frac{k \delta z_1}{R_0^2} x. \quad (3.4)$$

Из сравнения (3.3) и (3.4) с (3.1) видно, что пространственно-частотная структура интерференционного поля сложнее, чем в случае интерференции одинаковых гауссовых пучков. Пространственная частота имеет симметричное по z распределение относительно плоскости $z = -(2z_1 + \delta z_1)/4$. В выражениях (3.3) и (3.4) для пространственной частоты появляется дополнительный аддитивный член, линейно зависящий от x , с коэффициентом пропорциональности $k \delta z_1 / R_0^2$. Это связано с разлпчием волновых фронтов интерферирующих пучков. В идеально отъюстированной схеме $\delta z_1 = 0$, $z_1 = 0$, а (3.3) и (3.4) переходят в (3.2). В такой схеме гауссовы пучки, формирующие зондирующее интерференционное поле, одинаковы и не имеют искажений волновых фронтов. Центры перетяжек и точка пересечения осей интерферирующих гауссовых пучков должны быть совмещены. Отличие параметров и несовпадение центров перетяжек с пересечением осей зондирующих гауссовых пучков приводят к искажениям в распределении пространственной частоты интерференционного поля и, следовательно, к увеличению погрешности измерений.

Исследование зависимости переменной составляющей оптического сигнала от размеров малой рассеивающей частицы для выбранных моделей (2.8) и (2.9) показывает, что распределение

частоты не зависит от размера рассеивателя. С увеличением размера рассеивающего объекта ситуация усложняется. В этом случае суперпозиция доплеровских сигналов от передней и задней границ рассеивающего объекта приводит к скачкам в фазовой структуре результирующего сигнала. На рис. 4.13 показано распределение пространственной частоты в зондирующем поле дифференциальной схемы при различных параметрах интерферирующих гауссовых пучков.

2. Обратимся к схеме с опорным пучком. Запишем выражение для фазы доплеровской составляющей фототока в случае, когда фотоприемник расположен в пространственно-частотной плоскости. Из (2.24) и (2.27) имеем

$$\varphi = K_0 X (1 - z^2/4R_0^2) - z/R_0.$$

Отсюда определим частоту сигнала

$$\omega_D = K_0 v (1 - z^2/4R_0^2), \quad (3.5)$$

где K_0 имеет смысл пространственной частоты интерференционного поля, образованного суперпозицией освещающего пучка и проекцией референтного пучка с заданным волновым фронтом на апертурной диафрагме фотоприемника. Сравнение (3.5) и (3.2) показывает, что частотная структура зондирующего поля в схеме с референтным пучком и фотоприемником, имеющим малую апертуру и расположенным в фурье-плоскости приемного объектива (рис. 4.10, а), оказывается более однородной, чем в дифференциальной схеме, поскольку квадратичный по z аддитивный член в (3.5) дает меньший вклад в пространственное распределение частоты. Для схемы с опорным пучком и фотоприемником, помещенным в плоскости изображения зондирующего поля (рис. 4.10, б), распределение пространственной частоты оптического сигнала такое же, как и в дифференциальной схеме, если выполняется приближение малых размеров рассеивающих частиц (2.8) и (2.9).

3. Пространственно-частотная структура зондирующего поля в инверсно-дифференциальной схеме отличается высокой однородностью. Это следует из выражений для фазы доплеровской составляющей сигнала (2.29) и (2.31)

$$K_x = 2kX_1/f.$$

Пространственная частота K_x инверсно-дифференциальной схемы

Рис. 4.13. Распределение пространственной частоты в зондирующем поле дифференциальной схемы: 1 — $R_0=28$ мм, $z_1=0$; 2 — $R_0=28$ мм, $z_1=0,4$ мм; 3 — $R_0=14$ мм, $z_1=0$.

не зависит от распределения поля освещающего пучка и определяется только параметрами пространственно-частотного фильтра в фурье-плоскости приемного объектива (рис. 4.10). Этот фильтр выделяет узкополосную пространственно-частотную спектральную составляющую из входного оптического сигнала, формируемого при рассеянии падающего пучка на движущейся частице. Чем уже полоса пропускания пространственно-частотного фильтра, тем меньше инструментальная погрешность измерителя. Однако здесь необходимо находить разумный компромисс между полосой пропускания фильтра и энергетической чувствительностью фотоприемника.

В двухчастотных схемах формируется зондирующее интерференционное поле, действительное или мнимое, с бегущими полосами. Частотный спектр фототока соответственно смещается на величину введенного частотного сдвига. На практике необходимо учитывать некоторые тонкости. Например, пусть входные пучки дифференциальной схемы формируются из дифрагированных пучков на выходе акустооптического модулятора бегущей волны, в котором имеется отраженная волна малой амплитуды. Зондирующее поле является суперпозицией дифрагированных пучков выбранных порядков. Это поле для нормально отъюстированной схемы с учетом (1.7.11) и по аналогии с (2.12) можно записать в виде

$$E_1(x) = A_1 \exp \{-\varepsilon(x - \alpha z)^2\} \exp \{jk\alpha x\} \exp \{j(\Omega + \omega_0)t\} \times \\ \times (1 + \gamma \cos 2\Omega t),$$

$$E_2(x) = A_2 \exp \{-\varepsilon(x + \alpha z)^2\} \exp \{-jk\alpha x\} \exp \{j\omega_0 t\}.$$

Здесь для определенности взяты дифрагированные пучки первого и нулевого порядков. Отсюда, как и в (2.14), получим выражение для доплеровской составляющей фототока

$$i_D \sim I_D(1 + \gamma \cos 2\Omega t) \cos [(\Omega + \omega_D)t],$$

где

$$I_D = 2A_1A_2 \exp \left\{ -\left(2/w_0^2\right) (X^2 + \alpha^2 z^2) \right\} \text{sinc}(d/\Lambda),$$

$$\omega_D = K_0 v_x (1 - z^2/R_0^2).$$

После выполнения тригонометрических преобразований имеем

$$i_D = I_D \{ \cos [(\Omega + \omega_D)t] + 0,5\gamma \cos [(\Omega - \omega_D)t] + \\ + 0,5\gamma \cos [(3\Omega + \omega_D)t] \}. \quad (3.6)$$

Из (3.6) видно, что частотная структура доплеровской составляющей в этой ситуации усложняется. Она состоит из двух боковых, сдвинутых относительно частоты несущей на $\pm\omega_D$, а также высокочастотной компоненты, которая легко отфильтровывается в электронных цепях и потому может не учитываться. Отноше-

ние амплитуд этих боковых компонент равно $0,5\gamma$, т. е. равно половине отношения амплитуд отраженной и бегущей ультразвуковых волн в модуляторе. Присутствие в выходном сигнале второй боковой при достаточной большой величине γ усложняет процесс обработки и делает невозможным определение знака доплеровского сдвига частоты. Аналогичные эффекты проявляются и в других типах схем. Поэтому, применяя акустооптический модулятор, особое внимание следует уделять подавлению отраженной ультразвуковой волны.

Неоднородность пространственно-частотной структуры зондирующего поля дает один из основных вкладов в погрешность измерения. Оценим связь пространственного разрешения с допустимой погрешностью σ измерения скорости. Воспользуемся тем, что для нормально отъюстированной схемы измерительный объем ограничивается поверхностью эллипсоида. Радиус сечения измерительного объема, ортогонального большой оси эллипсоида,

$$r = (1 - z^2/r_z^2)^{1/2} r_v,$$

где $r_v = r_x = r_y$. Относительное изменение пространственной частоты зондирующего поля, согласно (3.2) или (3.5),

$$\Delta K_x / K_0 = qz^2 / R_0^2. \quad (3.7)$$

Для дифференциальной схемы $q = 1$, для схемы с опорным пучком и фотоприемником, помещенным в фурье-плоскости приемного объектива, $q = 1/4$. Среднеквадратичное изменение пространственной частоты, усредненной по измерительному объему, в случае равномерного распределения определяется выражением

$$\left\langle \left(\frac{\Delta K_x}{K_0} \right)^2 \right\rangle^{1/2} = \left[\int_{-r_z}^{r_z} \left(\frac{\Delta K_x}{K_0} \right)^2 r^2 dz \right]^{1/2} / \left[\int_{-r_z}^{r_z} r^2 dz \right]^{1/2}.$$

Подставив (3.7), получаем

$$\langle (\Delta K_x / K_0)^2 \rangle^{1/2} = 0,12 q r_v^2 \Lambda^2 / w_0^4. \quad (3.8)$$

Условие, связывающее пространственное разрешение с допустимой погрешностью измерений,

$$\langle (\Delta K_x / K_0)^2 \rangle^{1/2} \leq \sigma. \quad (3.9)$$

С учетом (3.8) условие (3.9) для схем, показанных на рис. 4.4, а и 4.10, б, принимает вид

$$0,12 q v^2 / M^2 \leq \sigma. \quad (3.10)$$

Здесь M — число пространственных периодов зондирующего поля в центральном сечении измерительного объема, $r_v = M\Lambda/2$, $r_z = M\Lambda^2/\lambda$. Выражения (3.8)–(3.10) позволяют делать простые оценки измерительного объема, исходя из допустимой погрешно-

сти измерения. Например, при $v=2$, $q=1$ и $\sigma=10^{-3} \cdot M \geq 25$. Для $\lambda=0,63$ мкм, $\Lambda=2$ мкм, получаем $r_v=25$ мкм, $r_z=330$ мкм. После выбора геометрии оптической схемы и измерительного объема положение перетяжек и конфокальные параметры входных гауссовых пучков находят по известным формулам (§ 1.2).

На практике размеры рассеивающих частиц являются величиной случайной. Дисперсия пространственной частоты зондирующего поля, усредненной по измерительному объему, определяется статистикой распределения рассеивающих частиц по размеру и, для многочастичного сигнала, по пространству. Отсюда и погрешность измерений является величиной статистической. Она может оцениваться, например, средневзвешенным значением [III.31]

$$\delta\omega_D = \sum_i \delta\omega_{Di} y_i / \sum_i y_i.$$

Здесь $\delta\omega_{Di}$ — погрешность доплеровской частоты для i -й рассеивающей частицы в заданном диапазоне размеров, а y_i — размер центрального сечения рассеивающего объема, соответствующего рассматриваемой частице. Учет весовых коэффициентов y_i необходим из-за того, что при изменении размера рассеивающей частицы наряду с изменением средней ошибки меняется рассеивающий объем (т. е. пространственное разрешение) и, следовательно, время существования сигнала, превышающего установленный уровень отсчета. Величину погрешности при известном распределении частиц по размерам можно изменять выбором минимального уровня регистрации сигнала. Следует иметь в виду, что изменение уровня регистрации сигнала влияет на чувствительность

Рис. 4.14. Деформация измерительного объема вблизи плоской стенки.

к граничной высокочастотной составляющей спектра исследуемого процесса.

Обычно результат пространственного усреднения доплеровской частоты принято относить к центру симметрии тела, определяю-

щего пространственное разрешение. При измерениях вблизи стенки это тело деформируется, и соотносить результаты измерения с прежней точкой отсчета (центр симметрии) уже нельзя. В этом случае результат усреднения доплеровской частоты следует сопоставить центру тяжести деформируемого тела, описывающего пространственное разрешение. На рис. 4.14, а показано, как деформируется рассеивающий объем стенкой, параллельной плоскости xz , в случае эллипсоида. Соответствующее изменение положения центра тяжести тела ($y_{цт}$), т. е. смещение точки отсчета, которой сопоставляется результат измерения скорости вблизи стенки, относительно центра симметрии ($y_{цс}$) приведено на рис. 4.14, б. Если в рассеивающем объеме имеется градиент скорости, вводятся дополнительные поправки.

§ 4. Селекция когерентной составляющей оптического сигнала ЛДА

Оптический сигнал ЛДА при большой концентрации рассеивающих частиц является суперпозицией когерентной и некогерентной составляющих, частотные спектры которых в схемах

дифференциального типа перекрываются. Это было показано в §§ II.2 и III.3. Рассмотрим подробнее структуру когерентного и некогерентного сигналов в дифференциальной схеме. Пусть зондирующее поле, образованное гауссовыми пучками (рис. 4.15), пересекается одномерным потоком точечных рассеивающих частиц в направлении оси x . Для простоты ограничимся случаем, когда скорости всех частиц одинаковы. Распределение оптических сигналов будем исследовать в плоскости xz , что упрощает математические выражения, не меняя принципиальной стороны дела. Дифрагированное на частицах поле описывается в фурье-плоскости объектива интегралом суперпозиции

Рис. 4.15. Образование когерентной составляющей доплеровского сигнала.

$$E(x_f) = \int_{-\infty}^{\infty} E(x) \sum_{n=1}^N \delta(x - x_n) h(x_f, x) dx,$$

где $E(x)$ — входное поле единичной амплитуды,

$$E(x) = \exp\left\{-\frac{x^2}{w_0^2}\right\} [\exp\{jk\alpha x\} \exp\{j\Omega t\} + \exp\{-jk\alpha x\}],$$

Ω — частотное смещение одного из входных пучков, $h(x_f; x) = (j\lambda f)^{-1} \exp\{-(jk/f)x_f x\}$ — импульсный отклик объектива, $\sum_{n=1}^N \delta(x - x_n)$ — матричная функция, описывающая распределение частиц по оси x , $x_n = v(t - t_n)$. Используя фильтрующие свойства δ -функции, получаем

$$E(x_f) = (j\lambda f)^{-1} \sum_{n=1}^N \exp\left\{-\frac{x_n^2}{w_0^2}\right\} \left\{ \exp(jk\alpha x_n) \exp(j\Omega t) + \exp(-jk\alpha x_n) \right\} \exp\{-(jk/f)x_f x_n\}.$$

Интенсивность поля в фурье-плоскости является суперпозицией pedestala, когерентной и некогерентной составляющих:

$$I(x_f) = I_p + I_k + I_{nk}. \quad (4.1)$$

Пьедестал и высокочастотные компоненты определим с точностью до постоянного множителя $1/\lambda^2 f^2$. Для пьедестала имеем

$$I_p = 2 \sum_{n=1}^N A_n^2 + 2 \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_n A_m \cos(k\alpha x_{nm}) \cos\left(\frac{k}{f} x_f x_{nm}\right),$$

где $x_{nm} = x_n - x_m$, $A_n = \exp\{-x_n^2/w_0^2\}$. Высокочастотная когерентная составляющая

$$\begin{aligned} I_k &= 2 \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_n A_m \cos\left[\Omega t + k\alpha(x_n + x_m) - \frac{k}{f} x_f(x_n - x_m)\right] = \\ &= 2 \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_n A_m \cos\left[\left(\frac{k}{f} x_f(x_n - x_m)\right) \cos[\Omega t + k\alpha(x_m + x_n)]\right]. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Отсюда видно, что амплитуда и фаза когерентного сигнала являются функциями пространственной частоты kx_f/f . Некогерентная высокочастотная составляющая интенсивности поля (4.1) описывается выражением

$$I_{nk} = 2 \sum_{n=1}^N A_n^2 \cos(\Omega t + 2k\alpha x_n). \quad (4.3)$$

Поместим в фурье-плоскость фотоприемник, имеющий линейную апертуру $2l$, центр которой расположен в точке $x_f = 0$. Для фильтрации низкочастотного пьедестала фототока к выходу фотоприемника подключен полосовой фильтр с центральной частотой Ω .

Из (4.2) и (4.3) получаем тогда выражение для фототока

$$\begin{aligned}
 i &= i_k + i_{nk} = \rho \int_{-l}^l (I_k + I_{nk}) dx_f = \\
 &= 2l\rho \left\{ - \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_n A_m \operatorname{sinc} \left(\frac{klvt_{nm}}{\pi f} \right) \cos \left[(\Omega + \omega_D) t + \frac{1}{2} \omega_D (t_n + t_m) \right] + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{n=1}^N A_n^2 \cos [\Omega t + \omega_D (t - t_n)] \right\}. \quad (4.4)
 \end{aligned}$$

Здесь учтено: $t_{nm} = t_n - t_m$, $\omega_D = 2kav$. Как видно из (4.4), отношение амплитуд когерентной и некогерентной составляющих фототока сильно зависит от апертуры приемника и определяется поведением функции $\operatorname{sinc}(klvt_{nm}/\pi f)$. Аргумент этой функции пропорционален отношению расстояния между рассеивающими частицами к размеру $\lambda f/l$ пространственного фурье-образа апертурной диафрагмы фотоприемника. Для достаточно большой апертуры размер ее пространственного фурье-образа в плоскости x оказывается меньше расстояния между частицами, $2lvt_{nm}/\lambda f > 1$. Соответственно уменьшается отношение амплитуд когерентного и некогерентного сигналов. Если же размер пространственного фурье-образа превышает расстояние между частицами, что имеет место при малой апертуре, отношение амплитуд когерентного и некогерентного сигналов повышается. Однако абсолютная величина амплитуд в этой ситуации, соответствующей смешанному режиму работы дифференциальной схемы, становится малой. На практике рабочий режим дифференциальной схемы обычно некогерентный. Исключение составляет случай, когда входные пучки не пересекаются, что приводит к исчезновению некогерентного сигнала [II.16].

Рассмотрим возможность выделения когерентной составляющей сигнала в дифференциальной схеме с интерферирующими входными пучками. Воспользуемся тем, что, согласно (4.2), когерентный сигнал является периодической четной функцией пространственной частоты в фурье-плоскости x_f . Поместим в этой плоскости пространственный фильтр, пропускание которого по интенсивности задано функцией $1 + \cos K_\phi x_f$. Оптический сигнал на выходе фильтра имеет вид

$$I_\phi = (1 + \cos K_\phi x_f)(I_k + I_{nk}). \quad (4.5)$$

Здесь $K_\phi = 2\pi/\Lambda_\phi$, Λ_ϕ — пространственный период фильтра. Интегрируя (4.5) по апертуре фотоприемника, находим выражение

для фототока

$$i_{\Phi} = \rho \int_{-l}^l I_{\Phi} dx_f = i_{\text{кф}} + i_{\text{нкф}},$$

где

$$i_{\text{кф}} = -2\rho l \sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N A_n A_m \operatorname{sinc} \left[\frac{l}{\pi} \left(K_{\Phi} - \frac{k}{f} v |t_{nm}| \right) \right] \times \\ \times \cos [(\Omega + \omega_D) t + (1/2) \omega_D (t_n + t_m)], \quad (4.6)$$

$$i_{\text{нкф}} = 2\rho l \sum_{n=1}^N A_n^2 \cos [\Omega t + \omega_D (t - t_n)]. \quad (4.7)$$

Как следует из (4.6), амплитуда когерентного сигнала имеет наибольшее значение, если расстояние между частицами $v|t_{nm}|$ связано с пространственной частотой фильтра соотношением

$$K_{\Phi} - kv|t_{nm}|/f = 0,$$

т. е. близко к периоду пространственного фурье-спектра функции, описывающей фильтр. Структура этого спектра состоит из последовательности мнимых источников, расстояние между которыми определяется пространственным периодом фильтра λ/Λ_{Φ} . Размер каждого источника равен расстоянию между первыми нулями пространственного фурье-образа линейной апертуры фильтра.

Рассмотрим частотную структуру некогерентной составляющей. Частотный сдвиг Ω обычно выбирается достаточно большим. Поэтому сигнал (4.7) является узкополосным, что позволяет представить его в виде квазигармонического колебания со случайной амплитудой и фазой

$$i_{\text{нкф}} = A_{\text{нк}} \cos [(\Omega + \omega_D)t - \varphi_{\text{нк}}], \quad (4.8)$$

где

$$A_{\text{нк}} = 2\rho \left\{ \sum_{n,m}^N A_n^2 A_m^2 \cos (\omega_D t_{nm}) \right\}^{1/2}, \\ \varphi_{\text{нк}} = \arctg \left[\left(\sum_{n=1}^N A_n^2 \sin \omega_D t_n \right) \left(\sum_{n=1}^N A_n^2 \cos \omega_D t_n \right)^{-1} \right].$$

Очевидно, что (4.8) есть действительная часть сигнала

$$i_a = A_{\text{нк}} \exp \{j[(\Omega + \omega_D)t - \varphi_{\text{нк}}]\},$$

который, в силу узкополосности некогерентной составляющей, совпадает с ее аналитическим сигналом [10]. Отсюда частоту некогерентной составляющей определим как сумму

$$\omega_{\text{нк}} = \Omega + \omega_D + \tilde{\omega}_{\text{нк}}, \quad (4.9)$$

где шумовая компонента является производной фазы аналитического сигнала

$$\tilde{\omega}_{\text{нк}} = \frac{4\omega_D^2}{\pi^2 M^2} \left(\sum_{n,m}^N t_n A_n^2 A_m^2 \sin \omega_D t_{nm} \right) \left(\sum_{n,m}^N A_n^2 A_m^2 \cos \omega_D t_{nm} \right)^{-1}.$$

Здесь $2\omega_0 = M\Lambda$, M — число интерференционных полос в зондирующем поле. Эта компонента, называемая фазовым или фоновым шумом [10—13, 1.62], возникает из-за наложения сигналов от нескольких частиц, одновременно находящихся в измерительном объеме, и имеет случайную природу. Фазовый шум дает вклад как в погрешность измерения средней скорости, так и в погрешность измерения ее флуктуаций. В средах, образующих многочастичный доплеровский сигнал, фазовый шум является основным фактором, ограничивающим точность измерений. Согласно (4.9) относительная погрешность измерения, вносимая фазовым шумом, обратно пропорциональна числу интерференционных полос в зондирующем поле

$$\tilde{\omega}_{\text{нк}}/\omega_D \approx Q_{\text{нк}}/M,$$

где $Q_{\text{нк}}$ — безразмерный коэффициент, определяемый статистикой пространственного распределения частиц.

Обратимся к когерентному сигналу. Он является узкополосным по отношению к частоте несущей Ω и может быть представлен в квазигармонической форме

$$i_{\text{кф}} = A_{\text{к}} \cos [(\Omega + \omega_D)t - \varphi_{\text{к}}],$$

где

$$A_{\text{к}} = 2\rho \left\{ \sum_{\substack{n,m,p,q \\ n \neq m \\ p \neq q}}^N B_{nm} B_{pq} \cos \left[\frac{1}{2} \omega_D (t_{np} + t_{mq}) \right] \right\}^{1/2},$$

$$\varphi_{\text{к}} = \arctg \left\{ \left[\sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N B_{nm} \sin \left[\frac{1}{2} \omega_D (t_n + t_m) \right] \right] \times \right. \\ \left. \times \left[\sum_{\substack{n,m \\ n \neq m}}^N B_{nm} \cos \left[\frac{1}{2} \omega_D (t_n + t_m) \right] \right]^{-1} \right\},$$

$$B_{nm} = A_n A_m \operatorname{sinc} \left[\frac{l}{\pi} \left(K_{\Phi} - \frac{k}{f} v |t_{nm}| \right) \right].$$

Как и в случае некогерентного сигнала, определим частоту когерентной составляющей

$$\omega_{\text{к}} = \Omega + \omega_D + \tilde{\omega}_{\text{нк}}, \quad (4.10)$$

где

$$\tilde{\omega}_K = 2 \frac{\omega_D^2}{\pi^2 M^2} \left[\sum_{\substack{n,m,p,q \\ n \neq m \\ p \neq q}}^N (t_n + t_m) B_{nm} B_{pq} \sin \left[\frac{1}{2} \omega_D (t_{np} + t_{mq}) \right] \right] \times \\ \times \left[\sum_{\substack{n,m,p,q \\ n \neq m \\ p \neq q}}^N B_{nm} B_{pq} \cos \left[\frac{1}{2} \omega_D (t_{np} + t_{mq}) \right] \right]^{-1}.$$

Представим расстояние между частицами суммой среднего значения и флуктуации

$$vt_{nm} = \langle vt_{nm} \rangle + \delta(vt_{nm}).$$

При постоянной скорости имеем

$$t_{nm} = \langle t_{nm} \rangle + \delta t_{nm}.$$

Выберем пространственный период фильтра из условия

$$K_f - (k/f)v \langle t_{nm} \rangle = 0. \quad (4.11)$$

Величина B_{nm} приводится с учетом (4.11) к виду

$$B_{nm} = A_n A_m \operatorname{sinc}(klv \delta t_{nm} / \pi f).$$

Сравнение с (4.8) показывает, что амплитуда когерентной составляющей фототока в системе с селектирующим фильтром одного порядка с амплитудой некогерентного сигнала. Частота когерентного сигнала имеет шумовую компоненту, возникающую из-за переналожения сигналов от различных пар частиц, одновременно присутствующих в измерительном объеме. Природа фазового шума когерентного сигнала определяется случайным распределением частиц по пространству и размерам, что, как и в некогерентном случае, ограничивает точность измерений в средах с высокой концентрацией рассеивающих частиц. Погрешность измерения, вносимая фазовым шумом, обратно пропорциональна числу интерференционных полос в зондирующем поле с точностью до постоянного коэффициента, определяемого статистикой рассеивающих частиц. Когерентный фазовый шум имеет свои специфические свойства. Он обращается в нуль, если в измерительном объеме одновременно присутствует не более двух частиц. Это непосредственно видно из выражения (4.10) при $N=2$. Отсюда следует, что в средах с концентрацией частиц порядка двух измерение скорости по частоте когерентного сигнала предпочтительнее, так как повышается точность за счет подавления фазовых шумов. При более высоких концентрациях уменьшение фазового шума в когерентном сигнале достигается выбором такой структуры измерительного объема, что среднее расстояние между рассеивающими частицами кратно целому числу

интерференционных полос [14]. Поскольку $\tilde{\omega}_k$ и $\tilde{\omega}_{kn}$ определяются через слабо зависящие комбинации параметров, их, с достаточным для практики приближением, можно считать статистически независимыми [14]. Это свойство оказывается полезным при измерениях статистических характеристик потоков.

Рис. 4.16. Схема ЛДА с селекцией когерентной составляющей сигнала.

Возможность повышения точности измерений, а также получения информации о пространственной структуре течений, делает схемы ЛДА с селекцией когерентного сигнала заслуживающими внимания и развития. На рис. 4.16 показана одна из таких схем. Лазер 1 и формирователь 2 с частотноразделяющим элементом направляют в исследуемую область световые пучки, образующие зондирующее интерференционное поле, в котором полосы движутся с постоянной известной скоростью. Объектив 3 с апертурной диафрагмой 4 и объектив 5 формируют изображение зондирующего поля в рассеянном свете на светочувствительной поверхности фотоприемника некогерентного канала 6. Когерентный оптический канал образован светоделителем 7 и периодическим, четным по пространственным частотам фильтром 8, помещенным в фурье-плоскость объектива 3, где формируется фурье-спектр входного сигнала. Непосредственно за фильтром установлен фотоприемник когерентного канала 9. К выходам фотоприемников в каждом канале последовательно подключены полосовые фильтры 10 и усилители 11. Пространственный фильтр согласован с концентрацией рассеивающих частиц и с параметрами измерительного объема в передней фурье-плоскости объектива. На выходе усилителя в когерентном канале получается сумма когерентного и некогерентного сигналов, тогда как в некогерентном канале на выходе присутствует только некогерентный сигнал. Усилители выравнивают амплитуды некогерентных сигналов в

каждом из каналов. Их выходы подключены к вычитающей схеме 12, выполненной, например, в виде дифференциального усилителя. В разностном сигнале на выходе вычитающей схемы содержится только когерентная составляющая.

Рис. 4.17. Спектры высокочастотной составляющей доплеровского сигнала: 1 — некогерентный сигнал; 2 — когерентный сигнал в канале с точечным низкочастотным пространственным фильтром; 3 — когерентный сигнал в канале с согласованным пространственно-частотным фильтром, $1/f = 1/6$.

На рис. 4.17 показаны спектры высокочастотной составляющей доплеровского сигнала. Рассмотрен случай одномерного пуассоновского потока рассеивающих частиц, движущихся с постоянной скоростью [14]. Число интерференционных полос в зондирующем поле 30, среднее число частиц в измерительном объеме — 3, среднее расстояние между частицами — 10 полос, размер одной полосы $\Lambda_0 = 2$ мкм. Спектр когерентной составляющей сигнала, селектированной согласованным фильтром, имеет минимальную ширину. Размерность шкалы частот определена в обратных полосах. Переход к реальным частотам получается умножением частоты, выраженной в обратных полосах, на скорость.

§ 5. Оптические схемы ЛДА с когерентной обратной связью

Одно из перспективных направлений лазерной анемометрии связано с применением оптических методов обработки информации [15]. К достоинствам таких систем относится способность параллельной работы на многих каналах, широкополосность,

большой динамический диапазон. Возможность преобразования временных параметров оптического сигнала (частота) в пространственные (угловой спектр, пространственная частота) позволяет использовать узкополосные фотоприемники для регистрации широкополосных процессов и выполнять некоторые функции обработки (фильтрация, спектральный анализ, частотная демодуляция) средствами оптики. Рассмотрим организацию ЛДА на основе оптических процессоров с когерентной обратной связью (ОП с КОС). Известно, что ОП с КОС применяются для обработки информации, записанной на амплитудный или фазовый транспарант [16, 17]. Отличие устройств, применяемых в ЛДА, обуславливается тем, что ОП должны выделять и обрабатывать информацию, заключенную не только в пространственных, но и во временных характеристиках оптических сигналов.

В теории линейных цепей [18] показано, что введение обратной связи позволяет в широких пределах управлять передаточной функцией измерительной системы. Пусть оптическая схема является пространственно-инвариантной. Для простоты ограничимся случаем, когда оптические элементы одномерны. При этом анализ и выводы остаются качественно справедливыми и в ситуации с плоскими или объемными элементами.

На рис. 4.18 показана схема линейного ОП с КОС. Здесь H_1 — КПФ (когерентная передаточная функция) входного элемента, H_2 — КПФ прямой ветви, H_3 — КПФ обратной ветви, H_4 — КПФ выходного элемента. Для оптического узла с обратной связью входной сигнал формируется в плоскости x_1 , а выходной — в плоскости x_2 . Если G_1 и G_2 — составляющие пространственно-частотного спектра соответственно входного и выходного оптических сигналов, они связаны зависимостью

$$G_2 = H_2(G_1 + H_3 G_2).$$

Отсюда легко получается известное выражение [18] для передаточной функции линейной системы с обратной связью

$$H_{23} = G_2/G_1 = H_2/(1 - H_2 H_3). \quad (5.1)$$

Когерентные передаточные функции пространственно-инвариантных оптических звеньев определяются через фурье-преобразование

соответствующих импульсных откликов

$$H_2(K_x) = \int_{-\infty}^{\infty} h_2(x_{21}) \exp\{-jK_x x_{21}\} dx_{21} = W_2(K_x) \exp\{j\Psi_2(K_x)\},$$

$$H_3(K_x) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h_3(x_{21}) \exp\{-jK_x x_{21}\} dx_{21} = W_3(K_x) \exp\{j\Psi_3(K_x)\}, \quad (5.2)$$

где $x_{21} = x_2 - x_1$, K_x — пространственная частота. После подстановки (5.2) в (5.1) и простых преобразований получаем

$$H_{23} = W_{23}(K_x) \exp\{j\Psi_{23}(K_x)\},$$

где

$$W_{23} = \frac{W_2}{1 - W_2 W_3} \left\{ 1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2 \left[\frac{1}{2} (\Psi_2 + \Psi_3) \right] \right\}^{-1/2}, \quad (5.3)$$

$$\Psi_{23} = \Psi_2 + \arctg \frac{W_2 W_3 \sin(\Psi_2 + \Psi_3)}{1 - W_2 W_3 \cos(\Psi_2 + \Psi_3)},$$

$$F = \pi (W_2 W_3)^{1/2} / (1 - W_2 W_3).$$

Фазы КПФ прямой и обратной ветвей (Ψ_2 и Ψ_3) являются функциями пространственной частоты, которая в свою очередь определяется произведением волнового числа $k = \omega/c$ на угол θ между направлением оптической оси системы и спектральной составляющей оптического сигнала, если его разложить в спектр по плоским волнам. При некоторых значениях пространственной частоты K_x , а, следовательно, ω и θ , аргумент синуса в (5.3) обращается в нуль, и W_{23} достигает максимума. Модуль КПФ узла с обратной связью может иметь резонансный вид и является аналогом амплитудночастотной характеристики колебательных звеньев в линейных электрических цепях [18]. Поэтому оптические устройства с когерентной обратной связью могут служить резонансными или полосовыми фильтрами пространственных и временных частот и применяться для спектрального анализа оптического сигнала в лазерных анемометрах. По аналогии с частотным дискриминатором на резонансном контуре, широко применяемым в радиотехнике, ОП с КОС способен выполнять функции частотного демодулятора оптического сигнала. Самые простые ОП с КОС реализуются на основе кольцевых резонаторов и многолучевых интерферометров с плоскими или сферическими зеркалами.

Рассмотрим для примера ОП с КОС на основе интерферометра Фабри — Перо (рис. 4.19). Эквивалентная схема этого устройства в представлениях теории линейных цепей аналогична показанной на рис. 4.18. Оптический узел с когерентной обратной связью образован параллельными зеркалами, коэффициенты от-

ражения которых по амплитуде равны r , а коэффициенты пропускания t . Поглощением света на отражающих поверхностях пренебрегаем. Входному и выходному элементам на рис. 4.18

Рис. 4.19. Оптический процессор с плоскими зеркалами.

соответствуют объективы 1 и 2. Рассмотрим вначале узел с обратной связью. Импульсный отклик прямой ветви описывает распространение сферической волны от плоскости x_1 к плоскости x_2

$$h(x_2; x_1) = (j\lambda L)^{-1} \exp\{jkL\} \exp\{jkx_{21}^2/2L\}. \quad (5.4)$$

Здесь L — расстояние между отражающими поверхностями зеркал. КПФ прямой ветви определяется как фурье-образ импульсного отклика (5.4). По аналогии с (5.2) имеем

$$H_2(K_x) = \frac{1}{(j\lambda L)^{1/2}} \exp\{jkL\} \int_{-2a}^{2a} \exp\left\{j\left(\frac{kx_{21}^2}{2L} - K_x x_{21}\right)\right\} dx_{21}, \quad (5.5)$$

где $2a$ — линейная апертура зеркала. Оценивая интеграл (5.5) в приближении стационарной фазы [1.23], получаем для $-2ak/L < K_x < 2ak/L$

$$H_2(K_x) = \exp\{jkL\} \exp\{-jK_x^2 L/2k\}. \quad (5.6)$$

Импульсный отклик обратной ветви соответствует распространению сферической волны от зеркала x_2 к зеркалу x_1

$$h(x_1; x_2) = (r^2/j\lambda L) \exp\{jkL\} \exp\{jkx_{21}^2/2L\}.$$

Импульсные отклики прямой и обратной ветви в процессоре с плоскими зеркалами совпадают с точностью до постоянного коэффициента r^2 . Отсюда, по аналогии с (5.6), получаем для КПФ обратной ветви

$$H_3(K_x) = r^2 \exp\{jkL\} \exp\{-jK_x^2 L/2k\}. \quad (5.7)$$

Подставляя (5.6) и (5.7) в (5.1), находим КПФ оптического узла с обратной связью

$$H_{23} = \frac{\exp\{jkL\} \exp\{-jK_x^2 L/2k\}}{1 - r^2 \exp\{j2kL\} \exp\{-jK_x^2 L/k\}}.$$

Выполняя обратное фурье-преобразование, переходим к импульсному отклику

$$h_{23}(x_2; x_1) = \int_{-2ak/L}^{2ak/L} H_{23}(K_x) \exp\{jK_x x_{21}\} dK_x. \quad (5.8)$$

В приближении стационарной фазы для $-2a < x_{21} < 2a$

$$h_{23}(x_2; x_1) = \frac{1}{(j\lambda L)^{1/2}} \frac{\exp\{jkL\} \exp\{-jkx_{21}^2/2L\}}{1 - r^2 \exp\{j2kL\} \exp\{-jkx_{21}^2/L\}}. \quad (5.9)$$

Входной и выходной объективы выполняют функции согласующих звеньев. Импульсные отклики входного $h(x_1; x_0)$ и выходного $h(x_3; x_2)$ объективов описываются выражениями, аналогичными (4.20). Импульсный отклик системы с учетом согласующих элементов имеет вид

$$h(x_3; x_0) = \tau^2 \int_{-a}^a \left[\int_{-a}^a h_{23}(x_2; x_1) h(x_1; x_0) dx_1 \right] h(x_3; x_2) dx_2. \quad (5.10)$$

Оценим его в приближении стационарной фазы, наложив на параметры оптической схемы условия, требующие обращения в нуль квадратичных по x_0 , x_2 и x_3 показателей экспонент в (5.10):

$$(1 - 1/LA)/L + D_2 - D_2^2/Q_2 = 0, \\ D_0 - \frac{D_0^2}{Q_1} \left(1 - \frac{D_1^2}{AQ_1}\right) = 0, \quad D_3 - \frac{D_3^2}{Q_2} = 0, \quad A = D_1 - \frac{D_1^2}{Q_1} - \frac{1}{L}, \quad (5.11)$$

где $Q_1 = D_0 + D_1 - 1/f_1$, $Q_2 = D_2 + D_3 - 1/f_2$. Эти условия выполняются, если, например, одно из зеркал расположено в общей фурье-плоскости входного и выходного объективов. Для зеркала, помещенного в плоскости x_2 , условия (5.11) приводятся к следующему:

$$d_3 = f_2, \quad d_0 = f_1, \quad d_1 + L = f_1.$$

Результирующий импульсный отклик, нормированный на максимум, принимает вид

$$h(x_3; x_0) = \frac{\text{sinc}[ka(x_0 + \Gamma x_3)/\pi f_1]}{[1 + (4F^2/\pi^2) \sin^2 \Theta]^{1/2}} \exp\{j\Psi\}, \quad (5.12)$$

где $\Psi = -\frac{\pi}{2} + kL - \arctg \frac{r^2 \sin 2\Theta}{1 - r^2 \cos 2\Theta}$, $F = \frac{\pi r}{1 - r^2}$, $\Theta = kL(1 - x_0^2/2f_1^2)$, $\Gamma = f_1/f_2$. Параметр F называется остротой или резкостью [1.18]. Из сравнения (5.12) и (5.3) видна схожесть структуры этих выражений.

Импульсный отклик (5.12) является резонансной и периодической функцией пространственных и временных параметров световой волны. Он описывает систему, которая формирует в плоскости регистрации x_3 изображение входного оптического сигнала, заданного в плоскости x_0 . Это изображение мультипликативно модулируется периодической интерференционной структурой.

Рассмотрим импульсный отклик вблизи резонанса, когда $\Theta = (m + \epsilon)\pi$, где m — целое число, $\epsilon \ll 1$. Принимая во внимание, что $k = 2\pi(\nu_0 + \Delta\nu)/c$, где ν_0 — резонансная частота, получаем, ограничиваясь первыми порядками малости по ν/ν_0 и $\theta^2 = x_0^2/f_1^2$,

$$\epsilon = (2L/c)(\Delta\nu - \nu_0\theta^2/2). \quad (5.13)$$

Отсюда m определяется как отношение резонансной частоты к величине $c/2L = \delta\nu$, которая называется дисперсионным интервалом. Импульсный отклик (5.12) в окрестности резонанса с учетом (5.13) принимает вид

$$h(x_3; x_0) = \frac{\text{sinc}[ka(x_0 + \Gamma x_3)/\pi f_1]}{(1 + 4F^2\epsilon^2)^{1/2}} \exp\{j\Psi\}, \quad (5.14)$$

$$\Psi = -\pi/2 + kL - \arctg(2Fre/\pi).$$

В соответствии с (1.6) некогерентный импульсный отклик выражается через квадрат модуля (5.14)

$$|h(x_3; x_0)|^2 = \frac{\text{sinc}^2[ka(x_0 + \Gamma x_3)/\pi f_1]}{1 + 4F^2\epsilon^2}. \quad (5.15)$$

Оценим ширину этого резонансного контура для сопряженных точек ($x_0 + \Gamma x_3 = 0$) на уровне 0,5. Из равенства $1/(1 + 4F^2\epsilon^2) = 0,5$ находим $2\epsilon = 1/F$. Из (5.13) имеем

$$\epsilon = m(\Delta\nu/\nu_0 - \theta^2/2). \quad (5.16)$$

Сравнивая (5.15) и (5.16), находим, что на уровне 0,5 при $\theta = 0$ $F = \delta\nu/\Delta\nu$, т. е. получается известное определение остроты как отношение дисперсионного интервала к собственной ширине резонансного контура.

При работе в режиме оптического частотного дискриминатора склон резонансного контура служит дискриминационной кривой, как это показано на рис. 4.20

[19, 20]. Если выбрать в качестве рабочей точки точку перегиба

$$\Delta\nu_n = \nu_0(Fm/\sqrt{3} + \theta^2),$$

то линеаризованный рабочий участок дискриминационной кривой

Рис. 4.20. Частотный дискриминатор на резонансном контуре.

описывается выражением

$$|h(x_3; x_0)|^2 = \text{sinc}^2 \left[\frac{ka(x_0 + \Gamma x_3)}{\pi f_1} \right] \left[1 - \frac{\sqrt{3}F(v - v_n)}{\delta v} \right]. \quad (5.17)$$

Следовательно, крутизна дискриминационной характеристики ОП с плоскими зеркалами находится как отношение остроты к дисперсионному интервалу.

Рассмотрим оптический процессор, образованный конфокальными сферическими зеркалами. Он соответствует конфокальному интерферометру Кона [21]. Ограничимся случаем, когда оптическая система идеальная, без аберраций. На рис. 4.21 показана

Рис. 4.21. Конфокальный оптический процессор.

Рис. 4.22. Ветвь обратной связи конфокального оптического процессора.

оптическая схема. Фокусы зеркал совмещены. Центр кривизны одного зеркала расположен на пересечении оптической оси с отражающей поверхностью другого. Эквивалентная схема в представлении линейной теории цепей совпадает с показанной на рис. 4.18. Отличие состоит в структуре ветви обратной связи. КПФ прямой ветви, как и в случае ОП с плоскими зеркалами, описывается выражением (5.6). Структура ветви обратной связи показана на рис. 4.22. Оптический сигнал в цепи обратной связи отражается от зеркала с коэффициентом отражения Γ в плоскости x_2 . Это зеркало работает как тонкая линза с фокусным расстоянием $L/2$. Далее, световой сигнал последовательно претерпевает отражение от зеркал в промежуточных плоскостях x' , x'' , прежде чем, после четвертого отражения от зеркальной поверхности в плоскости x_1 , пространственно совместиться с исходным сигналом. Поэтому путь светового пучка в ветви обратной связи представляется как прохождение через четыре последовательно

и конфокально расположенные линзы. Каждая из линз выполняет фазовое преобразование вида $\exp\{-jkx_1^2/L\}$, имея при этом по отношению к амплитуде сигнала коэффициент передачи g . Запишем выражение для импульсного отклика ветви обратной связи

$$h_1(x_1; x_2) = \frac{r^4}{(j\lambda L)^{3/2}} \exp\{j3kL\} \int_{-a}^a \int_{-a}^a \exp\left\{-\frac{jkx_2^2}{L}\right\} \times \\ \times \exp\left\{\frac{jk(x' - x_2)^2}{2L}\right\} \exp\left\{-\frac{jkx'^2}{L}\right\} \exp\left\{\frac{jk(x'' - x')^2}{2L}\right\} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{jkx''^2}{L}\right\} \exp\left\{\frac{jk(x_1 - x'')^2}{2L}\right\} \exp\left\{-\frac{jkx_1^2}{L}\right\} dx' dx''.$$

Оценка интеграла методом стационарной фазы дает для $-2a < x_{21} < 2a$

$$h(x_1; x_2) = \frac{r^4}{(j\lambda L)^{1/2}} \exp\{j3kL\} \exp\left\{-\frac{jkx_{21}^2}{2L}\right\}.$$

Отсюда по аналогии с (5.2) и (5.7) находим для $-2ak/L < K_x < 2ak/L$

$$H_3(K_x) = r^4 \exp\{j3kL\} \exp\{jK_x^2 L/2k\}. \quad (5.18)$$

Из сравнения (5.18) и (5.7) следует, что КПФ прямой и обратной ветвей в конфокальном процессоре отличаются, тогда как в случае плоских зеркал они идентичны. Поэтому когерентная передаточная функция конфокального оптического узла с обратной связью может быть определена двояким образом:

$$H_{23} = H_2/(1 - H_2 H_3), \quad H_{32} = H_3/(1 - H_3 H_2). \quad (5.19)$$

Второй случай соответствует ситуации, когда функции прямой и обратной ветвей меняются. Обе передаточные функции узла с обратной связью совпадают с точностью до постоянного коэффициента r^2 и фазового множителя $\exp\{j2kL\}$. Следовательно, конфокальный процессор является двухканальной системой, преобразующей входной сигнал в две реализации выходного сигнала, каждая из которых соответствует КПФ своего канала. Как известно [21—23], на выходе конфокального интерферометра действительно образуются две системы интерференционных полей, которые могут быть пространственно разделены. Поскольку передаточные функции каждого канала конфокального процессора отличаются только комплексным множителем $r^2 \exp\{j2kL\}$, достаточно рассмотреть один канал. Результаты анализа будут справедливы и для второго канала.

Подставляя (5.18) и (5.7) в (5.19), находим

$$H_{23} = \exp\{jkL\} \frac{\exp\{-jK_x^2 L/2k\}}{1 - r^4 \exp\{j4kL\}}.$$

По аналогии с (5.8) и (5.9) находим соответствующий импульсный отклик

$$h_{23}(x_2; x_1) = \frac{\tau^2 \exp\{jkL\}}{(j\lambda L)^{1/2}} \frac{\exp\{-jkx_2^2/2L\}}{1 - r^4 \exp\{j4kL\}}.$$

Импульсный отклик согласующего входного звена в конфокальном процессоре отличается от плоского случая дополнительным комплексным множителем $\exp\{jkx_1^2/2L\}$, учитывающим свойства входного зеркала как отрицательной тонкой линзы с фокусным расстоянием L . Аналогично, при описании импульсного отклика выходного звена следует вводить дополнительный множитель $\exp\{jkx_2^2/2L\}$, учитывающий влияние выходного зеркала. Условия согласования входного и выходного звеньев в конфокальном процессоре идентичны выражениям (5.11), если придать параметру A новое значение $A = D_1 - D_1^2/Q_1 - 2/L$.

В идеальном конфокальном процессоре согласование достигается, если в плоскости одного из зеркал (например x_2) формируется фурье-спектр входного сигнала. Выходной элемент выполняет обратное фурье-преобразование с учетом фазовых искажений, вносимых зеркалами. В плоскости x_3 образуется изображение входного сигнала, профильтрованное конфокальным процессором. Это имеет место при $d_0 = f_1$, $d_s = f_s$, $d_1 + 2L = f_1$. Возможен другой вариант согласования [24], когда изображение входного сигнала формируется на поверхности одного из зеркал. Изображение переносится в выходную плоскость с заданным коэффициентом увеличения. При этом влияние аберраций зеркал оказывается минимальным.

Результирующий, нормированный на максимум, импульсный отклик конфокального процессора с согласованными входным и выходным элементами принимает вид

$$h(x_3; x_0) = \frac{\text{sinc}\{(ka/\pi f_1)(x_0 + \Gamma x_3)\}}{[1 + (4F_K^2/\pi^2) \sin^2(2kL)]^{1/2}} \exp\{j\Psi_K\}, \quad (5.20)$$

$$\text{где } \Psi_K = -\frac{\pi}{2} + kL - \arctg \frac{r^4 \sin 4kL}{1 - r^4 \cos 4kL}, \quad F_K = \frac{\pi r^2}{1 - r^4}.$$

Сравнение (5.20) с (5.12) показывает, что анализ процессора с плоскими зеркалами можно распространить и на конфокал, если учесть различия в определении остроты и дисперсионного интервала. Дисперсионный интервал оказывается в два раза меньшим, чем в плоском процессоре при одинаковом расстоянии между зеркалами, $\delta\nu_K = c/4L$. Остаются справедливыми выражения, описывающие некогерентный импульсный отклик (5.15) и линеаризованную кривую (5.17) в окрестности точки перегиба. При этом необходимо иметь в виду, что для конфокального процессора $v = m\Delta\nu/v_0$, $m = 4L\nu_0/c$. Оптический процессор, выпол-

ненный на основе конфокального интерферометра, является широкополосным пространственно-частотным фильтром и позволяет получать изображение исследуемого оптического сигнала с высоким пространственным разрешением: $\delta x_0 \sim L\lambda/2a$. Полоса пропускания пространственных частот определяется апертурой зеркала и при $L^3 \gg 2\lambda a^2/F_k$ значительно превышает полосу пропускания процессора с плоскими зеркалами. Эта оценка следует из области существования значений функции $\text{sinc}(x)$ в (5.20) между первыми нулями. Например, для $L = 10^3$ мм, $\lambda = 0,6$ мкм, $a = 10$ мм $\delta x_0 = 30$ мкм. Конфокальный интерферометр в сравнении с интерферометром Фабри — Перо не критичен к угловой расстройке, которая просто переопределяет оптическую ось системы.

В [22] показано, что учет сферических aberrаций зеркал и малого нарушения конфокальности ($L = L_0 + \Delta L$) дает

$$\varepsilon = kx_0^4/L^3 + 4k\Delta Lx_0^2/L_0^2 + 4kL.$$

Отсюда видно, что нарушение конфокальности и сферические aberrации меняют полосу пропускания по пространственным и временным частотам. Однако относительный вклад сферических aberrаций (a^3/L^3 — по пространственным частотам и a^4/L^4 — по временным) мал в большинстве практических измерительных систем. Конфокальный процессор может применяться в ЛДА в качестве анализатора частотного спектра оптического сигнала с высоким разрешением [24]. Относительная ширина аппаратного спектра составляет $\Delta\nu/\nu_0 \approx \lambda/4LF_k$ (например, для $\lambda = 0,6 \times 10^{-3}$ мм, $L = 0,5 \cdot 10^3$ мм, $F_k = 30$ $\Delta\nu/\nu_0 \approx 10^{-3}$ или $\Delta\nu = 1$ МГц). Применение оптических процессоров с когерентной обратной связью эффективно для измерений скорости в качестве частотных дискриминаторов доплеровского сдвига частоты, как и в случае частотных дискриминаторов на резонансном контуре, используемых в радиотехнических устройствах. Оптические частотные дискриминаторы с широкой полосой пропускания пространственных частот позволяют успешно решать актуальную задачу визуализации поля скорости [24, 25]. Некоторые оптические процессоры с когерентной обратной связью, работающие в режиме анализатора спектра оптического сигнала (многолучевые интерферометры) или частотной демодуляции (частотные дискриминаторы), будут рассмотрены в следующей главе.

ПРАКТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ ЛДА

§ 1. Схемы для измерения одной проекции вектора скорости

Многообразие задач, в которых целесообразно применение ЛДА, обуславливает разнообразие практических схем лазерных анемометров, отличающихся функциональными характеристиками и элементной базой. Выбор той или иной схемы определяется спецификой конкретного эксперимента. Наиболее простыми являются схемы, предназначенные для измерения одной проекции вектора скорости. Часть из них была описана в гл. II.

Дифференциальная схема ЛДА [1, 2]. На рис. 5.1 показана оптическая схема одного из первых ЛДА, использовавшегося

Рис. 5.1. Дифференциальная схема ЛДА.

для измерения распределения скоростей в тонкой пленке жидкости. Толщина пленки составляла около 1 мм, максимальная скорость — 5 см/с. Пучок излучения от газового лазера 1 отражался от поворотного зеркала 2 и падал на полупрозрачную пластинку 3, при помощи которой получались два одинаковых по мощности пучка. Далее эти пучки зеркалами 4 и 5 направлялись в исследуемую точку потока 8. Необходимое пространственное разрешение обеспечивалось линзами 6 и 7. Рассеянный свет собирался объективом 9 и направлялся на ФЭУ 11, перед которым стояла диафрагма 10. Использовался газовый лазер с длиной волны $\lambda = 0,63$ мкм. Пространственное разрешение по глубине пленки составляло 35 мкм и оценивалось экспериментально по методике, описанной в [III.8]. При угле между зондирующими пучками $2\alpha = 60^\circ$ масштабный коэффициент схемы (§ 1.8) составлял $\gamma = 1,58$ МГц/(м/с).

Схема ЛДА на встречных пучках [11.51]. При измерении малых скоростей потоков жидкости и газа часто возникает необходимость увеличения угла между зондирующими пучками, так как это приводит к увеличению частоты сигнала. Максимальный доплеровский сдвиг частоты получается, если зондирующие пучки направлены навстречу друг другу. На рис. 5.2 показана схема ЛДА на встречных пучках. В этой схеме излучение лазера 1 проходило ультразвуковой модулятор 2 с системой углового увеличения дифрагированных пучков 3. Далее два пучка различной частоты при помощи фокусирующих линз 4 и 5 и поворотных зеркал 6 и 7 направлялись навстречу друг другу таким образом,

Рис. 5.2. Схема ЛДА на встречных пучках.

чтобы оптическая разность хода была равна нулю для центра исследуемого потока 8. Рассеянное излучение собиралось фотоприемным устройством 9, состоящим из объектива, диафрагмы и ФЭУ, сигнал с которого поступал в измерительную систему. Фотоприемное устройство перемещалось вдоль оси пучков, что позволило снимать профили скорости.

Данная установка позволяла измерять не только величину осевой скорости, но и ее знак. Эта схема ЛДА имеет максимальную чувствительность по скорости, поскольку период интерференционного поля равен $\Lambda = \lambda/2n$, где λ — длина волны излучения в вакууме, n — показатель преломления исследуемой среды. Так, для $\lambda = 0,6328$ мкм и $n = 1,33$ период $\Lambda = 0,238$ мкм.

Схема на встречных пучках обладает целым рядом отличительных особенностей. Прежде всего для нее характерен наиболее равномерный период интерференционного поля. Пространственное разрешение вдоль зондирующих пучков определяется увеличением объектива фотоприемного устройства и размером его диафрагмы, а разрешение в перпендикулярном направлении — диаметром зондирующих пучков. Форма импульса доплеровского сигнала имеет прямоугольный вид, поэтому спектр сигнала отличен от гауссова. Спектр доплеровского сигнала для ламинарного потока у ЛДА на встречных пучках будет уже, чем для обычных схем, поскольку при одном и том же пространственном разрешении число периодов доплеровского сигнала будет больше.

Схема ЛДА с возвращением пучка [III.1]. На рис. 5.3 показана структурная схема ЛДА, особенностью которой является отсутствие расщепителя пучка. В ней второй зондирующий пучок получается из прошедшего исследуемый поток первого зондирующего пучка путем последовательного отражения от зеркал

Рис. 5.3. Схема ЛДА с возвращением зондирующего пучка.

3 и 4. Линзы 2 и 5 имеют различные фокусные расстояния и обеспечивают одинаковые размер и местоположение перетяжек гауссовых пучков в области измерения. Так как в такой схеме имеется конечная разность хода между интерферирующими пучками, то необходимо либо использовать лазер с длиной когерентности, большей возникающей разности хода, либо разность хода делать кратной удвоенной длине резонатора лазера. Второй пучок имеет меньшую мощность, чем первый, однако на параметрах доплеровского сигнала это сказывается мало, особенно если направление наблюдения рассеянного излучения выбирается не по биссектрисе зондирующих пучков.

Схема ЛДА со сканированием точки измерения. Приведенные выше оптические схемы позволяют измерять скорость в заданной точке потока. Однако на практике часто возникает необходимость измерения профиля скорости. Эта задача решается

Рис. 5.4. Схема ЛДА с системой сканирования зондирующего объема.

путем перемещения либо самого исследуемого объекта, либо оптического устройства.

На рис. 5.4 [3] представлена оптическая схема ЛДА, в которой можно осуществить сканирование зондирующего объема в

пространстве по трем ортогональным осям. Для этого оптическое измерительное устройство собрано на столике, имеющем микрометрический ход по трем ортогональным координатам, и оптически развязано с неподвижно установленным лазером.

Рассмотрим работу схемы компенсационного типа (§ II.3). Луч лазера 1 посредством зеркала 2 и пентапризмы 3 направляется на призму Волластона 6, где расщепляется на два компланарных ортогонально поляризованных пучка. Четвертьволновая фазовая пластинка 4 служит для выравнивания интенсивностей расщепленных пучков. На выходе афокальной системы расщепленные пучки параллельны и имеют расходимость, определяемую расходимостью лазерного пучка и отношением фокусных расстояний объективов 5 и 7. После прохождения пентапризмы 8 и диафрагм 9 оба пучка объективом 10 через оптическое окно 11 направляются в исследуемую область потока. Далее рассеянное излучение попадает на приемную часть установки, состоящую из окна 12, приемного объектива 13, диафрагмы 14, поляризационной призмы Рошона 15, двух фотоприемников 16 и 17, выходы которых подключены через дифференциальный усилитель 18 к электронному блоку обработки доплеровского сигнала. Поляризационная призма 15 в приемной части должна быть развернута относительно поляризационной призмы 6 на угол $\pm 45^\circ$. Элементы 9—17 размещены на общей платформе, которая может перемещаться относительно пентапризмы 8 по оси x . В свою очередь основание, на котором размещена эта платформа и элемент 8, имеет степень свободы по оси y относительно узла, содержащего элементы 3—7. Вся оптическая схема установлена на общей плите, перемещающейся вдоль оси z относительно неподвижно закрепленных поворотной призмы 2 и лазера 1. Оптический датчик комплектуется электронным процессором счетно-импульсного типа и позволяет последовательно измерять две ортогональные проекции вектора скорости. Для этого достаточно поворотом призмы-расщепителя 6 выставить ее в положение, когда плоскость, в которой лежат расщепленные пучки, параллельна координатным плоскостям xz и xy .

Универсальная компенсационная оптическая схема ЛДА, позволяющая измерять скорость по излучению, рассеянному как в прямом, так и в обратном направлениях, показана на рис. 5.5 [1.62]. Она содержит последовательно расположенные полуволновую фазовую пластинку 1, коллиматор (2, 3), зеркало 4, поляризационную призму Волластона 5, объективы 6 и 7, зеркало 8, объективы 9 и 10, зеркало 11, объектив 13 с апертурной диафрагмой 12, микрообъектив 14, приемную поляризационную призму 15 с установленной перед ней апертурной диафрагмой 16, зеркало 17, поворотное зеркало 18, два фотоприемника 19, 20 и дифференциальный усилитель 21. Между объективом 6 и поворотным зеркалом 8 перед диафрагмами 23 на пути расщеплен-

ных пучков установлены четвертьволновые фазовые пластинки. Положение зеркала 18 на рисунке соответствует работе схемы в режиме рассеяния вперед. Для работы на обратном рассеянии следует повернуть зеркало 18 на 90° , а зеркало 8 убрать. Зондирующие пучки объективом 24 направляются в исследуемый

Рис. 5.5. Универсальная оптическая схема ЛДА.

поток, а рассеянное излучение с помощью зеркал 22 и 18 поступает в блок фотоприемников. Схема может осуществлять последовательно измерение двух ортогональных компонент вектора скорости. Для измерения второй компоненты достаточно повернуть призму-разделитель на 90° . Устройство конструктивно размещено на координатно-измерительном столе и имеет оптическую развязку, позволяющую работать с любым стационарно установленным лазером. Набор сменных объективов позволяет менять в соответствии с условиями эксперимента пространственное разрешение. На рис. 5.6 показан внешний вид измерительного устройства. Измеритель комплектуется электронным процессором счетноимпульсного типа [4]. В 1974 г. была выпущена одним из заводов опытная партия приборов.

Схема ЛДА с перестраиваемым периодом интерференционного поля. Как было показано в гл. III и IV, амплитуда сигнала в ЛДА существенно зависит от соотношения размера рассеивающей частицы и пространственного периода зондирующего поля. Поэтому были разработаны оптические схемы ЛДА, в которых период можно плавно изменять.

На рис. 5.7 показана оптическая схема ЛДА, построенная по типу интерферометра Маха — Цендера [5]. Линзы 2 и 3 образуют телескопическую систему, расширяющую лазерный пучок. Оптическая система 4 позволяет плавно изменять расстояние

Рис. 5.6. Внешний вид измерительного устройства.

между параллельными пучками на ее выходе за счет перемещения призмы полного внутреннего отражения. Далее пучки линзой 5 фокусируются в исследуемую точку потока 6. В данной

Рис. 5.7. Схема ЛДА с перестраиваемым периодом интерференционного поля.

схеме период поля изменялся в пределах от 50 до 500 мкм. Нижний предел можно уменьшить, если применить линзу 5 с мень-

шим фокусным расстоянием. Разработанное устройство использовалось для измерения скорости, размера и концентрации капель воды, разгоняемых в сопле Лаваля газовым потоком. Результаты этих измерений описаны в § VI.5.

Рис. 5.8. Компенсационная схема ЛДА с перестраиваемым периодом интерференционного поля.

На рис. 5.8 показана структурная схема другого оптического устройства с перестраиваемым периодом интерференционного поля [1.62]. Излучение лазера 1 проходит последовательно четвертьволновую пластинку ($\lambda/4$) 2, линзу 3, призму Волластона 4, на выходе которой получаются два пучка, распространяющиеся под углом друг к другу. Далее эти пучки проходят линзу 5, призму Волластона 6, четвертьволновую пластинку 7 и линзой 8 фокусируются в исследуемую область потока 9. Оптические элементы: линза 10, диафрагма 11, призма Волластона 12, фотоприемники 13 и 14 — образуют фотоприемное устройство, работающее по компенсационной схеме (§ II.3). Изменение периода поля в области измерения достигается за счет перемещения вдоль оптической оси призмы Волластона 6.

Схема ЛДА с электрооптическим модулятором [1.54]. На рис. 5.9 представлена структурная схема ЛДА, в которой применен электрооптический частотный модулятор с вращающимся полем, работающий в полуволновом режиме. Действие

Рис. 5.9. Схема ЛДА с электрооптическим частотным модулятором.

таких модуляторов рассмотрено в § I.7. Оптическая часть устройства организована по схеме с опорным пучком, аналогично показанной на рис. 2.15, если в ней заменить ультразвуковой модулятор узлом, содержащим электрооптический модулятор 3, призму Волластона 6, четвертьволновые фазовые пластинки 2

и 4, а также полуволновую пластинку 7. Отличие состоит в том, что здесь осуществляется преобразование доплеровской частоты ω_D в заданную промежуточную Ω_0 за счет управления частотой модуляции Ω_m . Сигнал с фотоприемника 10 в этой схеме после прохождения фильтра 11 и усилителя ограничителя 12 поступает на смеситель 13, другой вход которого подключен к гетеродину 14, задающему промежуточную частоту Ω_0 . Выходной сигнал смесителя 13 управляет частотой генератора 15 в соответствии с условием $\Omega_m + \omega_D = \Omega_0$. Частота генератора 15, питающего модулятор 3, измеряется частотомером 16 и дает информацию о доплеровском сдвиге частоты, т. е. о величине и направлении скорости потока 9. Достоинством схем с оптическим преобразованием доплеровского сдвига частоты в заданную промежуточную частоту является простота электронного процессора и возможность применения узкополосных низкочастотных приемников для измерений скоростей в большом динамическом диапазоне. Однако в таких устройствах предъявляются повышенные требования к широкополосности частотного модулятора.

В инверсно-дифференциальной схеме, показанной на рис. 5.10 [1.54], применен четвертьволновой электрооптический частотный

Рис. 5.10. Инверсно-дифференциальная схема ЛДА.

модулятор 3 с вращающимся полем. Луч лазера 1 после прохождения четвертьволновой фазовой пластинки 2 модулятором 3 преобразуется в световой пучок с однополосной частотной модуляцией. Несущая и боковая этого пучка пространственно совмещены и имеют ортогональные круговые поляризации. Модулированный световой пучок объективом 4 направляется в исследуемую область потока 5. Пространственно-частотный фазовый фильтр в фурье-плоскости объектива 6, содержащий диафрагмы 7 и ортогонально ориентированные четвертьволновые фазовые пластинки 8 и 9, выделяет из рассеянного светового сигнала две ортогонально поляризованные узкополосные компоненты, интерференционные полосы в которых движутся в противоположных направлениях. Изображения этих компонент, локализо-

ванных в исследуемой области потока, пространственно разделяются по ортогональным поляризациям призмой Волластона 10 и переносятся на соответствующие фотоприемники 11 и 12. В результате на выходе фотоприемников получаются сигналы, переменные составляющие которых имеют вид

$$i_1 = I_D \cos(\Omega_m - \omega_D)t, \quad i_2 = I_D \cos(\Omega_m + \omega_D)t.$$

Сигналы с выходов фотоприемников после фильтрации преобразуются формирователями 13 и 14 соответственно в суммарную

Рис. 5.11. Схема ЛДА с оптической фильтрацией сигналов.

и разностную импульсные последовательности. Далее на выходе суммирующего блока 15 получается сигнал с удвоенной частотой модуляции $2\Omega_m$, а на выходе вычитающего блока 16 сигнал с удвоенным доплеровским частотным сдвигом $2\omega_D$. При измерении частоты $2\omega_D$ частотомером 17 частота $2\Omega_m$ используется как опорная. В этой системе автоматически обеспечивается одинаковая длительность сигнальной и опорной импульсных последовательностей, что существенно упрощает измерения [6].

На практике успешно применяются также и компенсационные схемы, описанные в § II.3.

Схема ЛДА с оптической фильтрацией сигналов [7]. Рассмотренные выше схемы ЛДА предназначены для измерения скорости мелких частиц, движущихся вместе с потоком, т. е. для исследования однофазных потоков. При проведении исследований двухфазных потоков, содержащих крупные полидисперсные частицы, наряду с измерением скорости необходимо измерять и размер частицы. Одним из путей решения этой задачи является создание специальных схем ЛДА. На рис. 5.11 показана одна из возможных схем ЛДА подобного типа. Луч лазера 1 проходит блок 2, который формирует два зондирующих пучка, направляемых под углом друг к другу в область измерения потока 3. Свет, рассеянный на движущейся частице, попадает в приемный блок 4 и разделяется элементом 5 на два канала регистрации. В одном канале блок 7 служит для выделения доплеровского сигнала. Во втором канале блок 6 используется для получения информации о заданных параметрах частиц, например их размере, для чего предусмотрены соответствующие пространственные фильтры. Сигнал, получен-

ный с учетом воздействия фильтра во втором канале, управляет через блок 8 измерительным устройством 9, которое регистрирует скорость частиц, характеризующихся определенным параметром. В [8] было показано, что для получения информации о размере частиц целесообразно использовать пространственные фильтры в виде кольцевых диафрагм определенного размера. Они устанавливаются в фокальной плоскости объектива, находящегося в блоке 4.

Лазерный доплеровский микроскоп. Для решения целого ряда задач, таких как исследование пристеночных течений, мелко-масштабных потоков в биологии и медицине, необходимыми лазерные доплеровские микроскопы (ЛДМ). Пространственное разрешение ЛДМ определяется величиной области локализации интерференционного поля, создаваемого при пересечении зондирующих пучков, глубиной резкости приемной оптики и параметрами радиоэлектронной системы обработки сигнала [9]. Для наибольшего пространственного разрешения при создании ЛДМ необходимо решить следующие задачи: а) разработать передающую оптическую систему, формирующую интерференционное поле в малой заданной области пространства, с учетом влияния параметров измерителя и исследуемого объекта; б) создать приемную оптическую часть, обладающую малой глубиной резкости; в) разработать радиоэлектронную систему обработки доплеровского сигнала, согласованную с оптической системой.

Предельных параметров по разрешению можно достичь только с учетом трансформации гауссова пучка. Проведенные расчеты и эксперименты показали существенную роль этого эффекта [1.16], что не учитывалось в [10]. Для точной фокусировки зондирующих пучков необходимо знать размеры и местоположение перетяжек в меридиональной и сагиттальной плоскостях. Они определяются не только фокусным расстоянием линзы и эквивалентным конфокальным параметром резонатора лазера, но и зависят от угла падения пучка на исследуемый элемент, показателей преломления материала окна и исследуемой среды, толщины окна и расстояния от линзы до элемента (§ 1.2).

В качестве приемной оптики ЛДМ целесообразно использовать высокоапертурный объектив, который создает в плоскости диафрагмы, расположенной перед фотоприемником, увеличенное изображение рассеивающей частицы. Если частица находится вне плоскости предметов, соответствующей плоскости изображения (в этом случае координата z частицы (рис. 5.12) не равна нулю), то ее изображение становится размытым и на катод фотоприемника попадает лишь часть рассеянной мощности излучения, собранной объективом. При этом приемная оптика начинает ограничивать измерительный объем.

За характерный размер изображения дефокусированной частицы можно принять пятно радиусом r , в котором сосредото-

чею 80% мощности рассеянного частицей света, собранного приемным объективом (радиус диска Эйри). С достаточной точностью при $\lambda = 0,63$ мкм

$$r(z) \approx 0,3\Gamma/A + 0,6A^2\Gamma z/n,$$

где Γ — увеличение, A — числовая апертура приемного объектива, n — показатель преломления исследуемой среды (все размеры — в микрометрах).

Рис. 5.12. Схема лазерного доплеровского микроскопа.

Прямоугольная диафрагма с размером $2b \times 2c$ в сочетании с высокоапертурным приемным объективом может служить эффективным пространственным фильтром, подавляющим сигнал от дефокусированного изображения. При этом размер b диафрагмы должен быть равен

$$b = \frac{0,3\Gamma}{A}.$$

Рис. 5.13. Электрическая схема следящей системы.

Передающая оптическая система разработанного ЛДМ [9] соответствовала двухлинзовой дифференциальной схеме с ультразвуковым модулятором и состояла из лазера 1 (рис. 5.12), ультразвукового модулятора 2, работавшего на частоте 15,0 МГц, системы расщепления пучка 4, двух фокусирующих линз 5 и

генератора питания ультразвукового модулятора 3. При помощи двухлинзовой схемы были скомпенсированы aberrации пучков, возникшие в результате прохождения ультразвукового модулятора. Для улучшения пространственного разрешения ЛДМ угол между зондирующими пучками достигал 90° . Приемная оптическая часть состояла из объектива 7 с числовой апертурой $A = 0,65$, визуальной насадки 8, при помощи которой можно было

Погрешность определения медленных составляющих доплеровского сдвига на верхней границе измеряемого диапазона составляла не более 0,2%.

При помощи ЛДМ исследовалось распределение скорости в плоском канале сечением 6×8 мм² и длиной 400 мм. Пространственное разрешение, полученное при данных измерениях, равнялось 5 мкм.

В работе [11] сообщалось о лазерном доплеровском микроскопе, выполненном в виде приставки к серийному микроскопу типа «Reaval», изготовленному комбинатом «Карл Цейсс Йена» ГДР. Устройство предназначено для измерения скорости микрообъектов одновременно с визуальным контролем. Приставка выполнена по компенсационной дифференциальной схеме ЛДА с подавлением низкочастотного пьедестала доплеровского сигнала (рис. 5.14). В этой схеме использована призма Волластона, выполняющая функции преобразователя пространственной частоты и поляризационного анализатора зондирующих и рассеянных световых пучков. Устройство работает как в режиме рассеяния вперед (с возвратным зеркалом), так и на обратном рассеянии. ЛДМ имеет встроенный источник когерентного света, но может

Рис. 5.15. Внешний вид доплеровского микроскопа.

действовать и от внешнего лазера, излучающего в видимой области спектра. Масштабный коэффициент, связывающий измеряемую скорость с разностным доплеровским сдвигом частоты, составляет 1,2 мм/(с · кГц) для объектива с увеличением 25 $\times$. Зондирующее поле — эллипсоид с полуосями 8 и 20 мкм. ЛДМ

комплектуется процессором счетно-импульсного типа и может работать совместно с коррелятором фотоотсчетов. На рис. 5.15 показан внешний вид приставки ЛДМ в комплекте с микроскопом «Регавал».

Кроме рассмотренных выше однокомпонентных оптических схем ЛДА применяется целый ряд других, описание которых дано в [1.61—69].

§ 2. Схемы для измерения вектора скорости

Устройства для одновременного измерения двух или трех проекций вектора скорости могут быть построены на основе схемных решений, принципы действия которых изложены в §§ 11.4, 11.5. Рассмотрим несколько примеров.

На рис. 5.16 показана упрощенная схема лазерного доплеровского анемометра ЛАДО-1, созданного в сотрудничестве Институтом автоматики и электрометрии СО АН СССР и комбинатом

Рис. 5.16. Оптическая схема ЛАДО-1.

«Карл Цейсс Йена» ГДР [12]. Прибор измеряет две ортогональные проекции вектора скорости. Устройство выполнено по трехлучевой схеме с референтным пучком (рис. 2.20). Ортогональные плоскости, в которых распространяются световые пучки, для наглядности на рисунке развернуты на плоскость чертежа. Формирующая часть оптического устройства содержит последовательно расположенные входной коллиматор 1, двухкоординатный модулятор-расщепитель 2, коллиматор 3, поворотное зеркало 4 и объективы 5, 6. Приемная часть устройства содержит объектив 7,

зеркально-призмный блок 8 и двухканальный фотоприемник 9. Приемный блок содержит также зрительную трубу для юстировки и наблюдения оптических сигналов на апертуре каждого канала фотоприемника. Конструктивно оптический датчик размещен в корпусе U-образной формы, в одной половине которого расположена формирующая часть, а в другой — приемная. Акустооптический модулятор выполнен на кристалле парателлурита [1.51]. Частота ультразвуковых волн, распространяющихся в направлениях ортогональных «медленных» осей, равна 16 МГц. Лазерный пучок, дифрагирующий в нулевой порядок, выполняет функции освещающего. Первые порядки дифракции с частотным смещением 16 МГц, сформированные в ортогональных плоскостях, являются референтными. Сменные коллиматоры 1, 3 определяют пространственное разрешение и коэффициент, связывающий доплеровский сдвиг частоты со скоростью потока. Этот коэффициент, как известно (§ IV.3), равен пространственной частоте оптического поля в области пересечения рассеянного и падающего пучков, которая, в свою очередь, является величиной, обратной эффективной интерференционной полосе. В приборе ЛАДО-1 сменные коллиматоры позволяют изменять размер эффективной интерференционной полосы в широких пределах. Общий вид прибора представлен на рис. 5.17. Оптический датчик закреплен на прецизионном координатно-измерительном столе,

Рис. 5.17. Внешний вид ЛАДО-1.

обеспечивающем точное позиционирование зондирующего объема в исследуемом потоке, и имеет возможность различной ориентации в пространстве за счет поворота в координатной системе стола на 90° в двух ортогональных плоскостях (рис. 5.18, а—в). Источником излучения служит лазер, расположенный на одном

основании с координатно-измерительным столом. К основанию жестко прикреплены две стойки, предназначенные для фиксации канала с исследуемой средой. Оптическая развязка датчика и лазерного источника выполняется призматическим блоком. Перемещение оптического датчика не вызывает разъюстировки системы. Прибор может работать с различными лазерами, излучающими в видимой области спектра. Электронный процессор — счетно-импульсного типа, выполнен в стандарте КАМАК, позволяющем работать совместно с ЭВМ. Отсчет средней скорости осуществля-

Рис. 5.18. Различные пространственные положения оптического датчика прибора ЛАДО-1.

ется с цифрового индикатора. Процессор имеет цифровой отсчет средней скорости и аналоговый выход напряжения, пропорционального мгновенной скорости в заданной полосе частот.

Основные технические характеристики прибора ЛАДО-1 следующие: диапазон измеряемых скоростей — 0,8 мм/с — 80 м/с;

Рис. 5.19. Инверсно-дифференциальная схема ЛДА.

размер эффективной интерференционной полосы — 4, 6, 8 мкм; число полос — 30; погрешность измерения средней скорости за время усреднения 1 с — 0,3%; полоса частот флуктуаций скорости — 0—100 кГц, с фильтром ПЧ — 0—8 кГц; максимальная интенсивность турбулентности — 70%; диапазон перемещений координатного стола в горизонтальной плоскости — 150 × 100 мм, по вертикальной оси — 200 мм; точность отсчета — 2 мкм.

В [II.49] описан пример оптической схемы с опорным пучком, реализующей геометрию лучей (рис. 2.23) для одновременного измерения трех ортогональных проекций вектора скорости. Другая схема измерителя трех компонент вектора скорости, организованного по четырехлучевой геометрии (рис. 2.26) с референтными пучками, не проходящими через исследуемую среду, рассмотрена в [II.53].

Наиболее просто фильтрация двух ортогональных компонент вектора скорости осуществляется в инверсно-дифференциальных схемах. На рис. 5.19 представлена инверсно-дифференциальная схема измерителя двух ортогональных компонент вектора скоро-

сти с частотным разделением каналов [IV.6]. Объектив 2 направляет излучение лазера 1 в исследуемую область потока. Двухкоординатный пространственно-частотный фильтр 4, выполненный в виде экрана с попарно ориентированными в ортогональных плоскостях диафрагмами, помещен в задней фурье-плоскости объектива 3 и выделяет пучки, рассеянные под углами $2\theta_x = 2\theta_y$. Равенство углов обеспечивает одинаковые зондирующие объемы двух измерительных каналов. Объектив 6, выполняющий обратное фурье-преобразование, направляет рассеянные пучки на двухкоординатную ячейку 7 под углами $2\theta'_x$ и $2\theta'_y$. Углы $2\theta'_x$ и $2\theta'_y$ связаны с частотами ультразвуковых волн

$$2\theta'_x = 2\Omega_1/kv_a, \quad 2\theta'_y = 2\Omega_2/kv_a,$$

где v_a — скорость звука.

Для того чтобы выполнялось условие $2(\Omega_2 - \Omega_1) > \omega_{Dx} + \omega_{Dy}$, необходимое для частотного разделения компонент, углы $2\theta'_x$ и $2\theta'_y$ должны отличаться на величину

$$2(\theta'_y - \theta'_x) > (\omega_{Dx} + \omega_{Dy})/kv_a.$$

Это достигается введением преобразователя пространственной частоты 5 на пути одной пары рассеянных пучков, который может быть выполнен, например, в виде уголка из двух плоскопараллельных пластин, ориентированных в плоскости xz симметрично относительно оптической оси. В результате дифракции на бегущих ультразвуковых волнах каждая пара рассеянных пучков пространственно совмещается и приобретает частотный сдвиг $2\Omega_1$ и $2\Omega_2$. Пространственно совмещенные пучки интерферируют на поверхности фотоприемника 8, в результате чего в выходном сигнале образуются частоты $2\Omega_1 + \omega_{Dx}$ и $2\Omega_2 + \omega_{Dy}$. Электрические сигналы с этими частотами выделяются полосовыми фильтрами и далее поступают на электронно-измерительный блок.

Инверсно-дифференциальная схема для одновременного измерения трех компонент вектора скорости может быть реализована согласно принципам, изложенным в § 2.5 [13]. Такая схема показана на рис. 2.25. Выделение z -проекции скорости здесь осуществляется с использованием рассеяния вперед.

Дифференциальная схема измерения вектора скорости с частотно-временным разделением двух ортогональных компонент приведена на рис. 5.20 [II.37]. Излучение гелий-неонового лазера 1 попадает в акустооптический модулятор-расщепитель 2, в котором сформированы две ортогонально ориентированные пересекающиеся ультразвуковые волны. Диафрагма 3 выделяет две системы дифрагированных пучков, распространяющихся в ортогональных плоскостях. Эти пучки линзой 4 направляются в

исследуемую область потока 5. Рассеянное излучение собирается объективом 6 и направляется на фотоприемник 7, питание которого осуществляется от блока 8. Сигнал с фотоприемника (ФЭУ) поступает на усилитель 9 и наблюдается на анализаторе спектра 10. Акустооптический модулятор 2 питается от двух генераторов стандартных сигналов 11 и 12. Модулирующие сигналы с частотами Ω_1 и Ω_2 поступают на пьезоэлементы через диодные ключи 13 и 15, которые управляются мультивибраторами 14. Частота переключения 200 Гц. На экране анализатора спектра

Рис. 5.20. Оптическая схема ЛДА с частотно-временным разделением сигналов.

наблюдаются одновременно два спектра доплеровских сигналов на несущих частотах Ω_1 и Ω_2 . В этой схеме реализовано основное достоинство временного разделения компонент вектора скорости — полное использование мощности лазера для определения каждой из двух проекций и исключение перекрестных модуляционных частот. Недостаток заключается в невозможности одновременного измерения пульсаций скорости, изменяющихся

с частотой выше 200 Гц. Это ограничение определяется частотой выборки информации, задаваемой мультивибратором 14.

Устройство может работать по трехлучевой схеме (рис. 2.20) с одним из пучков, ориентированным по оптической оси линзы 4. При этом угол между выделяемыми проекциями скорости (для $\Omega_1 = \Omega_2$) $\varphi = \arccos(\sin^2 \alpha / 2)$ и отличается от 90° (при $\alpha \leq 10^\circ$, $\varphi \geq 88^\circ$). На практике такое приближение является вполне удовлетворительным. Сменная диафрагма 3 позволяет перестраивать схему на четырехлучевую (рис. 2.22), обеспечивающую измерения в ортогональной системе координат. Для измерений в плоских потоках возможен переход к пятилучевой схеме, в которой осевым является световой пучок, дифрагированный в нулевой порядок. В такой схеме полнее используется мощность лазерного излучения. Однако применение пятилучевой геометрии ограничивается жесткими требованиями к ориентации измерительной системы относительно плоскости, в которой локализован вектор скорости. Акустооптический модулятор в этом случае должен работать в режиме дифракции Рамана — Ната (§ 1.7). Пятилучевая геометрия не применима, если направление вектора скорости меняется в трехмерном пространстве.

Примером ЛДА, работающего в дифференциальном режиме по трехпучковой схеме с поляризационным разделением двух ор-

тогональных компонент вектора скорости, является прибор типа TSI-9100-9 [14], серийно выпускаемый фирмой «Термосистемс» (США). Фирмы «TSI» и «DISA» (Дания) производят бихроматические [15] ЛДА-системы с разделением двух ортогональных компонент вектора скорости по спектральным линиям лазерного излучения. Бихроматическая система TSI-9100-7 выполнена по четырехпучковой, а TSI-9100-8, как и приборы фирмы «DISA» LD-0-A211 и LD-0-A212,— по трехпучковой дифференциальной схеме. Все устройства этого типа имеют частотно-сдвигающий

Рис. 5.21. Оптическая схема лазерного анемометра ЛДО-2 в режиме рассеяния вперед.

блок, в котором скомбинированы две брэгговские акустооптические ячейки со стеклянным звукопроводом. Бихроматические системы комплектуются аргоновым лазером, в излучении которого рабочими являются линии зеленая (0,515 мкм) и синяя (0,488 мкм). Обработка сигналов осуществляется электронными процессорами следящего или счетноимпульсного типов.

Лазерный доплеровский анемометр ЛДО-2 [16] совместно разработан Институтом автоматики и электрометрии СО АН СССР и комбинатом «Карл Цейсс Йена» ГДР. Оптико-механическая часть прибора имеет модульную конструкцию и может работать как в режиме рассеяния вперед, так и в режиме обратного рассеяния. Измеритель выполнен по дифференциальной трехпучковой схеме с частотным разделением ортогональных компонент вектора скорости. На рис. 5.21 показана упрощенная схема

оптического датчика ЛАДО-2, работающего в режиме рассеяния вперед. Формирующий оптический блок содержит последовательно расположенные поворотное зеркало 1, коллиматор 2, двухканальный двухчастотный акустооптический модулятор-расщепитель 3, коллиматор 4, поворотное зеркало 6, объективы 7 и 8. Конструктивно эта часть схемы собрана в отдельном формирующем модуле. Приемный модуль содержит последовательно расположенные объективы 9 и 10, поворотное зеркало 11 и фотоприемник 12. Когда прибор работает в режиме рассеяния назад, приемный модуль пристыковывается к формирующему модулю,

Рис. 5.22. Оптическая схема лазерного анемометра ЛАДО-2 в режиме обратного рассеяния.

как показано на рис. 5.22. Объектив 5 является согласующим. Прибор комплектуется двухканальным процессором счетно-импульсного или следящего типов. К измерителю прилагается большой набор сменных оптических элементов, позволяющих в широких пределах менять его характеристики. Двухканальный акустооптический модулятор выполнен на кристалле парателлурита [1.51]. ЛАДО-2 может работать от лазеров, излучающих в видимой области спектра. Смена длины волны излучения не изменяет масштабного коэффициента, связывающего измеряемую скорость и доплеровский сдвиг частоты. Электронный процессор выполнен в стандарте КАМАК, что позволяет прибору работать в автоматизированных системах научного эксперимента, управляемых ЭВМ.

Рис. 5.23. Внешний вид прибора ЛАДО-2 в режиме работы на рассеянии вперед.

Рис. 5.24. Внешний вид прибора ЛАДО-2 в режиме работы на обратном рассеянии.

Основные технические характеристики прибора ЛАДО-2 следующие: диапазон измеряемых скоростей — 0,1 мм/с — 160 м/с; погрешность измерения средней скорости за время усреднения 10 с — 0,05%; полоса частот флуктуаций скорости — 0—100 кГц; размер эффективной интерференционной полосы — 1, 2, 4, 8, 16 мкм; число полос — 30; частота смещения — $\Omega_s/2\pi = 20$ МГц, $\Omega_s/2\pi = 34$ МГц.

На рис. 5.23 показан общий вид лазерного анемометра ЛАДО-2, работающего на рассеянии вперед. Вид прибора на рис. 5.24 соответствует режиму работы на обратном рассеянии.

§ 3. Корреляционные схемы ЛДА

В большинстве гидро- и аэродинамических экспериментов конечная цель измерений состоит в получении статистических (корреляционных или спектральных) характеристик исследуемых процессов. Часто объектом исследования являются жидкостные и газовые потоки с оптическими неоднородностями. В качестве примера можно назвать смеси жидкостей с различными коэффициентами преломления, пламена и т. д. Традиционные методы когерентно-оптических измерений по эффекту Доплера либо совершенно не применимы к исследованию потоков с фазовыми неоднородностями, либо дают большие погрешности. Появление этих погрешностей обусловлено тем, что поток фазовых неоднородностей вызывает шумовую модуляцию оптической разности хода лазерных пучков, формирующих в потоке зондирующее поле.

Рис. 5.25. Схема двухканального ЛДА для измерений в средах с фазовыми неоднородностями: 1 — лазер, 2, 5, 7 — объективы, 3 — дифракционная решетка, 4 — полуволновый фазовращатель, 6 — экран с диафрагмами, 8 — зеркало, 9 и 11 — поляризационные фильтры, 10 и 12 — полевые диафрагмы, 13 и 14 — фотоприемники, 15 и 16 — частотные демодуляторы, 17 — коррелятор.

Рассмотрим метод измерений, позволяющий значительно уменьшить, а в ряде случаев — полностью исключить указанную погрешность. Сущность его заключается в получении взаимно-корреляционной функции сигналов в двухканальном ЛДА с такой ориентацией оптических датчиков, чтобы интерферирующие пучки в оптических схемах первого и второго каналов пересека-

лись некоррелированными потоками фазовых неоднородностей [17].

На рис. 5.25 представлено одно из схемных решений двухканального измерительного устройства, реализующего указанный метод. Это устройство представляет собой комбинацию дифференциальной и инверсно-дифференциальной оптических схем, развязанных по ортогональным поляризациям пучков. Каждый измерительный канал содержит электронный процессор с частотным детектором, выходы которых подключены к коррелятору.

Первый измерительный канал выполнен по дифференциальной схеме. Зондирующее поле образовано пересечением пучков с волновыми векторами k_1 и k_2 . Изображение этого поля в рассеянном излучении переносится на фотоприемник 14. Погрешность измерения в дифференциальной схеме определяется движением фазовых неоднородностей через интерферирующие лазерные пучки в пространстве до области их пересечения. Напряжение на выходе частотного детектора 16

$$U_1 = \eta[v(t) + \psi_1(t)],$$

где η — коэффициент пропорциональности, $v(t)$ — скорость движения потока в области интерференционного поля, $\psi_1(t)$ — шум, обусловленный движением фазовых неоднородностей, описываемых функцией $\psi_1(t)$.

Второй канал выполнен на основе инверсно-дифференциальной схемы. Зондирующее поле формируется из пучка, дифрагированного в нулевой порядок на выходе дифракционного расщепителя 3. Изображение зондирующего поля в рассеянном излучении фильтруется и переносится объективом 7 на фотоприемник 13. Пространственная частота фильтрованного оптического сигнала в инверсно-дифференциальной схеме равна пространственной частоте зондирующего поля в схеме дифференциальной. Оптическая разность хода рассеянных пучков, интерферирующих на чувствительной поверхности фотоприемника 13, модулируется движущимися фазовыми неоднородностями в пространстве справа от зондирующего поля. Для напряжения на выходе частотного детектора 15 имеем

$$U_2 = \eta[v(t) + \psi_2(t)],$$

где $\psi_2(t)$ — шум от фазовых неоднородностей, пересекающих сигнальные рассеянные пучки в инверсно-дифференциальной схеме и описываемых функцией $\psi_2(t)$.

Зондирующие оптические поля в дифференциальной и инверсно-дифференциальной схемах совмещены. В случае статистически независимого пространственного распределения фазовых неоднородностей фазовые шумы $\psi_1(t)$ и $\psi_2(t)$ не коррелированы. Поэтому во взаимно-корреляционной функции выходных аналоговых сигналов первого и второго каналов эти шумы подавля-

ются. В результате полученная взаимно-корреляционная функция совпадает с искомой автокорреляционной функцией исследуемого процесса

$$R_v(\tau) = \langle [v(t) + \psi_1(t)][v(t+\tau) + \psi_2(t+\tau)] \rangle = \langle v(t)v(t+\tau) \rangle.$$

По корреляционной функции $R_v(\tau)$ определяется, согласно теореме Винера — Хинчина, спектральная плотность пульсаций скорости потока. Пространственно разделяя и изменяя расстояние

Рис. 5.26. Корреляционные функции демодулированных по частоте доплеровских сигналов: а) на выходе одного из каналов; б) взаимно-корреляционная функция.

между зондирующими оптическими полями измерительных каналов, можно найти пространственную корреляционную функцию скорости потока и получить информацию о средней скорости. В случае слабой корреляции потоков фазовых неоднородностей относительная погрешность дисперсии пульсаций скорости может быть оценена по формуле

$$\delta_v = 2K_R\sigma_\psi^2/\sigma_v^2,$$

где K_R — коэффициент корреляции между каналами по фазовым шумам.

На рис. 5.26, *а*, *б* показаны экспериментально полученные корреляционные функции для случая некоррелированных потоков фазовых неоднородностей $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$. Измерялась скорость движения микронной нити, пересекающей зондирующее поле. Скорость движения нити синусоидально модулировалась с частотой 3,6 Гц. Некоррелированные потоки фазовых неоднородностей создавались двумя горелками, размещенными по разные стороны от зондирующего объема. Кривая на рис. 5.26, *а* соответствует корреляционной функции сигнала с выхода одного измерительного канала. Хорошо видно, что периодическая составляющая корреляционной функции сильно искажена шумами. Кривая на рис. 5.26, *б* является взаимно-корреляционной функцией сигналов с выходов измерительных каналов. Шумы здесь практически подавлены, что подтверждает эффективность описанного метода измерения скорости в средах с фазовыми неоднородностями.

Как указывалось в § IV.4, фазовый шум в многочастичном сигнале определяет погрешность измерения в потоках с высокой концентрацией рассеивающих частиц. Для снижения влияния фазового шума применяют двухканальные измерители скорости с пространственно-разнесенными зондирующими полями [18]. Оптическое устройство формирует в исследуемой области два пространственно-разнесенных зондирующих поля с параллельно ориентированными одинаковыми интерференционными полосами. Изображения зондирующих полей в рассеянном излучении разделяются и формируются на соответствующих фотоприемниках. В каждом измерительном канале имеется электронный процессор с частотным детектором. Аналоговые сигналы с частотных детекторов поступают на коррелятор.

Если зондирующие оптические поля в каждом канале ориентированы так, что через них проходят статистически независимые потоки рассеивающих частиц, фазовые шумы в аналоговых сигналах с выходов частотных детекторов первого и второго каналов также статистически независимы. Поэтому во взаимно-корреляционной функции этих сигналов фазовые шумы оказываются подавленными. Очевидный недостаток рассмотренного способа подавления фазовых шумов заключается в ухудшении пространственного разрешения. Кроме того, результатом измерения является взаимно-корреляционная функция исследуемого процесса в двух пространственно разнесенных зондирующих объемах. Эта функция описывает искомую автокорреляционную функцию процесса приближенно и только в случаях, когда пространственный масштаб турбулентности потока много больше расстояния между зондирующими полями.

Свободным от этих недостатков является корреляционный ЛДА с селекцией когерентной составляющей доплеровского сигнала (§ IV.5). Статистическая зависимость фазовых шумов когерентной и некогерентной компонент очень слабая. Поэтому во

взаимно-корреляционной функции демодулированных по частоте когерентного и некогерентного сигналов фазовые шумы оказываются подавленными [IV.14]. Например, в случае пуассоновского одномерного потока частиц, движущихся с единичной скоростью через интерференционное поле, содержащее 30 полос, при средней концентрации 2 частицы на измерительный объем, отношение дисперсий автокорреляционной функции сигнала в одном из каналов и взаимно-корреляционной функции составляет 10^2 [IV.14]. Корреляционный измеритель может быть реализован на основе схемы, показанной на рис. 4.16, в которой выходы когерентного и некогерентного каналов подключены к коррелятору. Результирующая взаимно-корреляционная функция демодулированных когерентного и некогерентного сигналов практически совпадает с автокорреляционной функцией исследуемого процесса.

§ 4. Схемы ЛДА с многолучевыми интерферометрами

В настоящее время большинство разработанных оптических схем ЛДА базируется на методах фотосмещения либо двух рассеянных волн, либо рассеянной и опорной с последующим измерением параметров доплеровского сигнала. Эти ЛДА позволяют успешно измерять скорости жидкости и газа до 300 м/с. Исследование сверхзвуковых газовых потоков встречает затруднение по следующим причинам. Во-первых, большие скорости потока приводят к большим доплеровским сдвигам частоты, выделение которых с помощью обычных фотоприемников затруднено. Поэтому в промышленных ЛДА верхний доплеровский сдвиг частоты составляет, как правило, не более 50 МГц, хотя в приборах фирмы «TSI» верхняя частота равна 100 МГц [14]. Во-вторых, чтобы уложиться в диапазон измеряемых частот при исследовании сверхзвуковых газовых потоков, необходимо уменьшить угол между зондирующими пучками в дифференциальной схеме либо угол наблюдения рассеянного излучения в схеме с опорным пучком; все это приводит к потере локальности измерений. Так, при $\nu_D = 50$ МГц и $v = 2500$ м/с период интерференционного поля должен быть не менее 50 мкм, что при числе полос $M = 10$ приводит к величине измерительной области вдоль направления измерения 0,5 мм. В-третьих, особенностью сигналов ЛДА является их постоянное относительное уширение, которое обычно составляет $(0,1-0,02)\nu_D$ (§ III.3). Это означает, что при $\nu_D = 50$ МГц ширина спектра составляет 1—5 МГц. Тогда существенно возрастает роль дробовых шумов и шумов радиоизмерительной аппаратуры, что приводит к увеличению минимально регистрируемой мощности рассеянного излучения по сравнению с измерением малых скоростей, где $\nu_D \sim 10$ кГц.

Указанные трудности удается преодолеть, если в схемах ЛДА для выделения доплеровского сдвига частоты использовать мно-

голучевые спектральные приборы типа интерферометра Фабри — Перо, которые широко используются в спектроскопии [19]. При помощи интерферометра проводится спектральный анализ рассеянного потоком лазерного излучения непосредственно на оптических частотах [20—27, 1.60]. Трудностей с определением знака разности частот рассеянных волн, т. е. с определением направления скорости потока, при этом не возникает. Верхний предел измеряемых доплеровских сдвигов частоты практически не ограничен, следовательно, не ограничен и верхний предел измеряемых скоростей потока. Однако интерферометры не обладают такой разрешающей способностью, как анализаторы спектра радиодиапазона в схемах с фотосмещением.

На рис. 5.27 приведена зависимость требуемой разрешающей способности интерферометра от измеряемой скорости при различных значениях периода интерференционного поля Λ . Из графика видно, что с помощью интерферометра с $R = 10^7$ минимально измеряемая скорость при $\Lambda = 1$ мкм составляет 50 м/с. Измерение меньших скоростей требует применения интерферометров с большей разрешающей силой.

Одной из особенностей исследования сверхзвуковых потоков является большой диапазон измерения скорости. Например, при обтекании тел различной формы возникают ударные волны, и скорость частиц за ними меняется от скорости свободного потока (~ 1 км/с) до нуля на поверхности тела. Это приводит к необходимости повышения разрешающей силы интерферометра.

Как известно, в оптике наиболее распространенным критерием разрешения является критерий Рэлея. Разрешающая способность при этом является некоторой условной величиной и имеет смысл лишь для спектральных линий с почти одинаковыми интенсивностями. Предел разрешения и тем самым точность измерения частотного сдвига ограничивается при таком критерии лишь шириной частотной характеристики интерферометра. Это означает, что используется лишь минимально возможная информация о свойствах исследуемых спектров и характере частотной характеристики. Критерий Рэлея определяет только технический предел разрешения при фотографической регистрации [28], использование радиофизических методов регистрации интерферен-

Рис. 5.27. Зависимость разрешающей способности интерферометра от скорости ($\lambda = 0,6328$ мкм).

ционной картины позволяет превзойти критерий Рэлея во много раз. Это возможно лишь при использовании статистических методов обработки сигнала после интерферометра, в которых используется вся возможная априорная информация о свойствах исследуемой спектральной линии и частотной характеристики прибора [29]. В [30, 34] было показано, что при такой обработке

Рис. 5.28. Схема измерения скорости потока.

сигнала разрешающая сила (и точность измерения) определяется лишь уровнем флуктуаций, присущим данным физическим явлениям, производной частотной характеристики и временем наблюдения.

Рассмотрим следующую типичную задачу лазерной диагностики потоков (рис. 5.28). Пусть исследуемый поток 2, содержащий движущиеся частицы, зондируется двумя лазерными пучками, получаемыми от амплитудно-стабилизированного одночастотного газового лазера. Рассеянное излучение собирается объективом 3, проходит диафрагму 4 и объективом 5 направляется на сканируемый интерферометр Фабри — Перо 6. Интерференционная картина объективом 7 фокусируется на диафрагму 8, после которой стоит фотоприемник 9. Для того чтобы иметь возможность раздельного наблюдения получающихся при этом двух сигналов, исходные пучки модулируются по мощности, например таким образом, что в исследуемый объем посылаются либо первый, либо второй пучки. Это легко осуществить с помощью модулятора 1. Процесс, получаемый после рассеяния лазерных пучков, представляет собой случайную суперпозицию импульсов оптических волн, даваемых отдельными частицами, которые, кроме того, имеют амплитудную модуляцию.

Рассеянные волны из-за эффекта Доплера имеют различные частоты ν_1 и ν_2 , причем разность $|\nu_1 - \nu_2| < \Delta\nu_0$, где $\Delta\nu_0$ — ширина частотной характеристики интерферометра. Огибающая спектральной плотности интенсивности (рис. 5.29) определяется распределением поля в исследуемом объеме и скоростью движения частиц. Анализ работы такой схемы показывает, что квадрат дисперсии потенциальной оценки разности частот при условии, что темновым и фоновым током фотоприемника можно пренебречь, определяется дробовыми шумами и равен

$$\sigma_{\Delta\nu}^2 = \frac{1}{NT} \left[\frac{\partial H(\nu)}{\partial \nu} \right]^{-2} \quad (4.1)$$

где N — число частиц, пролетающих измерительную область за единицу времени, T — время наблюдения, $H(\nu)$ — частотная характеристика интерферометра.

Приведем численный пример. Пусть концентрации частиц в потоке 10^9 см^{-3} , скорость 100 м/с, размер пучка 0,1 мм, время наблюдения 1 с; тогда число частиц, пролетающих через измерительный объем, будет 10^7 с^{-1} . При крутизне частотной характеристики интерферометра 10^{-8} Гц^{-1} , что примерно соответствует полной ширине 100 МГц, согласно (4.1) имеем $\sigma_{\Delta\nu} = 3 \cdot 10^4 \text{ Гц}$. Типичное значение доплеровского сдвига частоты для данной скорости составляет 30 МГц. Следовательно, потенциальная относительная ошибка измерения сдвига частоты будет 0,1%.

Приведем несколько практических схем ЛДА с интерферометром Фабри — Перо.

Дифференциальная схема ЛДА [23]. Луч одночастотного гелий-неонового лазера (рис. 5.30) проходит через объектив 1,

Рис. 5.29. Частотная характеристика интерферометра $H(\nu)$ и спектры рассеянного излучения $G_1(\nu)$ и $G_2(\nu)$.

Рис. 5.30. Схема ЛДА с интерферометром Фабри — Перо.

падает на расщепитель 2, на котором делится на два пучка, выходящие параллельно друг к другу. Далее эти пучки отражаются от зеркальных граней прямоугольной призмы 3 и направляются зеркалами 4 и 5 в точку 6 поверхности вращающегося диска 7, линейная скорость которой измеряется. Рассеянный пучок излучения выделяется диафрагмой 8 и анализируется интерферо-

метром Фабри — Перо 9. Кольца равного наклона, образующиеся за интерферометром, фотографируются на пленку фотоаппаратом 10 с телеобъективом. Плоский эталон Фабри — Перо 9 имеет толщину 100 мм и разрешающую способность $1,7 \cdot 10^7$.

Эксперимент проводился при линейных скоростях исследуемой точки диска 40, 60 и 80 м/с. Средняя квадратическая погрешность проведенных измерений составляла ± 5 м/с.

ЛДА для исследования сверхзвуковых газовых потоков [25]. Дифференциальная схема установки для изучения течений в аэродинамических трубах приведена на рис. 5.31. Она состоит

Рис. 5.31. Схема ЛДА для исследования сверхзвуковых потоков.

из одночастотного лазера, передающей оптической головки, оптико-механической системы сканирования точки измерения и фотоэлектрической схемы регистрации доплеровского сдвига частоты.

В качестве источника монохроматического излучения используется одночастотный гелий-неоновый лазер 1 с мощностью излучения 5 мВт и длиной волны $\lambda = 0,6328$ мкм. Кратковременная стабильность частоты излучения лазера равна 10^8 . Луч лазера поворотным зеркалом 2 направляется в передающую оптическую головку, где после прохождения линзы 3 светоделительным кубиком 4 делится на два одинаковых по мощности луча, которые модулируются диском 8. Затем лучи зеркалами 5 и 6 направляются в исследуемую точку O под углом 2α , пройдя через плоскопараллельную пластину 9. Зеркала могут синхронно поворачиваться механизмом 7. Элементы 3—9 смонтированы на одном массивном основании передающей оптической головки.

Приемная оптическая головка предназначена для собирания рассеянного на частицах, находящихся в потоке, лазерного излучения и выделения доплеровского сдвига частоты. Она состоит из плоскопараллельной пластины 10, объектива 11, диафрагмы 12, линзы 13, сканируемого интерферометра Фабри — Перо 14, объектива 15, в фокальной плоскости которого расположена диафрагма 16, и фотоэлектронного умножителя 17. Элементы 10—17 смонтированы на отдельном основании. Расстояние от прием-

ной до передающей оптики может меняться в пределах от 0,2 до 1,2 м.

Фотоэлектрическая схема регистрации доплеровского сдвига частоты включает в себя модулятор 8, интерферометр Фабри — Перо 14, фотоэлектронный умножитель 17, двухканальный узкополосный усилитель 18 и регистрирующий прибор 19. Модулятор представляет собой непрозрачный диск с двумя рядами отверстий, приводимый во вращение синхронным электродвигателем. Выбор частот модуляции лазерных лучей (459 Гц у одного и 1065 Гц у другого) определялся следующими соображениями: во-первых, возможностью надежного разделения частот по соответствующим каналам; во-вторых, тем, что при более низких частотах сильно сказываются шумы усилителя; в-третьих, большая величина частоты модуляции приводит к значительному усложнению конструкции модулятора.

В установке применяется изготовленный в лаборатории сканируемый интерферометр Фабри — Перо 14 с расстоянием между пластинами 75 мм. Как показал опыт длительной эксплуатации ЛДА, предназначенных для работы в тяжелых условиях промышленного эксперимента (при наличии сильных вибраций и акустических шумов), надежно и устойчиво работают интерферометры с фиксированным расстоянием между пластинами. Двухканальный усилитель 18 состоит из двух узкополосных избирательных усилителей, каждый из которых настроен на частоты модуляции лазерных лучей с коэффициентом усиления 10^3 и полосой пропускания 1,5% от частоты настройки.

Фотоэлектрическая схема регистрации при модуляции лазерных лучей и разделение выходных сигналов по каналам обеспечивают измерение доплеровского сдвига частоты, в несколько раз меньшего, чем определяемый по критерию Рэлея. Это возможно, так как при раздельной записи сигналов минимальный доплеровский сдвиг зависит только от шумов всей системы. Это позволило уменьшить нижний предел измеряемых скоростей до нескольких метров в секунду. Следует отметить, что нестабильность частоты излучения лазера хотя и влияет на нижний предел измерений, но существенно его не ограничивает, так как схема ЛДА выбрана дифференциальной.

Оптико-механическая система сканирования точки измерения состоит из плоскопараллельных пластин 9 и 10, поворачиваемых зеркал 5 и 6, объектива 11. Скапирование точки измерения в горизонтальной плоскости осуществляется синхронным поворотом зеркал, при котором изменяется угол сведения лучей. Зеркала поворачиваются рычагами длиной 125 мм, приводимыми в движение винтом 7 с шагом 1 мм. Механизм поворота позволяет фиксировать положение зеркал через $4'30''$, что соответствует изменению угла фокусирования лучей на $18'$. С таким шагом угол 2α изменяется в пределах от 10° до 70° . Чтобы не

расфокусировалась приемная оптическая головка, согласованно с поворотом зеркал перемещается объектив 11. При этом изображение точки пересечения лучей всегда совпадает с неподвижной диафрагмой 12. Таким образом, исследуемая точка может находиться в пределах ± 250 мм относительно выбранного начала координат, соответствующего среднему положению угла сведения лучей, что позволяет снимать профили скоростей в больших аэродинамических трубах.

Сканирование точки измерения в вертикальной плоскости осуществляется при помощи синхронного поворота плоскопараллельных пластин 9 и 10, находящихся в передающей и приемной частях соответственно. Величина смещения луча y в зависимости от толщины пластины d и угла ее наклона φ определяется выражением

$$y = d \sin(\varphi - \varphi') / \cos \varphi',$$

где φ' — угол преломления. При толщине пластины 30 мм, изготовленной из стекла К-8, поворот ее на угол $31'$ приводит к смещению лазерного луча с длиной волны 0,6328 мкм на 0,1 мм. Наклон пластин 9 и 10 производится синхронно в противоположных направлениях на одинаковый угол. С учетом этого при изменении положения точки измерения в пределах ± 15 мм изображение точки пересечения лучей всегда совпадает с диафрагмой 12. Увеличение пределов сканирования точки измерения в вертикальной плоскости может быть получено при использовании пластин большей толщины. Пластины 9 и 10 обладают астигматизмом, что, вообще говоря, приводит к изменению размеров области измерения. В описываемом устройстве на пластину 9 падают лазерные лучи, угол расхождения которых не превышает $3'$. Поэтому при изменении угла наклона пластины от 0 до 30° поперечный размер области измерения увеличивается в пределах от 0 до 5%, соответственно растет и ее продольный размер. Влияние астигматизма пластины 10 можно не учитывать, так как она обладает положительным, а стоящий за ней двухлинзовый объектив 11 — отрицательным астигматизмом. Такие схемы сканирования точки измерения в горизонтальной и вертикальной плоскостях достаточно просты и удобны, особенно когда невозможно перемещение объекта исследования относительно измерителя, либо измерителя в полном комплекте относительно объекта.

Принцип действия данной доплеровской системы можно пояснить следующим образом. В исследуемую точку потока падают два лазерных пучка. Частота рассеянного на имеющихся в потоке частицах излучения отличается от частоты падающего из-за эффекта Доплера, причем рассеянное излучение от одного пучка имеет большую частоту, чем у падающего, а от другого — меньшую. Применение сканируемого интерферометра Фабри —

Перо позволяет получить в плоскости диафрагмы 16 линейно изменяющуюся во времени интерференционную картину, состоящую из двух систем колец, соответствующих спектру рассеянного излучения от одного и другого лазерных пучков. Модуляция лазерных пучков с разными частотами дает возможность разделить сигналы с помощью двухканального узкополосного усилителя 18. Отклонения измерений скорости разработанным ЛДА от контрольных не превышает $\pm 1,5\%$ в диапазоне скоростей от 5 до 100 м/с.

Описанная установка предназначена для исследования газодинамических потоков в аэродинамических трубах. Турбулентные пульсации в потоке приводят к возникновению двух эффектов. Во-первых, локальная скорость потока, а вместе с ней и скорость светорассеивающих частиц, флуктуирует. Это дает дополнительное уширение спектра рассеянного излучения. Если частицы успевают следовать за всеми пульсациями потока, то по уширению можно определить степень его турбулентности. Во-вторых, турбулентные завихрения приводят к флуктуациям амплитуды, фазы и направления распространения лазерного пучка. Так как частоты указанных пульсаций существенно меньше доплеровского сдвига частоты, на ширине спектра это практически не сказывается. Однако происходит дополнительная шумовая модуляция тока фотоприемника и уширение области измерения, что накладывает предел на чувствительность и пространственную разрешающую способность данного метода. Точный анализ этих явлений возможен только при наличии информации о параметрах флуктуаций показателя преломления исследуемых потоков. Оценочный анализ, аналогичный анализу распространения лазерных пучков в атмосфере, показывает, что для гиперзвуковых потоков с размерами меньше 1 м в направлении распространения лазерных пучков влиянием турбулентных пульсаций на размеры области пересечения пучков можно пренебречь. Следует иметь в виду, что в пограничных областях имеется регулярный градиент показателя преломления, который может привести к смещению области измерения.

Разработанная установка использовалась для исследований потоков в аэродинамической трубе и продемонстрировала надежную и устойчивую работу при наличии акустических шумов с уровнем выше 120 дБ и сильных вибраций. Результаты измерений описаны в § VI.6.

§ 5. ЛДА с оптическими дискриминаторами доплеровского сдвига частоты

Выше обсуждались ЛДА, в которых выделение доплеровского сдвига частоты осуществляется либо методом оптического смешения, либо с помощью спектрометра, в качестве которого обыч-

но применяется интерферометр Фабри — Перо с плоскими (ИФП) или сферическими (ИФПС) зеркалами. ЛДА с оптическим смещением требуют применения широкополосных фотоприемников и сложных электронных процессоров, так как исследуемый доплеровский сигнал представляет собой случайную последовательность радиоимпульсов, модулированных по амплитуде и фазе. ЛДА со спектрометрическим выделением доплеровского сдвига частоты обладают малой полосой пропускания временных частот, что затрудняет исследование динамики быстрых процессов в реальном масштабе времени.

В [32] описано применение ИФП, действующего в режиме компарирования двух спектральных линий. При исследовании стационарных самосветящихся объектов (поток аргоновой плазмы) этот способ обеспечивает хорошую чувствительность и временное разрешение. Однако для реализации его необходима сложная электронная система исключения балансной ошибки.

Оптический процессор с когерентной обратной связью (ОП с КОС) обладает резонансной передаточной функцией и может работать в режиме частотного дискриминатора доплеровского сдвига частоты. Одной из простейших реализаций ОП с КОС является многолучевой интерферометр. Для идеального, согласованного с входным оптическим сигналом ИФПС интенсивность выходного оптического поля определяется формулой (IV.5.15). При малых расстройках эта формула описывает контур Лоренца. В малой окрестности склона этого контура зависимость интенсивности выходного пучка от частоты приближается к линейной. Квазилинейный участок на склоне контура пропускания ИФПС может быть выбран в качестве дискриминационной частотной характеристики [31—34].

Для работы ЛДА с оптическим дискриминатором доплеровского сдвига частоты необходима привязка рабочей точки ν_1 на дискриминационной характеристике к частоте лазерного излучения ν_0 . Привязка выполняется двумя способами [33]. Первый способ заключается во введении системы автоподстройки центральной частоты контура пропускания ИФПС к частоте сигнального оптического пучка, рассеянного движущимся объектом. Частота этого пучка имеет доплеровский сдвиг, пропорциональный скорости движения. На выходе оптического частотного дискриминатора измеряется мощность опорного пучка от стабилизированного по мощности одночастотного лазера. Для работы на линейном участке дискриминационной характеристики можно сместить частоту опорного пучка на необходимую величину $\nu_1 - \nu_0 = \nu_{10}$ с помощью, например, однополосного оптического частотного модулятора. Второй способ предполагает автоподстройку центральной частоты контура пропускания ИФПС к частоте опорного пучка. На выходе дискриминатора измеряется мощность сигнального пучка. Для компенсации модуляции этой мощ-

ности из-за случайного изменения рассеивающих свойств исследуемого объекта необходимо ввести дополнительное устройство, измеряющее отношение мощностей сигнального пучка на входе и выходе дискриминатора. Амплитуда сигнала на выходе линейно связана с доплеровским сдвигом частоты, пропорциональным

Рис. 5.32. Схема ЛДА с оптическим частотным дискриминатором и акусто-оптическим модулятором.

скорости движения объекта. Вывод на линейный участок дискриминационной характеристики может быть осуществлен, как и в первом способе, сдвигом временной или пространственной частот опорного пучка на известную величину.

На рис. 5.32 приведена схема ЛДА с оптическим частотным дискриминатором, в качестве которого применен конфокальный ИФНС [IV.20]. В этом устройстве линейно поляризованный луч одночастотного лазера 1 после прохождения полуволновой фазовой пластинки 2 попадает в акустооптический модулятор-рассеиватель 3, где возбуждена бегущая ультразвуковая волна с частотой $\Omega/2\pi = \nu_{10}$. Генератор 4 формирует электрический сигнал, управляющий акустооптической ячейкой 3. Частота пучка, дифрагированного в первый порядок на ультразвуковой волне, сдвинута относительно частоты пучка, дифрагированного в нулевой порядок, на величину ν_{10} . Первый порядок дифракции имеет интенсивность, много меньшую интенсивности нулевого порядка, и выполняет функции референтного пучка. Пластина 2 служит для ориентации плоскости поляризации лазерного излучения. Пучок, дифрагированный в нулевой порядок, объективом 5 фокусируется в исследуемую область движущегося объек-

та, в качестве которого на рисунке представлен гироскоп 6. Угловая скорость гироскопа контролируется тахогенератором 7. Излучение, рассеянное поверхностью гироскопа, собирается объективом 8 и через диафрагму 9 направляется в ИФПС 10, одно из зеркал которого закреплено на пьезокерамической шайбе 11. Частота пучка, рассеянного движущейся поверхностью гироскопа, имеет доплеровский сдвиг, пропорциональный скорости. Референтный пучок пространственно совмещается тонкой стеклянной пластинкой 12 с рассеянным и направляется в ИФПС. Объектив 13 служит для согласования референтного пучка с основной модой ИФПС. Поляризационные фильтры 14 и 15 ориентированы ортогонально. На выходе дискриминатора референтный и рассеянный пучки пространственно разделяются призмой Волластона 16 по ортогональным поляризациям и направляются на соответствующие фотоприемники 17 и 18 с диафрагмами 19 и 20. В данной схеме привязка дискриминационной характеристики к частоте излучения лазера осуществляется системой экстремального управления. Эта система содержит вспомогательный генератор 21, вырабатывающий электрический сигнал с частотой 10 кГц. Сигнал с генератора через RC-фильтр поступает на пьезокерамическую шайбу 11, которая модулирует длину ИФПС. Переменный сигнал с нагрузки фотоприемника 18 поступает на вход селективного усилителя 22, настроенного на частоту модуляции 10 кГц. Сигнал с выхода селективного усилителя подается на фазовый детектор 23, на другой вход которого через фазовращатель 24 поступает опорный сигнал с генератора 21. Величина и полярность выходного напряжения фазового детектора определяются отклонением резонансной частоты ИФПС от частоты сигнального рассеянного пучка. Выходной сигнал с фазового детектора через интегратор 25, усилитель 26 поступает на пьезокерамическую шайбу 11 и является сигналом коррекции.

Остановимся на формировании сигнала ошибки в этой системе. Пусть резонансная частота контура Лоренца [IV.5.15] модулируется по закону $\nu_0(1 + \gamma \cos \Omega_m t)$, где $\gamma \ll 1$. Разлагая (IV.5.15) в ряд по расстройке $\Delta = \nu - \nu_0$ с точностью до величин второго порядка малости, получаем

$$i(t) = i \left(1 - 8\gamma m^2 F_K^2 \frac{\Delta \nu}{\nu} \cos \Omega_m t - 2m^2 \gamma^2 F_K^2 \cos 2\Omega_m t \right). \quad (5.1)$$

Из (5.1) видно, что амплитуда составляющей сигнала на выходе ИФПС, изменяющаяся с частотой Ω_m , пропорциональна расстройке. Эта составляющая является сигналом ошибки в системе автоподстройки. Пьезокерамическая шайба в соответствии с сигналом коррекции изменяет длину ИФПС, осуществляя подстройку резонансной частоты ИФПС к частоте сигнального рассеянного пучка. Ток в нагрузке фотоприемника 17, пропорциональный интенсивности опорного пучка, прошедшего через ИФПС,

описывается формулой

$$i = i_p(1 + S\nu_D), \quad (5.2)$$

где S — крутизна линейного участка дискриминационной характеристики (IV.5.17) в окрестности частоты опорного пучка ν , $\nu_D = \nu_s - \nu$ — доплеровский сдвиг частоты в рассеянном пучке.

Рис. 5.33. Сигнал с выхода частотного дискриминатора (а) и тахогенератора (б); 1 клетка по вертикали — 1,1 МГц.

Выход в рабочую точку на дискриминационной характеристике осуществляется выбором частоты Ω . Из (5.2) получим для доплеровского сдвига частоты

$$\nu_D = (i - i_p)/Si_p.$$

Напряжение с выхода фотоприемника 17 поступает на вход самописца 27, двухлучевого осциллографа 29 и цифрового вольтметра 28. Для сравнения на другой вход двухканального самописца и осциллографа поступает сигнал с тахогенератора 7, пропорциональный угловой скорости вращения диска.

На рис. 5.33 приведены сигналы с выхода оптического частотного дискриминатора (а) и, для сравнения, с выхода тахогенератора (б). Фотография сделана с экрана двухлучевого осциллографа и иллюстрирует возможность получения информации о девиации скорости движения объекта в реальном масштабе вре-

мени. Применялся конфокальный ИФПС с радиусом кривизны зеркал 200 мм и остротой 40.

В [33] описан ЛДА с оптическим частотным дискриминатором, в котором выход на рабочий участок дискриминационной кривой осуществляется пространственно-частотным смещением

Рис. 5.34. Схема ЛДА с оптическим частотным дискриминатором.

оптического сигнала. В этом устройстве (рис. 5.34) линейно поляризованный луч одночастотного лазера 1 после прохождения полуволновой пластинки 2 призмой Волластона 3 делится на два ортогонально поляризованных пучка. Один из расщепленных пучков является опорным и имеет интенсивность, много меньшую интенсивности другого пучка. Полуволновая пластинка 2 служит для задания необходимого соотношения интенсивностей расщепленных призмой Волластона лучей. Мощный пучок после призмы Волластона зеркалом 4 и объективом 5 направляется в исследуемую область движущегося объекта, скорость которого необходимо определить. Таким объектом служит, например, вращающийся рассеивающий диск 6. Угловая скорость вращения диска контролируется тахометром 7. Рассеянное в исследуемой малой области поверхности вращающегося диска оптическое излучение объективом 8 и диафрагмой 9 направляется в конфокальный ИФПС 10, одно из зеркал которого закреплено на пьезокерамической шайбе 11. Частота рассеянного сигнального пучка имеет доплеровский сдвиг, пропорциональный линейной скорости движения диска в области пересечения с падающим пучком. Опорный пучок зеркалом 12 и тонкой плоскопараллельной стеклянной пластинкой 13 пространственно совмещается с рассеянным пучком и также направляется в ИФПС. Выходящие из дискриминатора 10 опорный и сигнальный рассеянные пучки пространственно разделяются призмой Волластона 3 по ортогональным поляризациям и направляются на соответствующие фотоприемники 15 и 17 с диафрагмами 14 и 16. Если интенсивности рассеянного и опорного пучков одного порядка, между объективом 8 и рекомбинационной пластинкой 13 помещают поляризационный фильтр. Выход на рабочий участок дискримина-

ционной кривой выполняется наклоном пластинки 13 либо выбором пространственного положения апертурной диафрагмы 14. Сигнал с фотоприемника 15 поступает на цифровой вольтметр 21, двухлучевой осциллограф 19 и самописец 20.

Привязка к частоте лазерного излучения осуществляется блоком экстремальной автоподстройки 18, аналогичным показанному на рис. 5.32. Рассмотрим возможность автоматической привязки рабочей точки к линейному участку дискриминационной характеристики. Продифференцируем контур пропускания дискриминатора, выполненного, например, в виде интерферометра Фабри — Перо, по временным или пространственным частотам. Экстремум производной первого порядка будет совпадать по частоте с точкой перегиба на склоне исходного контура. На вход дискриминатора поступают пространственно-совмещенные сигнальный и опорный пучки. При нулевой скорости движения рассеивающей среды частоты информационного и опорного пучков совпадают. В этом случае привязка частоты одного из пучков к локальному экстремуму первой производной контура пропускания дискриминатора с необходимостью обеспечивает совпадение частоты другого пучка с абсциссой точки перегиба на склоне исходного контура. Точка перегиба находится на линейном участке склона контура пропускания. Разлагая в ряд контур пропускания дискриминатора по расстройке Δ , в окрестности точки перегиба ν_1 получаем

$$I = I(\nu_1) + I'(\nu_1) \nu_1 m \cos \Omega_m t + (1/4) \Delta I'''(\nu_1) \nu_1^2 m \cos 2\Omega_m t.$$

Отсюда следует, что сигналом ошибки в системе автоподстройки рабочей точки к точке перегиба на склоне контура может служить составляющая интенсивности выходного пучка, изменяющаяся с частотой $2\Omega_m$. Амплитуда этой составляющей пропорциональна величине расстройки Δ , а фаза указывает на знак отклонения. Технически привязка экстремума первой производной контура пропускания к частоте лазерного пучка (сигнального или опорного) может быть выполнена с применением обычной системы экстремального управления, в которой частота выделяемого сигнала ошибки равна $2\Omega_m$, где Ω_m — частота подмодуляции. При работе на высших четных гармониках точность автоподстройки повышается при допустимых уровнях шума в сигнале.

Устройство с автоматической привязкой дискриминационной характеристики к частоте излучения лазера может быть выполнено по схеме, аналогичной приведенной на рис. 5.32. Отличие заключается во введении дополнительного блока деления частоты в систему экстремального управления. Делитель уменьшает вдвое частоту модулирующего сигнала, поступающего с выхода генератора 21 на пьезокерамическую шайбу 11. Резонансный усилитель 22 настроен на вторую гармонику модулирующего сигнала [35].

Описанные выше ЛДА с оптическими дискриминаторами работают с применением систем автоподстройки частоты (АПЧ), представляющих собой достаточно сложные электронные устройства. В [36] сообщается об измерителе скорости, в котором формирование зондирующего оптического сигнала выполняется сканирующим оптическим частотным дискриминатором, одновременно выполняющим и демодуляцию рассеянного светового пучка. Измеритель, работающий по такому принципу, не нуждается в системах АПЧ. В качестве оптического частотного дискриминатора применен конфокальный ИФПС.

Получение информации о поле скорости часто представляет большую ценность, чем локальные измерения. Это можно осуществлять в многоканальных ЛДА, где выборка результатов измерения делается по пространственно-разнесенным точкам, число которых определяется числом измерительных каналов. Некоторые примеры многоканальных ЛДА приведены в следующем параграфе. Если не требуется выполнять измерения в темпе с экспериментом, применяют многократное экспонирование исследуемого сечения потока на фотоносителе с последующим анализом пространственно-частотного спектра [37] или расчетом фотографированных треков рассеивающих частиц [38].

Рассмотрим возможность реализации способа измерений, позволяющего получать изображение исследуемой области таким, что интенсивность оптического сигнала в каждой точке изображения являлась бы известной функцией локальной скорости.

Воспользуемся частотными свойствами оптических процессоров с когерентной обратной связью (ОП с КОС). Как показано в § IV.5, интенсивность оптического сигнала в выходной плоскости ОП с КОС зависит от пространственного распределения частоты во входной плоскости. Если изменение частоты входного сигнала обусловлено доплеровским сдвигом частоты при рассеянии на движущихся примесных частицах, то распределение интенсивности в выходной плоскости соответствует полю скорости в исследуемом сечении потока. При работе на линейном участке дискриминационной кривой интенсивность оптического сигнала в каждой точке изображения является известной линейной функцией локальной скорости. В [39] приведено описание измерителя локальной скорости с квазилинейным оптическим частотным дискриминатором доплеровского сдвига частоты. Визуализация быстрых изменений поля скорости требует введения в поток калиброванных примесных частиц одинакового размера и рассеивающей способности. Поле средних скоростей с достаточно большим временем экспозиции можно визуализировать на естественных примесных частицах в потоке. Размеры рассеивателей должны быть такие, чтобы движение частицы с необходимой точностью соответствовало локальному движению среды в потоке.

На рис. 5.35, а показана схема измерения поля скорости в потоке жидкости с применением ОП и КОС на основе полуконфокального интерферометра [39, IV.24]. Обозначения плоскостей $x_0 - x_3$ соответствуют рис. 4.18. Измерения проводились на вертикальном гидродинамическом канале. Геометрия исследуемой

Рис. 5.35. Схема визуализации поля скорости. 1 — лазер, 2 — гидродинамический канал, 3 — оптический процессор, 4 — фотоприемник в канале автоподстройки частоты 5.

Рис. 5.36. Изображение поля скорости потока в области, освещенной лазерным пучком.

области представлена на рис. 5.35, 6. Изучалось поле скорости в течении воды за уступом. На рис. 5.36 показано изображение исследуемого сечения в этом случае на выходе измерительного устройства в плоскости xzy . Распределение освещенности в изображении сечения потока соответствует распределению скорости по сечению. Виден перепад скорости в зоне за уступом, соответствующий величине $\sim 1,5$ м/с (разность доплеровских сдвигов частоты 3 МГц). Длина пути луча в канале 12 мм. Параметры полуконфокального интерферометра: $L = 1$ м, диаметр зеркал 30 мм, коэффициент отражения сферического зеркала $r_1^2 = 0,9$, коэффициент отражения плоского зеркала $r_2^2 = 0,98$, $\lambda = 0,63$ мкм, мощность лазера 13 мВт в основной моде. Дисперсионный интервал полуконфокального интерферометра выбирается кратным частотному интервалу между продольными модами излучения лазера. В качестве дискриминационной кривой использован склон резонансной передаточной функции интерферометра. Время экспозиции составляло одну минуту.

§ 6. Многоканальные ЛДА

Для многих исследований в аэрогидродинамике необходимо измерение локальных значений мгновенной скорости в нескольких точках пространства, например, при исследовании пространственных корреляций скорости турбулентного потока или изучения нестационарных явлений. Такие измерения возможно провести при помощи многоканальных ЛДА.

В лазерном доплеровском анемометре, описанном в [40], луч лазера расщепляется на необходимое число каналов при помощи наклонной пластины. Далее пучки проходят дифракционную решетку и образуют зондирующие пары пучков. Для выделения доплеровского сигнала в каждом канале используется совокупность фотоприемников. Существенным недостатком данной схемы является ее малая светосила, что приводит к необходимости использования дорогостоящих мощных лазеров. Рассмотрим несколько схем многоканальных ЛДА [41], которые обладают значительно большей светосилой.

Многоканальные ЛДА на встречных пучках. Описанный в § 1 ЛДА на встречных пучках [II.51] может быть легко превращен в многоканальный путем использования матрицы фотоприемников в приемном блоке. Такая схема ЛДА является, по-видимому, наиболее оптимальной с точки зрения полного использования мощности лазерного излучения. Как известно, в этой схеме вдоль линии перекрытия встречных пучков образуется интерференционное поле, малые участки которого можно выделить при помощи диафрагм, установленных в плоскости изображения приемного объектива. Структурная схема многоканального ЛДА на встречных пучках показана на рис. 5.37. В установке для

расщепления лазерного пучка и сдвига частоты зондирующих пучков используется ультразвуковой модулятор 1, работающий в режиме дифракции Рамана — Ната. Рассеянное излучение собирается объективом 2 и направляется на матрицу фотоприемника 3, перед каждым элементом которого установлена диафрагма, определяющая пространственное разрешение. Для получения максимального пространственного разрешения наблюдение

Рис. 5.37. Схема многоканального ЛДА на встречных пучках.

рассеянного излучения целесообразно вести в направлении, перпендикулярном оси зондирующих пучков и их плоскости поляризации. Так как период интерференционного поля в этой схеме равен $\Lambda = \lambda_m/2$, где λ_m — длина волны в исследуемой среде, то размер частиц должен быть достаточно малый, примерно 0,2 мкм. В качестве таких частиц могут использоваться различные золи или частицы дыма.

На рис. 5.38 показан другой вариант схемы многоканального ЛДА на встречных пучках, в которой интерференционное поле образуется путем наложения прямого и отраженного пучков. Оптическая система, состоящая из двух фокусирующих линз 2, 4 и зеркала 5, обеспечивает согласование размеров и местоположения перетяжек прямого и отраженного пуч-

Рис. 5.38. Схема многоканального ЛДА с возвращением зондирующего пучка: 1 — лазер, 2, 4, 6 — линзы, 3 — поток, 5 — зеркало, 7 — фотоприемник.

ков. Особенностью данной схемы по сравнению со схемой, показанной на рис. 5.37, является наличие конечной разности хода интерферирующих пучков, что требует использования лазеров с хорошей временной когерентностью. Однако так как функция $|\gamma(\tau)|$ для одномодового лазера является периодической (§ 1.1), то снизить требование к временной когерентности лазера можно,

если выбрать расстояние от перетяжки до зеркала равным длине резонатора.

Многоканальные ЛДА последовательного типа. Одним из путей повышения светосилы многоканального ЛДА является многократное использование одних и тех же зондирующих пучков,

Рис. 5.39. Схема многоканального ЛДА последовательного типа.

прошедших исследуемый поток. Это возможно, когда зондирующие пучки претерпевают незначительное ослабление, например, при исследовании однофазных потоков, в которые вводятся частицы малой концентрации. Как показывает опыт, основные потери излучения происходят за счет френелевского отражения на оптических поверхностях элементов ЛДА, поэтому применение просветляющих покрытий позволяет существенно снизить ослабление зондирующих пучков.

На рис. 5.39 показана структурная схема многоканального ЛДА последовательного типа. В этой схеме используется n идентичных измерительных каналов, которые связаны между собой последовательной оптической связью, например, при помощи зеркал. В схеме пучок лазера 1 разделяется на два зондирующих пучка при помощи делителя 2 и линзой 3 фокусируется в исследуемую точку потока. Рассеянное излучение собирается линзами 4 и 5 и направляется на фотоприемник 6. Прошедшие через исследуемый поток зондирующие пучки зеркалами направляются в другой измерительный канал, идентичный первому. Из второго канала пучки поступают в третий и т. д. Каналы измерения могут быть расположены в пространстве произвольным образом, что позволяет проводить измерение различных составляющих проекций вектора скорости в произвольных точках исследуемого потока.

Многоканальные ЛДА параллельного типа. Описанные выше схемы многоканальных ЛДА хотя и являются светосильными, однако довольно сложны в юстировке. Более простыми в этом отношении являются схемы многоканальных ЛДА параллельного типа. На рис. 5.40 показана структурная схема такого ЛДА. Для

Рис. 5.40. Схема многоканального ЛДА с ультразвуковым модулятором.

расщепления лазерного пучка в ней используется двухкоординатный ультразвуковой модулятор 2, который по вертикальной оси создает три пучка, а по горизонтальной — число пучков соответствует числу измерительных каналов. В вертикальной плоскости используются только пучки ± 1 дифракционного порядка, а пучки нулевого порядка диафрагмируются. Путем подбора соответствующей формы напряжения питания модулятора по горизонтальной оси [41] можно получить почти равномерное распределение мощности лазерного излучения по зондирующим пучкам. Для увеличения угла расходимости пучков после модулятора используется телескопическая система 3. Фокусировка зондирующих пучков в исследуемый поток осуществляется матрицей линз 4, число которых равно числу измерительных каналов. Рассеянное излучение собирается объективом 5 и направляется на матрицу фотоприемников 6, выходы которых подсоединены к измерительному блоку 7.

На рис. 5.41 [42] показана простая схема многоканального ЛДА, отличающаяся минимальным числом оптических элементов и легкостью в юстировке. Режим работы схемы — дифференциальный. Луч лазера 1 расщепителем 2 преобразуется в два компланарных параллельных пучка. Цилиндрический объектив 3 формирует в исследуемой области потока интерференционное зондирующее поле, пространственно-ограниченное трехосным эллип-

если выбрать расстояние от перетяжки до зеркала равным длине резонатора.

Многоканальные ЛДА последовательного типа. Одним из путей повышения светосилы многоканального ЛДА является многократное использование одних и тех же зондирующих пучков,

Рис. 5.39. Схема многоканального ЛДА последовательного типа.

прошедших исследуемый поток. Это возможно, когда зондирующие пучки претерпевают незначительное ослабление, например, при исследовании однофазных потоков, в которые вводятся частицы малой концентрации. Как показывает опыт, основные потери излучения происходят за счет френелевского отражения на оптических поверхностях элементов ЛДА, поэтому применение просветляющих покрытий позволяет существенно снизить ослабление зондирующих пучков.

На рис. 5.39 показана структурная схема многоканального ЛДА последовательного типа. В этой схеме используется n идентичных измерительных каналов, которые связаны между собой последовательной оптической связью, например, при помощи зеркал. В схеме пучок лазера 1 разделяется на два зондирующих пучка при помощи делителя 2 и линзой 3 фокусируется в исследуемую точку потока. Рассеянное излучение собирается линзами 4 и 5 и направляется на фотоприемник 6. Прошедшие через исследуемый поток зондирующие пучки зеркалами направляются в другой измерительный канал, идентичный первому. Из второго канала пучки поступают в третий и т. д. Каналы измерения могут быть расположены в пространстве произвольным образом, что позволяет проводить измерение различных составляющих проекций вектора скорости в произвольных точках исследуемого потока.

Многоканальные ЛДА параллельного типа. Описанные выше схемы многоканальных ЛДА хотя и являются светосильными, однако довольно сложны в юстировке. Более простыми в этом отношении являются схемы многоканальных ЛДА параллельного типа. На рис. 5.40 показана структурная схема такого ЛДА. Для

Рис. 5.40. Схема многоканального ЛДА с ультразвуковым модулятором.

расщепления лазерного пучка в ней используется двухкоординатный ультразвуковой модулятор 2, который по вертикальной оси создает три пучка, а по горизонтальной — число пучков соответствует числу измерительных каналов. В вертикальной плоскости используются только пучки ± 1 дифракционного порядка, а пучки нулевого порядка диафрагмируются. Путем подбора соответствующей формы напряжения питания модулятора по горизонтальной оси [41] можно получить почти равномерное распределение мощности лазерного излучения по зондирующим пучкам. Для увеличения угла расходимости пучков после модулятора используется телескопическая система 3. Фокусировка зондирующих пучков в исследуемый поток осуществляется матрицей линз 4, число которых равно числу измерительных каналов. Рассеянное излучение собирается объективом 5 и направляется на матрицу фотоприемников 6, выходы которых подсоединены к измерительному блоку 7.

На рис. 5.41 [42] показана простая схема многоканального ЛДА, отличающаяся минимальным числом оптических элементов и легкостью в юстировке. Режим работы схемы — дифференциальный. Луч лазера 1 расщепителем 2 преобразуется в два компланарных параллельных пучка. Цилиндрический объектив 3 формирует в исследуемой области потока интерференционное зондирующее поле, пространственно-ограниченное трехосным эллип-

сойдом с заданным размером и ориентацией осей. Приемный оптический блок, состоящий из последовательно расположенных объектива 5, экрана с диафрагмой 6, объектива 7 и цилиндрической линзы 8, представляет собой микроскоп, формирующий

Рис. 5.41. Схема многоканального ЛДА с широким зондирующим пучком.

в рассеянном свете изображение интерференционного поля с необходимым увеличением на матрице фотодиодов 10. В исследуемой области 4 зондирующий объем разбивается на пространственно-разнесенные зоны, число которых равно числу каналов фотоприемного устройства 10. Проекция полевых диафрагм 9 в рассеивающий объем определяет пространственное разрешение устройства, соответствующее в каждом канале области с характерными размерами $0,01 \times 0,1 \times 1,0 \text{ мм}^3$. Расстояние между точками, соответствующими центрам зондируемых объемов соседних каналов, может меняться в пределах от 0,04 до 3 мм. Выходные сигналы с каждого фотодиода поступают через фильтры 11 на усилители 12 либо на процессоры 13 и далее записываются на многоканальный магнитофон 14. Пространственное разрешение в каждом канале ограничивается мощностью излучения лазера и чувствительностью фотодиодов, а количество точек регистрации мгновенного профиля скорости — соответствующим числом каналов магнитофона.

Для обработки доплеровского сигнала в многоканальных схемах ЛДА можно использовать акустооптические спектроанализаторы [43, 44].

ПРИМЕНЕНИЕ ЛДА

§ 1. Применение ЛДА в гидродинамическом эксперименте

Сфера приложения методов лазерной доплеровской анемометрии весьма обширна, и полностью охватить ее в данной монографии не представляется возможным. Поэтому ограничимся такими примерами из экспериментальной практики, где специфические достоинства ЛДА — отсутствие возмущений исследуемой среды и высокое пространственное разрешение — позволяют достичь результатов, получение которых другими традиционными методами оказывается либо невозможным, либо сопряженным с большими сложностями в обработке и интерпретации результатов. При описании применений ЛДА основное внимание будет уделено методическим вопросам и демонстрации тех новых гидродинамических явлений, которые удалось обнаружить.

Исследование вихревых течений в элементах струйной автоматики [1—4, V.1]. Лазерные анемометры имеют преимущества перед зондовыми приборами при исследовании малых по геометрическим размерам потоков, когда размеры канала меняются от долей до десятков мм. Кроме того, в элементах струйной автоматики используются такие гидродинамические эффекты, как отрыв пограничного слоя или турбулизация ламинарной струи, чувствительные даже к весьма малым возмущениям потока.

В качестве примера на рис. 6.1 приведены результаты измерения тангенциальных скоростей в плоском вихревом элементе струйной автоматики [V.1]. В экспериментах использовался ЛДА, описанный в § V.1 (рис. 5.1). В вихревую камеру с указанного элемента поток воды поступает из сопловой камеры *a* через тангенциальное сопло *b*. Закрученный в камере поток выходит через центральное отверстие *d*. Исследовалась камера, выполненная из оргстекла и имевшая следующие параметры: диаметр вихревой камеры $D = 60$ мм, диаметр выходного отверстия $d = 8$ мм и высота $H = 18$ мм. Распределение тангенциальных скоростей v_φ в камерах вихревых элементов описывается степенным законом вида

$$v_\varphi = v_{\varphi R} (R/r)^m,$$

где $v_{\varphi R}$ — тангенциальная скорость вблизи цилиндрической стенки, которая принимается равной скорости на срезе сопла, R — ра-

днус камеры, m — показатель, зависящий от режима течения жидкости в камере, а также от ее геометрических размеров.

В опытах было установлено, что для исследованных вихревых элементов $m = 0,75$. На рис. 6.1 показаны кривые распределения скоростей в м/с, построенные по вышеприведенной формуле для $m = 1$ (кривая 1), а также опытные точки, кривая 2 соответствует степенному закону с $m = 0,75$.

Рис. 6.1. Распределение скоростей в вихревой камере.

В дальнейшем доплеровский метод был использован для более детального изучения течений в вихревых элементах струйной автоматики [2—4] и гидроциклонах [5, 6], что позволило уточнить законы движения жидкости в закрученных потоках.

В [4] ЛДА использовался для исследования струйного бистабильного элемента, принцип действия которого основан на эффекте Коанда (притяжение струи жидкости к твердой стенке). Такие элементы применяются для построения струйных миниатюрных приборов, выполняющих логические операции в системах автоматического управления, а также как исполнительные органы для переключения мощных потоков жидкости и газа. В последнем случае они называются бистабильными переключающими клапанами. На рис. 6.2 представлены результаты измерения распределения продольных скоростей в таком элементе, полученные с помощью ЛДА, описанного в § V.1 (рис. 5.1). Параметры элемента: ширина сопла питания — 5 мм, высота рабочей камеры — 16,4 мм, размеры выступов рабочей камеры — 5 мм, угол наклона образующих рабочей камеры — 12° , число Рейнольдса $Re = 4 \cdot 10^3$ ($Re = vl/\nu$, v — скорость, ν — кинематическая вязкость жидкости, l — характерный размер канала).

Из рисунка видно, что струя притягивается к нижней стенке, причем в верхней части возникают возвратные течения. В нижней части также имеется замкнутая циркуляционная зона, где течение жидкости — обратное основному потоку. Исследование течений позволило установить оптимальные размеры канала для получения высокого коэффициента восстановления давления и низкого относительного расхода жидкости на управление, необходимое для переключения струи.

Следует отметить, что струйные элементы имеют малые габариты, поэтому просто решается задача сканирования точки

Рис. 6.2. Распределение скоростей в бистабильном элементе.

измерения путем размещения элемента на координатном измерительном столе.

Исследование отрывных течений [7, 1.62]. Движение вязкой жидкости в траншее прямоугольного сечения относится к широкому классу устойчивых отрывных течений. Экспериментальных данных по течениям в траншеях крайне мало. Имеющаяся информация получена, в основном, путем визуализации, так как применение традиционных контактных методов измерений нарушает структуру потока. В [7] впервые были поставлены эксперименты по изучению течения в прямоугольной траншее с применением ЛДА. Исследовалось пространственное распределение продольной и поперечной составляющих вектора средней скорости в траншее с размерами: $H = 40$ мм, $L = 40$ мм, $B = 100$ мм, расположенной на расстоянии 1500 мм от начала плоского участка канала. Размеры канала: $B = 100$ мм, $h = 10$ мм. Траншея образована на нижней стенке плоского участка. Исследования проводились в ламинарном ($Re = 1500$) и турбулентном ($Re = 15000$) режимах. Значения чисел Рейнольдса соответствуют сечению в канале, выбранному на расстоянии 10 мм от траншеи вверх по потоку. Геометрия траншеи представлена на рис. 6.3. Здесь же показаны положения световых пучков при измерении продольной и поперечной компонент скорости.

В § V.1 приведены описания и оптическая схема (рис. 5.5) ЛДА, с помощью которого выполнялись измерения. Размеры зондирующего светового поля на уровне интенсивности e^{-1} состав-

ляли $0,1 \times 0,1 \times 0,8$ мм³. Минимальное расстояние от стенки траншеи, на котором производился отсчет значения скорости, равнялось 1 мм. Обработка сигнала осуществлялась электронным процессором счетноимпульсного типа с параллельной фильтрацией [V.3]. Время усреднения выбиралось в пределах 2–5 с. Среднеквадратичная случайная погрешность измерения не превышала

Рис. 6.3. Ориентация лазерных пучков при измерениях в траншее.

0,15% в центре канала, а у стенки — 0,3% при $Re = 1500$; для режима с числом Рейнольдса $Re = 15000$ — 0,2% в центре и 0,3% у стенки. Возрастание дисперсии у стенки объясняется пристенным градиентом скорости. Систематическая ошибка измерений, возникающая из-за неточности согласования геометрии траншеи и геометрии световых пучков, не превосходила 1%. При значении $Re = 1500$ в траншее имеются зоны с очень малыми величинами средней скорости ($v \sim 1$ мм/с),

выходящими за нижний предел полосы пропускания процессора. Измерение скорости в этом случае производилось с помощью коррелятора по периоду автокорреляционной функции сигнала. Были получены пространственные распределения вектора средней скорости и его ортогональных компонент в ламинарном и турбулентном режимах. Примеры таких распределений показаны на рис. 6.4 и 6.5. Проведенные исследования позволили уточнить характер течения в траншее и изучить аномальные явления.

В [1.62] приведены результаты исследования пульсаций скорости в следе за цилиндром (дорожка Кармана) при различных режимах набегающего потока, полученные с применением ЛДА, выполненного по компенсационной дифференциальной схеме (рис. 2.6) с электронным процессором счетноимпульсного типа и коррелятором на выходе. Определены автокорреляционные функции флуктуаций скорости.

В [8] рассмотрены результаты экспериментального исследования модели электрической ванны для производства алюминия. Измерения проводились с применением прототипа лазерного анемометра ЛАДО-1 (§ V.2). Получено двумерное векторное поле средних скоростей и определена оптимальная скорость нормального к поверхности анода потока. Результаты измерений были использованы для повышения эффективности работы алюминиевого электролизера.

Исследование перехода к турбулентности в течении Куэтта. Примером больших возможностей ЛДА в сочетании с автоматизацией эксперимента может служить работа по изучению перехода к турбулентности в течении Куэтта [9, 10]. Для измерений использовался прототип прибора ЛАДО-1 (§ V.2). Оптическая

Рис. 6.4. Распределение скоростей в траншее при ламинарном режиме ($Re=1500$).

часть прибора, установленная на координатно-измерительном столе, позволяла получать информацию о пространственном распределении скорости.

Экспериментальная установка (рис. 6.6) состояла из гидродинамического стенда с прецизионным приводом, ЛДА и автоматизированной системы сбора и обработки информации. Гидродинамический стенд содержал два соосных металлических цилиндра высотой 300 мм. Диаметр внутреннего цилиндра равнялся $2R_1 = 35$ мм, зазор между цилиндрами составлял 10 мм. Биения внутреннего цилиндра не превышали 5 мкм. В качестве рабочей жидкости использовалась вода. Для изменения вязкости в некоторых экспериментах добавлялся глицерин. Температура и стабильность вращения внутреннего цилиндра поддерживались с вы-

сокой точностью. Период вращения менялся с шагом 10^{-4} с в диапазоне от 100 мс до 10 с. Оперативное управление экспериментом и обработка информации выполнялись ЭВМ. Оптический датчик ЛДА содержит лазер 1, двухканальный акустооптический

Рис. 6.5. Распределение скоростей в траншее при турбулентном режиме ($Re = 15\,000$).

модулятор-расщепитель 2, двухканальный фотоприемник 3. Синтезатор частот 4 служит для формирования модулирующих сигналов, поступающих в ячейку 2, и гетеродинного сигнала, подаваемого на смеситель 5 в электронном процессоре счетноимпульсного типа. Смеситель осуществляет перенос спектра доплеровского сигнала в каждом из каналов в частотную область, удобную для обработки. С выхода смесителя сигнал через перестраиваемый фильтр 6 поступает на формирователь 7. Здесь сигнал клипируется и превращается в пули счетных импульсов, частота которых есть известная линейная функция доплеровского сдвига частоты, и строб-импульсы, длительность которых равна длительности соответствующих дугам счетных импульсов. С выхода формирователя 7 сигналы поступают в крейт 10 и далее в память ЭВМ 11, где накапливается массив отсчетов частоты счетных импульсов, пропорциональной измеряемой скорости. Результаты вы-

числения статистических характеристик исследуемого процесса выводятся на графопостроитель 12 и цифропечать. Оперативный отсчет результатов измерений выполняется по индикатору средней скорости 8. С выхода частотного демодулятора 9 снимается

Рис. 6.6. Схема экспериментальной установки для изучения течения Куэтта.

аналоговый сигнал, пропорциональный измеряемой скорости в заданной полосе частот. Стабильность оборотов двигателя 13 обеспечивалась системой авторегулирования 14.

Сопряжение ЭВМ и эксперимента осуществлялось через машинно-независимую магистраль в стандарте КАМАК [11]. Стандарт КАМАК регламентирует механическую конструкцию модулей, разъемов, номиналов питающих напряжений и способ организации обмена информацией между модулями и контроллером ЭВМ. В этом стандарте разработаны и выпускаются разнообразные измерительные и управляющие модули (аналого-цифровые и цифроаналоговые преобразователи — АЦП и ЦАП, таймеры, счетчики регистра и т. д.), что облегчает организацию автоматизированного эксперимента. Управление модулями осуществляется от ЭВМ через крейт-контроллер, подключенный к ее мультиплексному каналу. Это позволяет получать информацию от нескольких измерительных комплексов и выдавать результаты обработки на устройства отображения. Математическое обеспечение эффективной работы экспериментального комплекса определялось созданием пакета прикладных программ сбора, обработки и отображения информации. Программа обработки информации содержала подпрограммы быстрого преобразования Фурье (БПФ), вычисления спектра мощности, корреляционных функций и т. д. Выбор алгоритма обработки и задание режима эксперимента производились экспериментатором через дисплей «Видеотон 340».

Изучался процесс перехода от ламинарного течения Куэтта к вихревому и развитие стохастичности. В эксперименте измерялась азимутальная проекция скорости. На рис. 6.7 показана экс-

периментально полученная зависимость амплитуды первой пространственной гармоники азимутальной компоненты скорости жидкости от Re , рассчитанного по скорости вращения внутреннего цилиндра. Верхняя ветвь кривой отвечает изменению в точке максимума эпюры, нижняя — в точке минимума. Для этого случая выполняется предсказанная

Рис. 6.7. Зависимость первой пространственной гармоники азимутальной компоненты скорости жидкости от числа Re .

Л. Д. Ландау зависимость $\Delta v_{\varphi} \sim (\Omega - \Omega_0)^{1/2}$, где Ω_0 — угловая скорость вращения цилиндра, соответствующая критическому числу Рейнольдса, при котором возникает неустойчивость движения жидкости.

Экспериментальное исследование перехода течения от детерминированного к стохастическому показало, что этот переход происходит после возбуждения относительно низкого числа колебаний, которым соответствуют узкие пики в спектре мощности. Реальному гидродинамическому течению была сопоставлена феноменологическая модель, описываемая системой нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка. Получено хорошее качественное соответствие [9].

Исследование ламинарно-турбулентного перехода в трубе [12].

Применялся многоканальный лазерный анемометр, описание которого приведено в § V.6, а схема показана на рис. 5.41. Изучение характеристик ламинарно-турбулентного перехода проводилось в вертикальной трубе прямоугольного сечения 10×40 мм². Лазерным анемометром одновременно измерялась скорость в четырех пространственно-разнесенных точках потока, расположенных по нормали к широкой стенке трубы. Выходные сигналы с матрицы фотодиодов после фильтрации и усиления записывались на многоканальном магнитофоне. Далее воспроизводимые с магнитофона сигналы обрабатывались электронным процессором следящего типа и снова записывались на свободные дорожки магнитофона без нарушения синхронности. Таким образом на магнитофоне получалась запись аналоговых напряжений, пропорциональных скорости в каждом из четырех измерительных каналов. Дальнейшая обработка сигналов выполнялась на специализированной ЭВМ.

На рис. 6.8 изображены профили средней скорости для различных режимов течения в трубе вдоль высоты канала. Параболический профиль соответствует ламинарному режиму течения при $Re = 440$. Экспериментальные точки 3 хорошо соответствуют степенному профилю $1/7$ (верхняя линия для турбулентного режима течения в ядре потока) и степенному профилю $1/6$ для

пристенной зоны течения при $Re = 10\,800$. Переход от ламинарного режима к турбулентному наблюдается при числе Рейнольдса

Рис. 6.8. Профили средней скорости течения в трубе: 1 — $Re = 0,44 \cdot 10^3$, 2 — $Re = 4,05 \cdot 10^3$, 3 — $Re = 1,08 \cdot 10^4$.

4050. Профиль 2 имеет точку перегиба, что, как известно, свидетельствует о неустойчивости течения. Числа Рейнольдса рассчитаны по расходной скорости, высоте канала $2h = 10$ мм и кинематической вязкости жидкости. Все измерения проведены в сечении, расположенном на расстоянии 45 калибров от входа в трубу.

Рис. 6.9. Пространственно-временное распределение пульсаций скорости в трубе.

На рис. 6.9 показана типичная картина пространственно-временного распределения пульсаций скорости в том же потоке. По оси абсцисс каждого кадра отложена относительная величина

пульсаций скорости $\epsilon = (v - \bar{v})/\bar{v}$, где v , $\bar{v}$ — мгновенная и средняя по времени скорости; по оси ординат — пространственное положение точек измерения, отсчитываемое от оси симметрии трубы. Точки измерения располагались в пространстве равномерно с шагом 0,8 мм. Представленные распределения показывают сложность изучаемого явления. Для анализа рассматривалась последовательность событий, состоящая из 1000 кадров, зафиксированных через промежутки времени в 2 мс. Среди этих событий заслуживают внимания кадры типа 2—7 с пространственно-временным распределением скорости, аналогичным распределению пульсаций в теле вихря. Нулевой уровень пульсаций локализован при $\bar{y} = y/h = 0,4$. Вихри с вращением против часовой стрелки составляют 2/3 от их общего числа, а суммарное вихревое распределение пульсаций скорости занимает 40% от времени наблюдения. Можно предположить, что указанное пространственно-временное распределение пульсаций скорости соответствует крупномасштабным вихревым структурам. Оценки пространственных масштабов вихревых структур имеют порядок h поперек потока и $(1-3)h$ — вдоль потока. Средняя интенсивность пульсаций скорости в распределении вихрей по всему сечению капала составляет величину 0,08—0,1. Фазы ускорения и замедления потока по всему сечению наблюдаются с частотой порядка 4 Гц, при этом амплитуда пульсаций скорости достигает наибольших значений $\epsilon \approx 0,20 - 0,25$. При смещении всей области исследования к оси потока или в пристенную область резко сокращается (до 5—10%) доля вихревого пространственно-временного распределения. Диапазон частот пульсаций ограничивался до 100 Гц фильтром нижних частот. В процессе обработки были получены спектральные, корреляционные и вероятностные характеристики пульсаций скоростей, которые косвенно подтверждают предположения о соответствии указанных пространственно-временных распределений пульсаций скорости крупномасштабным вихревым структурам в потоке.

§ 2. Исследования пограничного слоя потока

Преимущества методов лазерной доплеровской анемометрии проявляются при исследовании пограничных слоев потоков жидкости и газа, где традиционные контактные методы практически неприменимы. Однако при исследовании таких течений необходимо учитывать целый ряд методических особенностей.

Как отмечалось в § 1.2, при распространении гауссова пучка через наклонные плоскопараллельные пластины происходит смещение местоположения его перетяжек, причем в сагиттальной и меридиональной плоскостях по-разному [1.16]. Это приводит к тому, что изменяется период интерференционного поля

(§§ III.5, IV.2), т. е. увеличиваются методические погрешности. Кроме того, при сканировании потока величина погрешности будет изменяться, так как изменяется расфокусировка оптической системы анемометра. Это наиболее существенно для лазерных доплеровских микроскопов, описанных в § V.1, в которых зондирующие пучки направлены друг к другу под большим углом. Величину погрешности можно рассчитать по приведенным в §§ III.5 и IV.2 формулам.

Вторая особенность связана с деформацией измерительного объема, если область пересечения зондирующих пучков касается стенки, около которой происходит измерение профиля скорости [III.31]. При этом происходит изменение формы импульса доплеровского сигнала и его спектра. На рис. 4.14 было показано, как деформируется измерительный объем стенкой, расположенной параллельно биссектрисе угла пересечения пучков. Из графика видно, что неучет этого эффекта может приводить к заметному искажению измеренного профиля скорости вблизи стенки. Величина ошибки зависит от размеров измерительного объема. Такая же ошибка возникает, если стенка расположена перпендикулярно биссектрисе угла пересечения зондирующих пучков.

Третья особенность измерений связана с влиянием градиента скорости (§ III.7), который становится заметным в пределах измерительного объема. Величина методической погрешности анализировалась в работах [III.38—41]. Градиент скорости приводит к асимметрии спектра доплеровского сигнала или появлению так называемого «градиентного шума».

Определим в дифференциальной схеме координату центра области пересечения гауссовых пучков при сканировании исследуемого элемента вдоль биссектрисы угла пересечения пучков. Как было показано в [2], перемещение области пересечения пучков не совпадает с перемещением самого элемента (рис. 6.10). Пусть первоначально оптическая система отъюстирована так, что в воздухе пересечение пучков происходит в перетяжках на внешней грани элемента. Введем эти пучки в исследуемый поток путем перемещения элемента на расстояние z . Тогда центр области пересечения пучков (области измерения) будет на расстоянии z'

Рис. 6.10. Расфокусировка дифференциальной оптической схемы ЛДА.

$$z' = \begin{cases} E'z, & \text{если } E'z < l, \\ Ez - Fl, & \text{если } E'z > l, \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} E' &= (n_1^2 - \sin^2 \alpha)^{1/2} (1 - \sin^2 \alpha)^{-1/2}, \\ E &= (n_2^2 - \sin^2 \alpha)^{1/2} (1 - \sin^2 \alpha)^{-1/2}, \\ F &= (n_2^2 - \sin^2 \alpha)^{1/2} (n_2^2 - \sin^2 \alpha)^{-1/2}. \end{aligned}$$

Перемещение элемента на малое расстояние Δz приводит к перемещению центра области пересечения пучков на величину $\Delta z' = E \Delta z$. Как было показано в [1.16], при этом пересечение гауссовых пучков в меридиональной плоскости происходит не в перетяжках. Смещение перетяжек определяется соотношением

$$\begin{aligned} \Delta z'' &= z'' - z''_{\text{ом}} = - (Gz - Hl), \\ G &= n_2^{-1} (n_2^2 - 1) \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)^{-3/2}, \\ H &= n_2^{-1} (n_1^2 - n_2^2) \sin^2 \alpha (n_1^2 - \sin^2 \alpha)^{-3/2}, \end{aligned}$$

z'' — координата точки пересечения пучков, отсчитываемая по пучку от внутренней стороны прозрачной пластины. Пересечение пучков в сагиттальной плоскости происходит в перетяжках. Последнее соотношение позволяет рассчитывать изменение периода интерференционного поля при сканировании элемента.

Отметим, что при симметричном падении зондирующих пучков на исследуемый элемент период интерференционных полос в жидкости Λ_m будет таким же, как и в воздухе:

$$\Lambda_m = \lambda / 2 n_2 \sin \alpha'' = \lambda / 2 \sin \alpha = \Lambda,$$

причем полосы будут направлены перпендикулярно границе потока.

В схемах ЛДА с опорным пучком обычно один из пучков направляется перпендикулярно границе раздела двух сред, а второй — под углом. Приведенные выше соотношения для расчета расфокусировки применимы и для этого случая. Однако при этом необходимо иметь в виду, что период интерференционных полос в жидкости будет отличен от периода интерференционных полос в воздухе. Кроме того, направление интерференционных полос будет не перпендикулярно границе потока, т. е. такой ЛДА измеряет проекцию вектора скорости на разностный вектор $\mathbf{K}$, направление которого составляет угол φ с границей потока, причем $\varphi = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{1}{n_2^2} \sin 2\alpha \right)$.

Важным параметром ЛДА при исследовании пограничных слоев является величина измерительного объема. Он определяется размерами пучков в среде и их углом пересечения. При исследовании пристеночных слоев в большинстве случаев важно иметь малым не весь измерительный объем, а только один линейный размер вдоль оси z . Это можно сделать в дифференци-

альной схеме ЛДА для заданного размера зондирующих пучков либо путем увеличения угла 2α , либо путем наблюдения рассеянного света под большим углом к биссектрисе зондирующих пучков. Экспериментально величину измерительной области вдоль оси z можно определить по методике, предложенной в [II.8]. Исследуется, как меняется величина доплеровского сигнала при перемещении навстречу падающим пучкам по оси z тонкой ламинарной пленки жидкости, стекающей по вертикальной прозрачной пластине. Пока пленка жидкости не вошла в область пересечения пучков, доплеровский сигнал отсутствует; по мере продвижения пленки сигнал растет, и когда вся область пересечения пучков полностью находится в жидкости, величина сигнала больше не изменяется. Если продифференцировать полученную зависимость по координате z , то можно найти размеры измерительной области.

Рис. 6.11. Распределение скоростей вблизи стенки канала.

Приведем, в качестве примера, несколько исследований пограничных слоев потоков жидкости, проведенных с помощью ЛДА.

В [V.2] исследовалось распределение скоростей в тонкой ламинарной пленке жидкости, стекающей по вертикальной прозрачной пластине. Толщина пленки составляла 0,97 мм, максимальная скорость на поверхности пленки была 5 см/с. Получено хорошее совпадение теоретической и экспериментальной кривых.

В [V.9] исследовалось распределение скоростей в плоском канале сечением 6×8 мм², длиной 400 мм. Измерения проводились с помощью лазерного доплеровского микроскопа с пространственным разрешением 5 мкм. На рис. 6.11 показано распределение скоростей в непосредственной близости к стенке. Координата z отсчитывается от внутренней стенки.

Интересные результаты были получены при исследовании с помощью ЛДА движения полиизобутилена с параметрами: молекулярная масса (по Флори) — $2,1 \cdot 10^5$, наибольшая вязкость — 10^7 П при 25°C, в капиллярах при больших скоростях деформации [13]. Истечение упругих жидкостей из каналов при повышенных скоростях сопровождается разнообразными искажениями поверхности и формы струи. Это явление часто связывается с движением жидкости внутри канала и иногда называется «неустойчивым течением». Его возникновение обусловлено высокоэластичностью этих жидкостей. Течение такого типа может сопровождаться пристенным скольжением, образованием трещин в материале и другими особенностями. Для выяснения возможных механизмов неустойчивого течения особый интерес представля-

ют исследования локального движения упругой жидкости в канале и, в частности, в пристенной области. Методами капиллярной вискозиметрии и лазерной анемометрии *) исследовалось неустойчивое течение данного полиизобутилена. Течение осуществ-

Рис. 6.12. Распределение скоростей в капилляре.

лялось в режиме постоянного давления через капилляры с различными длинами и радиусами. Для уменьшения влияния цилиндрической поверхности на расфокусировку лазерных пучков внешние поверхности капилляра были сделаны плоскопараллельными. Внутренняя цилиндрическая поверхность капилляра существенное влияние на расфокусировку пучков не оказывала, так как показатель преломления полимера близок к показателю преломления стекла, из которого изготавливались капилляры.

На рис. 6.12 представлены распределения нормированной средней по времени скорости в сечении капилляра для двух режимов давления: *I* — $p = 3,96 \cdot 10^7$ Па, *II* — $p = 5,75 \cdot 10^7$ Па. Нормировка скорости осуществлена на среднерасходную скорость v_0 . Из рисунка видно, что профили скорости в сечении капилляра имеют перегиб вблизи стенки, особенно ярко выраженный для режима *II*.

На стенке канала обнаружено скольжение полиизобутилена, дающее в расход вклад, достигающий приблизительно 40%. При переходе от режима *I* к режиму *II* в фиксированном сечении абсолютная величина средней по времени скорости пристенного скольжения растет от 0,071 до 0,11 см/с, а относительная величина $\langle v \rangle / v_0$ слабо уменьшается от 0,45 до 0,40. В обоих режимах реализуется непрерывное скольжение, т. е. в процессе течения материал не прилипает к стенке. Можно предположить, что в области исследованных напряжений сдвига слои полимера у стенки капилляра находятся в высокоэластическом состоянии, т. е. приобретают свойство, как твердое тело, скользить в месте контакта.

В работе [14] проводились исследования пограничного слоя над пластиной с помощью ЛДА, выполненного по компенсационной дифференциальной схеме (рис. 2.6) с электронным процессором счетноимпульсного типа [V.3]. Гидродинамический канал был прямоугольного сечения размером 16×16 мм². Для устранения влияния конечного углового размера световых пучков на

В работе [14] проводились исследования пограничного слоя над пластиной с помощью ЛДА, выполненного по компенсационной дифференциальной схеме (рис. 2.6) с электронным процессором счетноимпульсного типа [V.3]. Гидродинамический канал был прямоугольного сечения размером 16×16 мм². Для устранения влияния конечного углового размера световых пучков на

*) В экспериментах использовалась следующая система типа «DISA» 55L 20.

формирование зондирующего поля вблизи поверхности в канале была установлена тонкая, толщиной 0,3 мм, пластинка, дугообразно изогнутая, с радиусом кривизны 9,8 мм. Размер зондирующего поля на уровне e^{-1} по интенсивности составлял $10 \times 60 \times 600$ мкм³. Приемная оптическая система представляла собой микроскоп. Это позволило получить профиль скорости в пограничном слое потока с минимальным расстоянием от стенки 10 мкм.

§ 3. Исследования турбулентных потоков

Ранее исследования турбулентных потоков проводились только зондовыми методами, в основном с помощью термоанемометра [III.58]. Лазерная доплеровская анемометрия открыла новые возможности для диагностики этих потоков.

Отметим ряд особенностей проведения таких исследований. Так как лазерные методы позволяют измерять скорость частиц, которые присутствуют в потоке и служат светорассеивающими центрами, то очень важно, чтобы эти частицы точно следовали за всеми изменениями потока, что накладывает определенные требования на параметры частиц. Особенно существенно это при исследовании газовых потоков, где частицы должны быть как можно меньше, так как плотность их отлична от плотности среды. Минимальный размер частиц определяется броуновским движением и составляет около 0,1 мкм (§ III.7).

Поведение частицы в турбулентном потоке зависит также от частоты пульсаций: чем она выше, тем больше несоответствие скорости частицы скорости исследуемого потока. В табл. 6.1 приведены нормированные среднеквадратичные значения относительной скорости частицы с плотностью 1 г/см³ при различных диаметрах частицы d , помещенной в турбулентный воздушный поток, характеризующийся верхней частотой пульсаций f_0 [II.53].

Таблица 6.1

d , мкм	f_0 , кГц		
	1	2,5	3,0
0,3	0,002%	0,005%	0,01%
1,0	0,4	0,95	1,6
2,0	4	9	15
5,0	26	50	61

Из таблицы видно, что отставание частицы диаметром 0,3 мкм составляет не более 0,01% вплоть до частоты пульсаций 3 кГц. Для частиц диаметром 1 мкм отставание уже сказывается при частоте пульсаций 1 кГц. Но, как показывают расчеты, при исследовании турбулентных потоков жидкости проблемы отставания

ния частиц практически не существует, так как можно подобрать частицы, например полистирола, с плотностью, близкой к плотности воды. Такие частицы отслеживают практически все пульсации потока.

Имеются особенности и в интерпретации доплеровского сигнала [15—18]. Прежде всего отметим, что если в случае измерений с помощью термоанемометра выходной электрический сигнал непосредственно представляет аналог пульсаций скорости в точке измерения, то в доплеровском методе аналогом скорости является мгновенная частота сигнала. Следовательно, в последнем случае возможны два способа его анализа с целью измерения характеристик турбулентности. Первый способ связан с преобразованием доплеровского сигнала путем его частотной или временной демодуляции в аналог пульсаций локальной скорости. Второй — основан на непосредственном спектральном или корреляционном анализе доплеровского сигнала.

Первый способ используется во всех промышленных ЛДА [V.14—V.16]. Его возможности и ограничения неоднократно анализировались в литературе и отражены в [I.62—I.69, III.52]. Здесь только отметим, что в этих исследованиях важно подобрать концентрацию частиц. Если концентрация слишком мала, то возникают ошибки за счет экстраполяции в следящей системе и пропусков измерений в счетной системе. При большой концентрации частиц возникают ошибки за счет эффектов наложения сигналов (так называемый фазовый шум).

Как было показано в § III.7, спектральный анализ доплеровского сигнала позволяет определить плотность распределения вероятности скорости и рассчитать по ней различные параметры потока, в частности, среднюю скорость и степень турбулентности. Причем этот анализ можно вести при помощи стандартной радиоизмерительной аппаратуры. Хотя такой метод и является более трудоемким, чем первые, однако позволяет лучше отработать методику исследований турбулентных потоков.

Измерения локальных характеристик турбулентности в затопленной струе [III.57]. Затопленная турбулентная струя жидкости является удобным объектом для отработки методики измерений турбулентности с помощью ЛДА. Это обусловлено тем, что в различных областях струи наблюдается большое разнообразие режимов течения, начиная от практически ламинарного, с ничтожной степенью турбулентности в области потенциального ядра, и кончая течениями в периферийных областях, где степень турбулентности достигает 100%.

В исследованиях использовался однокомпонентный ЛДА с частотным сдвигом между зондирующими пучками. Оптическое устройство позволяло в широких пределах варьировать угол между зондирующими пучками и поворачивать их плоскость вокруг бисектрисы угла пересечения на $\pm\pi/4$, $\pm\pi/2$, π .

Выходной сигнал ФЭУ поступал в аппаратуру, предназначенную для измерения энергетического спектра доплеровского сигнала. Аппаратура состояла из широкополосного усилителя, переключаемого узкополосного фильтра, сигнал с выхода которого возводился в квадрат в квадраторе, усреднялся фильтром пилжних частот за время интегрирования и записывался автоматическим потенциометром. Теория этих измерений излагалась в § III.7.

При измерении локальной турбулентности важно обеспечить некогерентный режим работы ЛДА (§§ II.2, III.7). Насколько значительно может быть искажение спектра доплеровского сигнала в сильно неоднородных по скорости потоках, можно видеть из рис. 6.13 [II.18]. Показаны спектры сигналов, снятые при одинаковых гидродинамических условиях в одной и той же точке потока на границе потенциального ядра турбулентной затопленной струи воды в некогерентном (рис. 6.13, а) и когерентном (рис. 6.13, б) режимах работы ЛДА. При переходе из некогерентного режима в когерентный появляется дополнительный пик в спектре доплеровского сигнала. Асимметрия спектра в некогерентном режиме обусловлена влиянием градиента скорости.

Струя распространялась в заполненной водой кювете размерах $125 \times 250 \times 200$ мм³ с прозрачными боковыми стенками. Кювета крепилась на координатном столике и могла перемещаться в вертикальном и горизонтальном направлениях нормально по отношению к оптической оси измерителя. Напор струи создавался насосом термостата. Пульсации давления гасились в подводящей трубе внутренним диаметром 15 и длиной 400 мм с профилированным насадком. Диаметр выходного отверстия насадки составлял $d = 3$ мм и задавал начальный диаметр струи. Начальная скорость струи во всех измерениях поддерживалась равной

Рис. 6.13. Спектр доплеровского сигнала в некогерентном (а) и когерентном (б) режимах работы ЛДА.

$v_0 = 5$ м/с и контролировалась с высокой точностью датчиком давления, установленным на выходе подводящей трубы. Число Рейнольдса, рассчитанное по начальному диаметру струи и средней расходовой скорости, составляло $Re = 15\,000$.

Для измерения характеристик локальной турбулентности зондирующие пучки фокусировались в исследуемую точку потока, и рассеянное из области пересечения пучков излучение собиралось приемной оптикой на катоде ФЭУ. Выходными данными измерений служили записанные на ленте самописца либо полученные в табличном виде оценки энергетического спектра фототока.

Для измерения продольных пульсаций вектор K , лежащий в плоскости зондирующих пучков и нормальный к биссектрисе угла их пересечения, направлялся вдоль оси струи. При этом энергетический спектр фототока соответствует плотности распределения продольной составляющей скорости. Для измерения поперечных пульсаций плоскость зондирующих лучей поворачивалась вокруг оптической оси измерителя на угол $\pi/2$, и вектор K оказывался перпендикулярным к оси струи. Возможность измерений в этом случае обеспечивалась наличием сдвига частоты зондирующих лучей.

Измерение рейнольдсовых напряжений производилось по методике, изложенной в [18], т. е. вектор K устанавливался под углами $\pm\pi/4$ к оси струи, и использовалось равенство

$$\langle v_x v_y \rangle = (1/2)(\langle v_{\pi/4} \rangle^2 - \langle v_{-\pi/4} \rangle^2).$$

Для определения характеристик турбулентности по энергетическому спектру фототока, согласно выводам § III.7, необходимо знать аппаратный спектр $H(\Omega)$, который экспериментально определялся путем измерений в области потенциального ядра струи, где поток практически ламинарный со степенью турбулентности, по данным термоанемометрических измерений, 0,3%. Относительная случайная погрешность измерения средней скорости и среднеквадратического значения пульсационной составляющей скорости не превышала 0,5 и 3% соответственно.

Исследовалась турбулентность в двух поперечных сечениях струи I и II, нормальных к оси струи и отстоящих от среза сопла соответственно на расстояниях 5 и 20 калибров. На рис. 6.14, а приведены результаты измерений продольных (1, 2) и поперечных (3, 4) пульсаций скорости в сечениях I (1, 3) и II (2, 4).

Следует отметить, что в литературе мало данных об измерениях затопленных турбулентных струй воды столь малого начального диаметра. Это вызвано тем, что термоанемометр не обеспечивает достаточной локальности и не позволяет измерять в воде большие степени турбулентности, превышающие 10–20%, в то время как, согласно измерениям (рис. 6.14, а), степень турбулентности меньше 10% наблюдается лишь в начальной области дан-

ной струи и быстро растет от оси к краям. Хотя возможность прямого сравнения отсутствует, тем не менее необходимо отметить хорошее согласие полученных результатов с термоанемометрическими исследованиями локальной турбулентности в спутных струях [19].

Рис. 6.14. Распределение средней скорости и степени турбулентности в затопленной струе: а) поперек оси, б) вдоль оси; $V_0 = 5$ м/с — начальная скорость струи.

Измерение турбулентности затопленных струй полимерных растворов [20]. Примечательная особенность некоторых из приводящих к эффекту Томса полимерных добавок состоит в том, что они, вызывая уменьшение генерации турбулентности у гладких поверхностей, приводят к противоположному воздействию на свободную струйную турбулентность. В частности, при струйном течении водных растворов гуаровой смолы наблюдается большая турбулентная диффузия тепла, чем в струях ньютоновской жидкости. Исследование распределения средних скоростей и характера турбулентности в таких струях невозможно провести с обычной экспериментальной техникой, поскольку наблюдается аномалия в показаниях трубки Пито и термоанемометра в связи с неоднородностью полимерных растворов [21]. Поэтому для такого исследования целесообразно использовать ЛДА.

Исследовалась струя, вытекающая из сопла с выходным диаметром 3 мм и начальной скоростью 5 м/с. Были проведены сравнительные измерения в струе воды и струе водного раствора гуаровой смолы с концентрацией $3 \cdot 10^{-4}$. На рис. 6.14, б приведены данные об относительной средней скорости на оси струи и относительном уровне продольной среднеквадратичной пульсационной составляющей скорости.

Сравнение результатов, полученных в экспериментах с водой и раствором гауровой смолы, подтверждает сделанный ранее вывод о меньшей дальности струи полимерного раствора, из-за того, что растворенный в воде полимер способствует увеличению вихреобразования в зоне смешения.

Рис. 6.15. Измерительные объемы для ЛДА, работающего в когерентном режиме.

Измерения пространственных характеристик турбулентности в затопленной струе [22]. Как было показано в § III.3, наличие в измерительном объеме одновременно многих частиц приводит к тому, что доплеровский сигнал состоит из двух составляющих: некогерентной, обусловленной интерференцией волн, рассеянных на одной частице, и когерентной, обуслов-

ленной интерференцией волн, рассеянных на различных частицах. Измерения параметров доплеровского сигнала в некогерентном режиме позволяют исследовать локальные характеристики турбулентного потока.

В [II.16] было показано, что когерентный сигнал в отличие от некогерентного обусловлен не только распределением скоростей отдельных частиц, но и распределением разности скоростей пар частиц, и поэтому содержит более полную информацию о скоростной структуре потока. Эту информацию можно использовать для измерения пространственных характеристик турбулентности.

Рассмотрим более детально структуру когерентного сигнала. Пусть в потоке, зондируемом двумя пучками излучения с волновыми векторами $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ и частотами ω_1 , ω_2 , движутся две частицы p и q со скоростями $\mathbf{v}_p$ и $\mathbf{v}_q$ соответственно (рис. 6.15). Приемная оптическая схема настроена таким образом, что позволяет выделять образующийся в результате фотосмещения двух рассеянных волн с волновыми векторами $\mathbf{k}_{1p}$ и $\mathbf{k}_{2q}$ сигнал биений на частоте $\Omega_s = \omega_{12} - \Omega_D$, где ω_{12} — разность частот зондирующих пучков $\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$, Ω_D — частота доплеровского сигнала, равная $\Omega_D = \mathbf{K}_1 \mathbf{v}_p - \mathbf{K}_2 \mathbf{v}_q$, $\mathbf{K}_1 = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_{1p}$, $\mathbf{K}_2 = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_{2q}$. При высокой локальности отбора рассеянного излучения, что достигается фокусировкой зондирующих пучков и пространственной фильтрацией, лагранжевы скорости $\mathbf{v}_q$ и $\mathbf{v}_p$ можно отождествить с эйлеровыми характеристиками потока $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ в точках, соответствующих центрам двух измерительных объемов V_1 и V_2 .

Поэтому когерентный доплеровский сигнал зависит от совместных характеристик пульсаций скорости потока в двух точках. Структура такого сигнала во многом аналогична структуре

некогерентного сигнала, подробно исследованного во многих работах, например в [III.51—III.53, III.57]. Когерентный сигнал, так же как некогерентный, представляет собой импульсный случайный процесс с высокочастотным заполнением отдельных импульсов на частоте Ω . Каждый импульс возникает при пролете через объемы V_1 и V_2 пары частиц. Для анализа когерентного сигнала можно использовать все методы, применяемые при анализе некогерентного, в частности, непосредственный спектральный анализ. Спектральная плотность мощности когерентного сигнала с точностью до аппаратного уширения подобна плотности вероятности $W(\xi)$ величины $\xi = K_1 v_1 - K_2 v_2$

$$F_s(\Omega) |_{\Omega=\omega_{12}-\xi} = \text{const } W(\xi).$$

Отсюда, в частности, следует, что моменты спектра $F_s(\Omega)$ связаны простыми соотношениями с моментами совместной плотности вероятности пульсаций скорости в двух точках P_1 и P_2 потока. Если $|K_1| = |K_2| = |K|$, а направления K_1 и K_2 совпадают с направлениями единичных векторов i и j , первый момент спектра $\alpha_1 = K(\langle v_1^i \rangle - \langle v_2^j \rangle)$ определяется разностью средних значений i -й и j -й составляющих скорости в точках P_1 и P_2 соответственно.

Второй центральный момент выражается через интенсивность пульсационных составляющих скорости v_1^i и v_2^j в точках P_1 и P_2 и через корреляцию этих пульсаций $\mu_2 = K^2 [\langle (v_1^i)^2 \rangle - 2 \langle v_1^i v_2^j \rangle + \langle (v_2^j)^2 \rangle]$. Отсюда видно, что измерение второго центрального момента спектра когерентного сигнала позволяет определить структурную функцию турбулентности [III.58]. Дополнительные измерения интенсивности пульсаций локальных скоростей в точках P_1 и P_2 обычным способом с использованием некогерентного режима позволяют определить коэффициент корреляции пульсаций скорости в двух точках

$$R_{12}^{ij} = (1/2) [\langle (v_1^i)^2 \rangle + \langle (v_2^j)^2 \rangle - \mu_2 K^{-2}] [\langle (v_1^i)^2 \rangle \langle (v_2^j)^2 \rangle]^{-1/2}$$

Таким образом, данный метод может быть использован для измерения любой из девяти компонент трехмерного тензора второго ранга $B_{ij}(M_1, M_2)$, связанного с двухточечными моментами поля скорости второго порядка $B_{ij}(M_1, M_2) = \langle v_1^i v_2^j \rangle$. В общем случае для этого необходимо фиксировать излучение различных пучков, рассеянное из двух точек потока в разных направлениях K_{1q} и K_{2q} , с помощью специальных оптических схем, производя согласование волновых фронтов и поляризаций рассеянных волн на поверхности фотоприемника. В частном случае, когда точки измерений расположены на оптической оси анемометра и измеряются составляющие скорости, перпендикулярные этой оси, специального согласующего устройства не требуется.

Ниже описано одно из устройств, реализующих данный метод, и результаты его использования для исследования турбулентной струи воды. Отметим, что такой подход можно рассматривать как обобщение и развитие метода изучения пространственной структуры турбулентности посредством спектроскопии флуктуации интенсивности [23]. Некоторые идеи подобных измерений в теоретическом аспекте обсуждались в [24].

Рис. 6.16. Схема экспериментальной установки для измерения пространственной корреляции скорости потока.

Схема оптической части одноканального доплеровского анемометра для измерения пространственной структуры турбулентности показана на рис. 6.16. Луч источника когерентного излучения 1, проходя оптическую систему 2, образует два параллельных сдвинутых по частоте зондирующих пучка, сфокусированных в исследуемых точках потока 3. Система 2 обеспечивает параллельное смещение одного из пучков. Основными элементами блока приемной оптики являются апертурная диафрагма 4, объектив 5, диафрагма поля зрения 6 и фотоэлектронный умножитель 7. Главная оптическая ось приемной системы лежит в плоскости зондирующих пучков. Ее пересечение с пучками определяет точки измерений. Размеры измерительных объемов ограничиваются как геометрией падающих пучков, так и размерами полевой диафрагмы 6. Размер апертурной диафрагмы 4 подбирается из условия когерентности режима работы лазерного анемометра [II.16].

Данная схема позволяет измерять корреляцию компонент пульсаций скорости, лежащих в плоскости зондирующих лучей и составляющих угол $\varphi'/2$ (φ' — угол наблюдения в среде) с нормалью к оси приемной оптической системы OO' в точках, расположенных на этой оси. Минимальное расстояние между точками измерений определяется размерами пучков. Максимальное расстояние ограничивается областью резкости объектива и областью когерентного приема рассеянного излучения вдоль направления наблюдения.

Для измерения энергетического спектра фототока использовалась обычная радиоизмерительная схема, описанная в [III.51, III.57]. Если для анализа фототока применить системы преобразования типа «частота-напряжение», то на выходе данного устройства можно получить сигнал, пропорциональный мгновенной разности скоростей в двух точках потока. Его среднеквадратичное значение дает ту же информацию, что и второй момент энергетического спектра доплеровского сигнала.

С помощью описанного устройства исследовалась эйлерова поперечная корреляция скоростей в турбулентной струе воды в сечении I, расположенном на расстоянии 10 калибров, и в сечении II на расстоянии 20 калибров от среза сопла. Ось приемной оптической системы ориентировалась перпендикулярно оси струи, и анемометр реагировал на составляющие скорости, направленные под углом $\varphi'/2$ к оси. Поскольку в условиях данного эксперимента угол φ' достаточно мал, с хорошей точностью можно считать, что измерялась корреляция продольных скоростей. Неподвижный пучок фокусировался на оси струи в точке пересечения последней с осью приемной оптической системы OO' . Снимались спектры когерентного сигнала при различных положениях подвижного пучка. Оценка коэффициента корреляции R_{12} производилась по упрощенной методике, в которой дисперсия частоты спектра определяется по ширине спектра на уровне 0,5 по формуле $\sigma_f = \Delta f/2,35$. Строго это соотношение имеет место для спектров гауссовой формы, здесь оно использовалось как приближенное. Тогда

$$R_{12} = \frac{(\Delta f/f_0)_1^2 + (\Delta f/f_0)_2^2 - (\Delta f/f_0)_{12}^2}{2(\Delta f/f_0)_1(\Delta f/f_0)_2},$$

где $(\Delta f/f_0)_1$ — относительное уширение спектра некогерентного доплеровского сигнала в точке P_1 ; $(\Delta f/f_0)_2$ — относительное уширение спектра некогерентного доплеровского сигнала в точке P_2 ; $(\Delta f/f_0)_{12}$ — относительное уширение спектра когерентного доплеровского сигнала при настройке системы на точки P_1 и P_2 .

Значения $(\Delta f/f_0)_{12}$ определялись путем коррекции относительного уширения спектра сигнала в когерентном режиме работы с учетом аппаратного и градиентного уширений. При коррекции также учитывалось, что в когерентном режиме работы анемометр имеет дополнительное уширение, связанное с зависимостью частоты сигнала от направления наблюдения и паразитной амплитудной модуляцией при отличном от единицы факторе когерентности [11.16]. Величины $(\Delta f/f_0)_1$, $(\Delta f/f_0)_2$, а также поправки на градиентное уширение брались по результатам ранее проведенных измерений локальных характеристик турбулентности в обычном некогерентном режиме работы анемометра. Рассчитанные коэффициенты корреляции про-

Рис. 6.17. Зависимость коэффициента корреляции продольных скоростей поперек затопленной струи.

дольных скоростей для сечений *I* и *II* приведены на рис. 6.17 в зависимости от относительного смещения точек P_1 и P_2 , d — диаметр сопла.

По результатам рис. 6.17 нетрудно оценить эйлеров интегральный масштаб поля турбулентных скоростей в поперечном к оси струи направлении. Как и следовало ожидать, для сечения *II* этот масштаб оказался приблизительно в два раза больше, чем для сечения *I*. В обоих случаях он практически равен поперечному размеру потока по средней скорости, что согласуется с общепринятыми теоретическими положениями и ранее полученными экспериментальными результатами.

Проведенные исследования показывают эффективность использования когерентного режима ЛДА для изучения пространственной структуры турбулентного потока. Другим способом решения этой задачи является использование двух одноточечных ЛДА, сигналы которых подаются на смеситель для определения взаимного спектра [25], либо на коррелятор.

Исследованию турбулентных потоков с помощью методов лазерной доплеровской анемометрии посвящены также работы [26, 27].

§ 4. Исследования неизотермических потоков

Основными особенностями неизотермических потоков с точки зрения применения методов лазерной анемометрии являются наличие градиента показателя преломления и самосвечение, например, в случае пламен или потоков плазмы.

Сначала проанализируем роль градиента показателя преломления, который вызывается градиентом температуры по сечению потока и приводит к рефракции лазерного пучка. Для ламинарных потоков $\text{grad } n$ является детерминированным, что вызывает только искривление траекторий лазерных пучков. В случае турбулентных потоков $\text{grad } n$ — случайная функция пространства и времени; это приводит к случайным траекториям лазерного пучка. Проблема распространения лазерного пучка в среде со случайными неоднородностями является достаточно сложной [28].

Рассмотрим несколько наиболее типичных ситуаций, встречающихся в исследовании неизотермических потоков. Пусть лазерный пучок распространяется вдоль нагретой пластины, помещенной в жидкость. Градиент показателя преломления dn/dy , обусловленный градиентом температуры dT/dy , будет меняться только в направлении оси y , причем

$$\frac{dn}{dy} = \frac{dT}{dy} \frac{dn}{dT},$$

где dn/dT — температурный градиент показателя преломления. Типичные значения dn/dT для различных сред приведены в

табл. 6.2 [29] при $\lambda = 0,6328$ мкм и $T = 25^\circ\text{C}$. Из таблицы видно, что dn/dT для газов на два порядка меньше, чем для жидкостей. Следовательно, при тех же градиентах температуры эффекты рефракции в газовых потоках будут существенно меньшие, чем для жидкостей.

Распространение излучения в тепловом пограничном слое детально изучалось рядом авторов и изложено в [29]. В первом

Т а б л и ц а 6.2

Среда	n	$dn/dT, 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
Воздух	1,00027	$-0,9 \cdot 10^{-2}$
Водяной пар	1,00023	$-0,8 \cdot 10^{-2}$
Вода	1,33161	$-1,0$
Метилловый спирт	1,3253	$-4,0$
Бензол	1,4950	$-6,4$
Ацетон	1,3542	$-5,3$

приближении траектория луча в жидкости описывается параболой. В этом случае смещение луча δy на расстоянии L от входа в оптическую неоднородность будет

$$\delta y = \frac{1}{2} L^2 \frac{dT}{dy} \frac{dn}{dT}.$$

Очевидно, что смещением можно пренебречь, если δy удовлетворяет неравенству $\delta y \ll w$, где w — радиус лазерного пучка. Если это условие не выполняется, то при определении места измерения скорости необходимо учитывать смещение лазерных пучков. В качестве примера на рис. 6.18 представлены результаты расчета изменения показателя преломления и смещения луча на расстоянии $L = 50$ мм от входа при квадратичном распределении температуры воды

$$T = T_\infty + \Delta T(1 - 2\eta + \eta^2),$$

где T — текущее значение температуры, T_∞ — температура внешнего течения, $\eta = y/\delta$ — безразмерная координата, δ — толщина пограничного слоя. Показатель преломления в этом случае меняется по закону

$$n = n_\infty - \Delta n(1 - 2\eta + \eta^2),$$

Рис. 6.18. Зависимость показателя преломления и смещения лазерного пучка от точки входа.

где $\Delta n = \Delta T (dn/dT)$, а смещение луча [29]

$$\delta y = L^2 \frac{dn}{dT} \frac{\Delta T}{\delta} (\eta - 1).$$

Заметим, что по измерению смещения лазерного пучка можно измерить градиент температуры [30—32].

В случае исследования турбулентных неізотермических потоков задача существенно усложняется, так как для большинства задач неизвестны характеристики распределения температуры. Поэтому возможно сделать только оценку ожидаемых эффектов для некоторых наиболее типичных случаев. При распространении лазерного пучка через турбулентный неізотермический слой наблюдаются следующие явления: размытие лазерного пучка, увеличение его размеров и случайное качание, которые приводят к увеличению измерительной области, снижению точности измерений и отношения сигнала к шуму. Первый эффект вызван, в основном, высокочастотными флуктуациями температуры, а второй — низкочастотными крупномасштабными флуктуациями. Применительно к высокотемпературным газовым потокам этот вопрос анализировался в [33—35]. Было показано, что для лазерных измерений наиболее существенны низкочастотные флуктуации температуры и показателя преломления. Особенно сказывается случайный характер границы раздела «окружающий воздух — поток», приводящий к заметному качанию лазерных пучков. При исследованиях в таких средах следует использовать лазерные анемометры с адаптивной оптической схемой. В некоторых случаях это позволяет восстановить требуемое отношение сигнала к шуму [36].

Исследования естественной конвекции. В настоящее время распределение скоростей при естественной конвекции достаточно хорошо изучено как теоретически, так и экспериментально лишь в небольшом числе случаев: вертикальная бесконечно длинная пластина, длинный вертикальный или горизонтальный цилиндры, коаксиально расположенные цилиндры.

В ряде технических устройств используются сложные обогреваемые объемы, теоретический расчет которых практически невозможен. Здесь устанавливается сложная картина течений, вызванная как естественной конвекцией, так и возникающими за счет ее вторичными потоками. Все это обуславливает необходимость экспериментального исследования распределения скоростей, возникающих при естественной конвекции.

В [1.57] проводилось исследование распределения скоростей в пристенном слое около вертикальной пластины. Пластина помещалась в прямоугольный прозрачный сосуд с размерами $220 \times 200 \times 100$ мм. Использовались две пластины длиной 100 мм и шириной $b = 12$ или 50 мм, выполненные из нихрома толщиной 0,1 мм и закрепленные на текстолитовом основании. Пластины обогревались электрическим током. Температура их измеря-

лась четырьмя медь-константановыми термопарами, приваренными равномерно по высоте. Одновременно измерялась температура в объеме жидкости вдали от пластины. Как показали эксперименты, температура по длине пластины менялась незначительно, а температура объема жидкости вдали от пластины оставалась практически постоянной.

Измерения распределения скоростей проводились на различных уровнях от нижней кромки пластины $x = 10$ и 70 мм. Плотность теплового потока Q на пластине менялась от 1725 до $14\,100$ Вт/м², а перепад температуры от 3 до 16°C соответственно.

Результаты эксперимента представлены в виде графика на рис. 6.19 в обобщенных координатах: $\varepsilon = 0,5v(gy\Delta T\beta)^{1/2}$, $\eta = (y/x)(Gr/4)^{1/4}$, где v — скорость, g — ускорение свободного падения, y — координата, отсчитываемая от поверхности пластины

Рис. 6.19. Распределение скоростей на вертикальной пластине.

по горизонтальной оси, ΔT — перепад температур, β — коэффициент температуропроводности, Gr — число Гроссгофа. При расчете ε и η параметры жидкости брались при температуре стенки. На том же графике приведена теоретическая кривая, рассчитанная для числа Прандтля $Pr = 10$. Значения параметров для точек,

Таблица 6.3

№ п/п	Q , Вт/м ²	ΔT , $^\circ\text{C}$	x , мм	b , мм
1	14 100	16	10	12
2	4 440	7	70	12
3	1 725	3	10	12
4	2 500	4,5	50	50
5	14 100	16	50	12

представленных на рис. 6.19, приведены в табл. 6.3. Как видно из графика, результаты достаточно хорошо совпадают с выводами теории.

Сложнее обстоит дело с распределением скоростей при естественной конвекции в замкнутых сосудах. Здесь точные решения уравнений отсутствуют, и поэтому экспериментальные исследования имеют определяющее значение для понимания происходящих физических процессов. В [37, 38] проводились исследования естественной конвекции в прямоугольном элементе, которые показали сложный характер распределения скоростей в замкнутых сосудах из-за наличия вторичных течений. Наиболее труднодоступно изучение конвекции на криволинейной обогреваемой поверхности, где экспериментальные методы являются основными источниками получения информации. В [1.57] исследовалась естественная конвекция внутри горизонтального цилиндра диаметром 90 и длиной 14 мм, закрытого с торцов стеклянными пластинами. Измерения распределения скорости в гидродинамическом пограничном слое выявили существенные отличия естественной конвекции при частичном заполнении жидкостью цилиндра по сравнению с естественной конвекцией на вертикальной пластине в большом объеме. Отличие это состоит в том, что

Рис. 6.20. Распределение скоростей в горизонтальном цилиндре.

в замкнутом объеме около обогреваемой стенки возникают возвратные течения, которые располагаются рядом с восходящим потоком, а в центре имеется застойная зона, где жидкость перемешивается слабо. Общая картина течений в таком элементе показана на рис. 6.20. Под свободной поверхностью имеются два потока жидкости с противоположными направлениями движения.

Верхний поток движется от стенки к центру, затем поворачивает вниз. Нижний поток направлен от центральной плоскости к стенке. На рисунке приведены профили скоростей, снятые по диаметру цилиндра при коэффициенте заполнения 90% и плотности теплового потока $Q = 2560 \text{ Вт/м}^2$ после десятиминутного прогрева элемента. До проведения этих измерений считалось, что жидкость равномерно опускается в центре сосуда вниз, что в действительности имеет место только при очень малых тепловых нагрузках.

Исследования вязкостно-гравитационного течения в кольцевом канале [39]. В технике широко используются теплообменные устройства, в которых жидкость движется в кольцевом канале, образованном двумя коаксиальными цилиндрами, а теплообмен осуществляется через одну или обе стенки кольцевой трубы. Расчеты при вязкостно-гравитационном течении в таком канале могут быть проведены только с рядом упрощающих предположений и поэтому требуют экспериментальной проверки. Наибольший интерес в этом случае представляют данные по профилям скорости. Однако измерение скорости связано с большими трудностями, обусловленными малыми ее значениями и необходимостью исследования в непосредственной близости от стенки, что вносит дополнительные ограничения.

Была разработана методика и проведены измерения скорости с помощью лазерного анемометра в непосредственной близости от стенки при противоположных направлениях ламинарной, вынужденной и свободной конвекций. Исследование распределения скорости проводилось в вертикальном кольцевом канале при граничных условиях второго рода с несимметричным обогревом ($q_1 = \text{const}$, $q_2 = 0$, т. е. задается постоянный тепловой поток на внутренней поверхности, а внешняя стенка является адиабатической). Распределение скорости измерено в сечении, удаленном от входа на $80(r_2 - r_1)$, когда можно считать течение стабилизированным (r_1 , r_2 — радиусы коаксиальных цилиндров). Опытный участок представлял собой кольцевой канал длиной 1250 мм. Внешний цилиндр — стеклянная трубка с наружным диаметром 35,5 и толщиной стенки 2 мм, внутренний — металлическая трубка из стали с наружным диаметром 8,5 мм и толщиной стенки 0,25 мм. Обогрев осуществлялся пропусканием переменного электрического тока непосредственно по стенке металлической трубки. В качестве исследуемого вещества использовалась вода. Гидродинамическая система представляла собой замкнутый контур, состоящий из напорного бака с постоянным уровнем, опытного участка, расходомера, нижнего сливного бака, центробежного насоса, байпасной линии.

На рис. 6.21 приведены измеренные распределения нормированной скорости при различных значениях Gr/Re . Хорошо видна деформация профиля скорости при вязкостно-гравитационном

течении в сопоставлении с расчетным профилем при ламинарном течении ($Gr = 0$). Влияние термогравитации в начальном участке существенно меньше по сравнению с влиянием в стабилизи-

рованных условиях.

Исследования пламен

[111,29]. Одной из трудностей применения ЛДА для исследования пламен является наличие большого фонового свечения. Это приводит к тому, что минимально регистрируемый сигнал будет определяться мощностью фонового излучения, падающего на фотоприемник. Кроме того, для определения скорости потока необходимо наличие неоднородностей, создание которых в высокотемпературном потоке сложно.

Для высокотемпературного потока мощность фонового излучения P можно определить так же, как и для любого нагретого тела по формуле [40]

$$P = \epsilon(\lambda) E(\lambda, T) S \Delta\Omega \Delta\lambda,$$

Рис. 6.21. Распределение нормированных скоростей в цилиндрическом канале: 1 — $Gr = 0$ (расчет), 2 — $Gr/Re = 1520$, 3 — 11 860, 4 — 10 760, 5 — 11 180, 6 — 27 060.

где $\epsilon(\lambda)$ — монохроматическая степень черноты потока, $E(\lambda, T)$ — спектральная плотность излучения абсолютно черного тела, S — площадь поверхности, с которой собирается фоновое излучение, $\Delta\Omega$ — телесный угол, $\Delta\lambda$ — интервал длин волн, в котором происходит прием излучения, при этом предполагается малость $\Delta\lambda$. Рассчитанная на основе этой формулы мощность (Вт) фонового излучения для облака частиц алюминия размером 5 мкм при $\Delta\Omega = 0,032$ ср, $S = 0,88$ мм² приведена в табл. 6.4. Полученные значения рассчитаны в предположении, что для выделения малого интервала длин волн используется интерференционный фильтр с полосой пропускания $\Delta\lambda = 2,0$ нм. В этой таблице N — концентрация частиц в потоке.

Сравним эти значения мощности фонового излучения с мощностью лазерного, рассеянного потоком, состоящим из частиц размером 5 мкм, при той же геометрии приемной оптики и в предположении равномерной индикатрисы рассеяния. В этом случае для мощности рассеянного излучения можно написать

$$P_s = P_0 \frac{\Delta\sigma}{\pi w_0^2} \frac{\Delta\Omega}{4\pi},$$

где P_0 — мощность падающего излучения, $\Delta\sigma$ — эффективный раз-

мер частиц, w_0 — эффективный размер пучка в точке измерения скорости. Для $P_0 = 10$ мВт мощность рассеянного излучения $P_s \approx 10^{-9}$ Вт.

Из приведенного анализа видно, что при температурах исследуемого потока около 1000 К возможно использование как гелий-неонового, так и аргонового лазеров с мощностью около 10 мВт.

Таблица 6.4

λ , мкм	N , см $^{-3}$	P , Вт		
		1000 К	2000 К	3000 К
0,63 He — Ne-лазер	10^6	$3,3 \cdot 10^{-13}$	$3,3 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$
	10^7	$2,4 \cdot 10^{-12}$	$2,4 \cdot 10^{-7}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$
	10^8	$5,93 \cdot 10^{-12}$	$5,95 \cdot 10^{-7}$	$2,97 \cdot 10^{-5}$
0,48 Ar $^{++}$ -лазер	10^6	$1,3 \cdot 10^{-15}$	$4,1 \cdot 10^{-9}$	$1,6 \cdot 10^{-7}$
	10^7	$1 \cdot 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$
	10^8	$2,35 \cdot 10^{-14}$	$7,75 \cdot 10^{-8}$	$2,95 \cdot 10^{-6}$

При температурах свыше 2000 К применение гелий-неонового лазера становится затруднительным. Для выделения полезного сигнала в этом случае нужно увеличить мощность излучения, что для гелий-неонового лазера практически невозможно. Поэтому здесь целесообразно использование аргонового лазера, так как фоновое излучение на длине волны $\lambda = 0,48$ мкм для температур до 5000 К значительно меньше, чем для $\lambda = 0,63$ мкм, а мощность излучения лазера в одной линии может достигать 1 Вт. Использование лазера на углекислом газе ($\lambda = 10,6$ мкм), обладающего еще большей мощностью излучения, в настоящее время затруднительно из-за отсутствия подходящих приемников.

Рис. 6.22. Распределение скорости поперек (а) и вдоль (б) пламени горелки.

В [III.29] проводилось исследование распределения скорости в воздушно-метановой горелке с температурой в центре пламени $T = 1300$ К. Для создания оптических неоднородностей в пламя

горелки вместе с воздухом вводились частицы алюминия размером 5 мкм. Использовался ЛДА с аргонным лазером, работающим на длине волны $\lambda = 0,49$ мкм. Мощность излучения составляла 50 мВт. Снятые экспериментально кривые распределения скоростей показаны на рис. 6.22. Кривые на рис. 6.22, а показывают распределение скорости в двух поперечных сечениях пламени, расположенных на разных расстояниях от среза горелки ($y_1 = 10$ мм, $y_2 = 65$ мм), а рис. 6.22, б показывает распределение скорости вдоль оси пламени.

При измерении скоростей в таких потоках излучением самого пламени можно пренебречь по сравнению с излучением вводимых частиц. В случае исследования потоков плазмы необходимо учитывать ее температурное излучение. Если в излучении светящихся объектов имеются дискретные линии достаточной интенсивности, то это также необходимо иметь в виду при выборе длины волны излучения лазера.

Проведенные исследования показали, что применение ЛДА для диагностики оптически неоднородных сред в определенных случаях возможно. Влияние флуктуаций показателя преломления среды можно уменьшить путем использования корреляционных ЛДА (§V.3) или ЛДА с адаптивной оптикой [36].

§ 5. Исследования двухфазных потоков

Двухфазные потоки, в которых частицы присутствуют естественным образом, играют важную роль в энергетике, ракетной технике, порошковой металлургии, химической технологии и других отраслях техники. Примерами таких потоков являются потоки влажного пара, содержащего капельки воды, потоки, получаемые с помощью форсунок, дробящих жидкость на мелкие капли, газовые потоки с твердыми частицами дыма, потоки жидкости с газовыми включениями. Как правило, частицы в таких потоках полидисперсны и движутся с различными скоростями. В них наблюдается целый ряд сложных гидродинамических явлений, приводящих к дроблению, коагуляции, изменению скорости и траектории движения частиц. Особенности исследования таких потоков оптическими методами рассматривались в [41]. Отметим, что для получения достаточно полной информации о параметрах двухфазного потока необходимо использовать совокупность оптических методов, основанных на различных принципах.

Рассмотрим несколько задач гидродинамики двухфазных сред, которые решались методами лазерной доплеровской анемометрии. В [42] проводилось исследование движения цепочки капель заданного размера в конфузормом воздушном потоке. Капли в поток вводились с заданной частотой специальным генератором капель. Рабочая часть экспериментальной установки — плоское горизонтальное суживающееся сопло Лаваля длиной 280 мм с про-

зрачными стенками, имеющее площадь горла 2 см^2 . Отношение площадей входа и горла равно 8. Длина суживающейся части, образованной участками лемнискат, равна 120 мм. Рабочая часть могла перемещаться горизонтально с помощью специального устройства в пределах 250 мм. Капилляр генератора капель устанавливался вблизи входа в сопло и обтекался воздухом в поперечном направлении. Начальная скорость капель определялась давлением воды, питающей генератор, размеры частиц составляли 30—300 мкм.

Измерения скорости капель проводились с помощью дифференциального ЛДА, в котором интерференционное поле формировалось бипризмой Френеля. В соответствии с выводами § III.4 период интерференционного поля Λ должен быть сравнимым с размерами частиц.

В ядро потока с помощью генератора вводилась цепочка капель (в опытах размер их был задан — $2a = 72$ и 142 мкм). Диаметр капли измерялся микроскопом при стробоскопическом освещении. При этом капли казались неподвижными, что позволяло их фотографировать и измерять далее размер, форму, начальную скорость и расстояние между ними. Начальная скорость капель измерялась также доплеровским методом для сравнения результатов. Расхождение оказалось менее 2%.

Значения коэффициента скольжения капель ψ для i -го сечения сопла рассчитывались по формуле

$$\psi = (v^i - v^0)/v_g^i,$$

где v^i, v^0, v_g^i — скорость движения капли в i -м сечении, начальная ее скорость и скорость воздуха в i -м сечении. Распределение скоростей потока воздуха v_g^i было получено по результатам измерения статического давления по обводу сопла и представлено для трех режимов на рис. 6.23 (Q — расход газа).

При визуальных наблюдениях движения цепочки капель выяснилось, что в зоне малых градиентов скорости воздушного потока вблизи капилляра капли практически сферичны и слабо вращались в потоке воздуха. По мере продвижения капель вниз по потоку в зону увеличенных градиентов их форма становилась дискообразной, затем, в зоне пониженного давления, серповидной с выпуклостью и далее капли разрывались обычно на две части. При увеличении градиента скорости зона интенсивного разрыва капель перемещалась вверх по потоку.

Данные измерений абсолютной скорости движения капель с помощью ЛДА приведены на рис. 6.24. Видно, что капли меньшего размера имеют большие скорости в результате воздействия одного и того же воздушного потока. Соответствующая зависимость от размера капель наблюдается и для коэффициента скольжения капель ψ (рис. 6.23). Заметим, что измерения оптическим

методом производились во всей зоне движения капель в суживающейся части сопла вплоть до горла, где имела зона интенсивного разрыва капель.

Проведенные эксперименты с помощью ЛДА и специальной фотоаппаратуры подтвердили предположения о значительном изменении формы капли, следовательно, и ее аэродинамического сопротивления в ускоряющем потоке воздуха, а также позволили получить количественные данные по коэффициентам разгона.

В [43] с помощью ЛДА изучалось движение двухфазного

Рис. 6.23. Распределение скоростей газа и коэффициента скольжения вдоль сопла Лавала. Первый индекс (1, 2, 3) соответствует трем режимам потока ($Q_1 > Q_2 > Q_3$). Второй индекс указывает на размер частиц: 1 — $d = 72$, 2 — 142 мкм.

Рис. 6.24. Распределение скоростей капель по длине канала. Индексы те же, что и на рис. 6.23.

газонасыщенного водного потока. Эта задача является важной и интересной в связи с проблемой снижения турбулентного трения в кавитационном слое. Измерения проводились в канале прямоугольного сечения 40×30 мм². В дно канала была вмонтирована микропористая пластина, через которую в водный поток под давлением поступал воздух в виде пузырьков заданного размера. Объемный расход газа через пластину контролировался манометром. Профиль скорости снимался в сечении, перпендикулярном оси канала, на расстоянии 50 мм от задней кромки проницаемой пластины.

На рис. 6.25 показано распределение объемного газосодержания по сечению рабочей части при различных режимах. По оси абсцисс откладывается безразмерное расстояние от нижней стенки трубы $\bar{y} = 2y/H$, где $H = 30$ мм — высота канала; по

оси ординат — объемное газосодержание $\bar{C}$, $C_q = Q/(vS)$ — безразмерный коэффициент расхода газа, Q — объемный расход газа, S — смоченная площадь пронизаемого покрытия. Распределения объемов газа в турбулентном потоке имеют три основные особенности в зависимости от места вдува: во-первых, в самой непосредственной близости от нижней стенки трубы (в вязком подслое)

Рис. 6.25. Распределение объемного газосодержания по сечению трубы: 1 — $C_q = 0,29 \cdot 10^{-3}$, 2 — $C_q = 1,72 \cdot 10^{-3}$, 3 — $C_q = 2,60 \cdot 10^{-3}$, 4 — $C_q = 4,3 \cdot 10^{-3}$; $v_{\max} = 8,3$ м/с.

объемная концентрация газа равна 0, во-вторых, максимум ее приходится на $\bar{y} = 0,1$, в-третьих, при движении к оси трубы она плавно уменьшается до нуля. Причиной существования зоны чистой жидкости в непосредственной близости от нижней стенки и сосредоточения малых газовых пузырьков на некотором расстоянии от нее, по-видимому, являются сила Жуковского, связанная со значительной циркуляцией скорости вокруг только что оторвавшихся с пронизаемого покрытия пузырьков, и сила их плавучести.

Измерения проводились ниже и выше зоны максимальной концентрации пузырьков. В центральной зоне, где концентрация пузырьков наибольшая, измерения невозможны из-за многократного рассеяния лазерного пучка. На экспериментально снятых кривых (рис. 6.26) представлены результаты измерения профиля скорости в таком потоке при различных объемных расходах воздуха через пластину. Сплошная кривая — теоретическая, соответствующая нулевой концентрации. Хорошо видна деформация профиля скорости с уменьшением угла его наклона при высоких расходах.

Важным параметром двухфазного потока является скорость скольжения частиц, т. е. разность между скоростью газа и скоростью частиц. Поскольку эта величина может быть малой при большой абсолютной скорости газа, то независимое измерение сначала скорости газа, а потом скорости частиц приводит к большим погрешностям. Методы лазерной доплеровской анемометрии позволяют непосредственно измерять скорость скольжения. Такой

Рис. 6.26. Распределение скоростей в двухфазном газонасыщенном потоке поперек канала. Обозначения те же, что и на рис. 6.25.

метод был предложен и реализован впервые в [44]. В двухфазный газовый поток, содержащий крупные частицы, добавляются еще и мелкие, которые полностью им увлекаются. Тогда спектр доплеровского сигнала содержит две составляющие, соответствующие скорости мелких и крупных частиц. Разности частот между этими составляющими характеризуют скорость скольжения крупных частиц. Позднее аналогичный способ был реализован и в [45]. Используя зависимость амплитуды доплеровского сигнала от параметров оптической схемы и размера частиц [III, 24], можно сначала измерить скорость мелких частиц, а затем, перестроив схему, измерить скорость крупных. Однако прямой способ измерения скорости скольжения частиц в потоке является более точным.

Наряду с измерением скорости частиц важной задачей диагностики двухфазного потока является измерение их размеров и концентрации. Причем, в отличие от других оптических методов, методы лазерной анемометрии позволяют одновременно измерять скорость, размер и концентрацию частиц [46, V.5]. Измерения размеров основаны на зависимости амплитуды доплеровского сиг-

пала от размера движущихся частиц, а концентрации — на измерении числа импульсов фототока. На рис. 6.27 представлены результаты определения размеров частиц, полученные по методу измерения минимума глубины модуляции фототока, впервые предложенному в [III.23]. Этот метод позволяет измерить размеры частиц в диапазоне от 5 до 500 мкм.

Размеры частиц можно определить по измеренной доплеровским методом их скорости при известном законе движения [47—50].

В [V.7] были рассмотрены методы измерения двухфазного потока, основанные на применении в ЛДА электрической и оптической фильтраций. Это позволяет создать анемометры, которые измеряют скорость частиц с заданными параметрами, например, с заданным размером, формой или направлением движения [51].

В заключение отметим другие работы, в которых методы лазерной анемометрии использовались для диагностики двухфазных потоков. В [52] исследовались особенности скоростной неравновесности газа и частиц, возникающие при ускорении двухфазного потока в сверхзвуковом сопле, а также при переходе через прямой скачок уплотнения. Измерялся коэффициент сопротивления мелких частиц в широком диапазоне чисел Рейнольдса и Маха. Исследовалось движение частиц бронзы, оргстекла, алюминия с размерами от 15 до 200 мкм при скорости потока до 600 м/с. В [53] исследовался двухфазный поток типа «газ — твердые частицы». Получены распределения скоростей газа и твердых частиц в канале и в спутном потоке.

Использование ЛДА позволяет также проводить исследования внутриклеточной подвижности, причем малые скорости одной из фаз допускают обработку сигнала на ЭВМ в реальном масштабе времени [54, 55].

§ 6. Исследования газовых потоков

При исследовании газовых потоков с помощью ЛДА возникает ряд трудностей. Во-первых, это получение и ввод светорассеивающих частиц в газовый поток, и, во-вторых, поведение этих частиц в потоке не всегда отражает картину течения газа. Особенно это заметно при исследовании сверхзвуковых газовых потоков в аэродинамических трубах [56—62, V.24].

Рис. 6.27. Корреляция размеров частиц, измеренных с помощью ЛДА (ось ординат) и весовым способом (ось абсцисс).

Доплеровский метод позволяет измерять скорость светорассеивающих частиц, движущихся в исследуемом потоке. Поэтому по полученным данным можно судить с достаточной точностью о величине скорости потока только в том случае, когда эти частицы полностью им увлекаются. При исследовании газовых потоков, а особенно сверхзвуковых, возникают случаи, когда скорость

Рис. 6.28. Распределение скоростей частиц за ударной волной (теория) 1 — $d=0,2$, 2 — $1,0$, 3 — $5,0$ мкм.

движения светорассеивающих центров может существенно отличаться от скорости газа, например, при обтекании сверхзвуковым потоком моделей различной формы. В области скачка уплотнения скорость газа мгновенно уменьшается в несколько раз по сравнению со скоростью потока, а изменение скорости частиц происходит более медленно.

Степень соответствия скорости движения частиц скорости потока. В [57] рассчитывалась скорость движения твердой частицы за ударной волной перед сферой в гиперзвуковом потоке при числе Маха $M_\infty = 5$.

На рис. 6.28 приведены результаты численных расчетов для частиц нескольких размеров и двух различных плотностей. На графике по оси ординат отложена величина v^0 , равная отношению скорости в исследуемой точке к скорости невозмущенного потока, а по оси абсцисс — величина x^0 , равная отношению координаты исследуемой точки к отходу ударной волны. Штрихпунктирной линией показаны результаты расчета скорости газа. Там же показаны скорости твердых частиц с плотностями 2000 кг/м^3 (сплошные линии) и 200 кг/м^3 (штриховые). Из графика видно, что достаточно хорошо следуют за изменением скорости газа частицы диаметром меньше $1,0 \text{ мкм}$ при плотности до 200 кг/м^3 .

Если скорости частиц и газа не совпадают, то скорость газа можно рассчитать по измеренной скорости частиц. Методика расчета была предложена проф. Г. Л. Гродзовским [58]; суть ее сводится к следующему. В тех случаях, когда скорость частицы v_p заметно отличается от скорости газа v_g , последнюю можно вычислить по уравнению

$$v_g = v_p (1 + \tau \, dv_p/dt), \quad \tau = d_p^2 \rho_p / 18 \mu \Phi.$$

В этих выражениях τ — характерное время, d_p , ρ_p — диаметр и плотность частицы, μ — вязкость газа, Φ — поправка в законе сопротивления Стокса, учитывающая характеристики потока. Согласно полученному выражению для определения скорости газа по измеренной скорости частиц необходимо определить ускорение

частицы и знать время τ , которое является характеристикой данной частицы и режима течения. Так, для частицы из полистирола диаметром $d = 0,5$ мкм и плотностью 1500 кг/м³, находящейся в потоке жидкости, при $\Phi = 1,0$ и $T = 288$ К характерное время $\tau = 1,2 \cdot 10^{-8}$ с. За это время частица при скорости движения $v = 10$ м/с пройдет путь, равный $1,2$ мкм. Поэтому можно считать, что частицы полностью увлекаются потоком. Для газовых высокоскоростных потоков с малой вязкостью из-за эффекта разреженности газа при тех же условиях $\tau = 1,1 \cdot 10^{-6}$ с. Путь, проходимый потоком с $v = 2000$ м/с, равен $2,2$ мм. Это означает, что скорость частиц в определенных областях будет существенно отличаться от скорости потока.

В тех случаях, когда размер и плотность частиц, а также закон их сопротивления заранее неизвестны, величину τ можно определить, проводя измерения распределения скорости частиц в потоке с известным профилем скорости газа. С этой целью решается модельная задача движения частиц при внезапном изменении скорости газового потока в момент времени $t = 0$. При $t < 0$ частицы имеют постоянную скорость v_∞ , равную скорости равномерного потока. При $t \geq 0$ скорость потока равна $v_s = \text{const}$ и совпадает по направлению с v_∞ . Из сопоставления расчетной скорости скольжения и экспериментальной определяется характерное время частицы.

Измерения скоростей частиц за ударной волной [57]. Эксперименты были проведены в аэродинамической трубе при числе Маха $M_\infty = 5$, давлении торможения $p_0 = 8 \cdot 10^5$ Па и температурах торможения $T_0 = 400 - 700$ К. Рабочая часть трубы выполнена в виде камеры Эйфеля диаметром $1,0$ м, диаметр газовой струи 280 мм, труба оборудована керосиновым подогревателем. Из-за неполного сгорания топлива в воздушном потоке имелись частички сажи, которые использовались в качестве светорассеивающих центров. Проводились измерения их скорости в свободном гиперзвуковом потоке [56, 57, V.24]. В исследованиях использовался лазерный доплеровский анемометр с интерферометром Фабри — Перо [V.25], описание которого было дано в § V.4 (рис. 5.31). Показано, что в свободном гиперзвуковом потоке частицы сажи полностью им увлекаются, и по измеренной скорости движения частиц можно с высокой степенью точности судить о скорости самого потока.

Были проведены также измерения скорости за ударной волной перед сферой диаметром 70 мм. Результаты измерений скорости v^0 , полученные лазерным доплеровским анемометром, приведены на рис. 6.29 (светлые точки). При получении этих данных измерения скорости проводились в одной точке, а модель с помощью координатника перемещалась вдоль продольной оси трубы. Приведенные результаты указывают на то, что на расстоянии, составляющем до $0,3x^0$ от ударной волны, измеренная скорость су-

щественно превышает расчетную (штрихпунктирная линия), а затем удовлетворительно с ней совпадает. Следует отметить, что расчет соответствует течению невязкого газа. На рис. 6.29 темными точками нанесены значения скорости газа, вычисленные по изложенной выше методике. Величина τ определялась экспери-

Рис. 6.29. Распределение скоростей частиц за ударной волной (эксперимент).

ментально. Измерение поля скоростей в этой области с помощью насадков невозможно.

Исследование сжимаемого турбулентного пограничного слоя и области отрыва [60, 61]. Опыты проводились при числах $M_\infty = 5$ и $Re_x \sim 10^7$. Для создания продольного положительного градиента давления и областей отрыва в конце цилиндра устанавливались хвостовики, выполненные в виде осесимметричных поверхностей изотропического сжатия с различными углами раствора. Профиль продольной составляющей ско-

рости измерялись с помощью насадков p_0 и t_0 , а также с помощью ЛДА. При отсутствии продольного градиента давления профили скорости, измеренные различными методами, удовлетворительно согласуются между собой и с результатами расчетов. При наличии продольного положительного градиента давления профили скорости становятся менее заполненными. Статическое давление, вычисленное по результатам измерений скорости с помощью ЛДА и давления p_0 , переменено по толщине пограничного слоя. В области отрыва с помощью ЛДА измерены скорости возвратных течений.

Пограничный слой изучался на продольно-обтекаемом цилиндре диаметром 0,05 м и длиной 0,8 м, носок которого имел форму острого конуса с полууглом раствора 10° . Для обеспечения адиабатических условий течения модель была изготовлена из низкопроводящего материала — текстолита. На модели происходил естественный переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный, и к концу цилиндра толщина турбулентного пограничного слоя достигала 10 мм. Для исследования областей отрыва турбулентного пограничного слоя в конце цилиндра устанавливались конические щитки с полууглами раствора $\varphi = 30, 35, 40, 45, 60$ и 90° . Проводились измерения распределения давления вдоль поверхностей.

На рис. 6.30 приведены типичные профили скорости в турбулентном пограничном слое при постоянном вдоль цилиндра градиенте давления $dp/dx = 0$ (1 — ЛДА, 2 — насадки), $dp/dx = 0,1$ МПа/м (3) и в области отрыва перед щитком с $\varphi = 40^\circ$ (4). Здесь δ — толщина пограничного слоя, v_∞ — скорость потока на его границе. На этом же рисунке сплошной линией приведен рас-

четный профиль скорости в турбулентном пограничном слое на теплоизолированной пластине при $M_\infty = 5$, $Re_x = 10^7$. Видно, что при $dp/dx = 0$ результаты измерений двумя независимыми методами удовлетворительно согласуются между собой и с численным расчетом. При $dp/dx > 0$ и в областях отрыва измерения скорости проводились только с помощью ЛДА, так как применение

Рис. 6.30. Распределение скоростей газа в отрывной зоне.

Рис. 6.31. Распределение скоростей газа по сечению хроматографической камеры.

насадков в этих условиях может привести к нарушениям картины течения. Из графика видно, что при $dp/dx > 0$ профили скорости становятся менее заполненными. В областях отрыва измерены скорости возвратных течений. На основании проведенных экспериментов можно говорить о том, что рассматриваемый метод обеспечивает достаточную точность измерения скорости в свободном потоке. При исследовании потоков с большими градиентами скорости, например, при переходе через скачок уплотнения, где скорость газа меняется практически мгновенно, желательно использовать светорассеивающие частицы малых размеров и плотностей или пересчитывать результаты измерений с учетом закона сопротивления частиц в потоке.

В работах [63, 64] были рассмотрены вопросы оптимизации оптических схем лазерных доплеровских анемометров применительно к исследованию сверхзвуковых газовых потоков.

Исследования распределения скоростей в хроматографической камере [65, 66]. Интересные результаты были получены при измерении с помощью ЛДА распределения скоростей газа на выходе хроматографической колонны. Цилиндрическая колонна была выполнена из стекла, имела внутренний диаметр 140 мм и длину 900 мм, с торцов закрыта фланцами. Через нижний фланец

подавался газ с аэрозольными частицами. Колонна заполнялась частицами Spheroschrom-1 с размером гранул 0,5—1,0 мм.

На рис. 6.31 показаны распределения скоростей над поверхностью гранул на высоте 1 мм. Из рисунка видно, что наблюдаются сильные осцилляции в распределении скоростей, которые зависят от метода заполнения колонны. Наличие таких осцилляций существенно сказывается на эффективности работы хроматографических колонн. Этот же эффект позднее был обнаружен и в работе [67].

При решении аэродинамических задач важно рационально сочетать возможности оптических методов с расчетными [68].

ЛИТЕРАТУРА

К главе I

1. Страховский Г. М., Успенский А. В. Основы квантовой электроники.— М.: Высшая школа, 1979.
2. Качмарек Ф. Введение в физику лазеров: Пер. с польск./Под ред. М. Ф. Бухенского.— М.: Мир, 1981.
3. Степанов Б. И., Рубинов А. Н.— УФН, 1968, т. 95, № 1, с. 45.
4. Богданкевич О. В., Дарзиев С. А., Елисеев П. Г. Полупроводниковые лазеры.— М.: Наука, 1976.
5. Zubov B. A. Методы измерения характеристик лазерного излучения.— М.: Наука, 1973.
6. Хирд Г. Измерение лазерных параметров: Пер. с англ./Под ред. Ф. С. Файзуллова.— М.: Мир, 1970.
7. Анапьев Ю. А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения.— М.: Наука, 1979.
8. Иценко Е. Ф. Открытые оптические резонаторы.— М.: Советское радио, 1980.
9. Быков В. П. Специальные оптические резонаторы.— В кн.: Справочник по лазерам. Т. 2: Пер. с англ./Под ред. А. М. Прохорова.— М.: Советское радио, 1978.
10. Тункин В. Г., Чиркин А. С.— В кн.: Перица Я. Когерентность света: Пер. с англ.— М.: Мир, 1974.
11. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику.— М.: Наука, 1981.
12. Зайцев Ю. И., Степанов Д. П.— Письма в ЖЭТФ, 1967, т. 6, с. 733; ЖЭТФ, 1968, т. 55, с. 1645.
13. Васильев А. В., Zubov B. A., Ринкевичюс Б. С.— Кратк. сообщ. по физ., 1980, № 11, с. 13.
14. Kogelnik H., Li T.— Appl. Opt., 1966, v. 5, № 10, p. 1550.
15. Гончаренко А. М. Гауссовы пучки света.— Минск: Наука и техника, 1977.
16. Богданов С. В., Ринкевичюс Б. С., Чудов В. Л.— Квант. электрон., 1978, т. 5, № 7, с. 1476.
17. Борн М., Вольф Э. Основы оптики: Пер. с англ./Под ред. Г. П. Мотулевич.— М.: Наука, 1970.
18. Калигевский Н. И. Волновая оптика.— М.: Высшая школа, 1978.
19. Нагибина И. М. Интерференция и дифракция света.— Л.: Машиностроение, 1974.
20. Зоммерфельд А. Оптика: Пер. с англ.— М.: ИЛ, 1953.
21. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 4.— М.: Наука, 1980.
22. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику: Пер. с англ./Под ред. Г. И. Косоруова.— М.: Мир, 1970.
23. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике: Пер. с англ./Под ред. В. И. Алексеева.— М.: Мир, 1971.
24. Зверев В. А. Радиооптика.— М.: Советское радио, 1975.
25. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн.— М.: Наука, 1979.
26. Mie G.— Ann. d. Physik, 1908, Bd 25, № 4, S. 377.
27. Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде.— М.: Гостехиздат, 1951.
28. Зуев В. Е. Распространение видимых и инфракрасных волн в атмосфере.— М.: Советское радио, 1970.

29. Иванов А. П. Физические основы гидрооптики.— Минск: Наука и техника, 1975.
30. Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами: Пер. с англ./Под ред. В. В. Соболева.— М.: ИЛ, 1961.
31. Мак-Картни Э. Оптика атмосферы: Пер. с англ./Под ред. К. С. Шифрина.— М.: Мир, 1979.
32. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами: Пер. с англ./Под ред. К. Я. Кондратьева.— М.: Мир, 1971.
33. Шифрин К. С., Зельманович Н. Л. Таблицы по светорассеянию. В 4-х ч.— Л.: Гидрометеоиздат, 1966—1970.
34. Colack S., Yeh C., Casperson W.— Appl. Opt., 1979, v. 18, № 3, p. 294.
35. Соболева Н. А., Мелаид А. Е. Фотозлектронные приборы.— М.: Высшая школа, 1974.
36. Павлов А. В., Черников А. Н. Приемники излучения автоматических оптико-электронных приборов.— М.: Энергия, 1972.
37. Ван дер Зил А. Шумы при измерениях: Пер. с англ./Под ред. А. К. Нарышкина.— М.: Мир, 1979.
38. Шереметьева А. Г., Толкачев Р. Г. Лазерная связь.— М.: Связь, 1974.
39. Росс М. Лазерные приемники: Пер. с англ./Под ред. А. В. Иевского.— М.: Мир, 1969.
40. Прагг В. Лазерные системы связи: Пер. с англ./Под ред. А. Г. Шереметьева.— М.: Связь, 1972.
41. Шестов Н. С. Выделение оптических сигналов на фоне случайных помех.— М.: Советское радио, 1967.
42. Siegman A. E.— Proc. IEEE, 1966, v. 54, № 10, p. 1350.
43. Ramam C. V., Nagendra Nath N. S.— Proc. Ind. Inst. Sci., 1935, № II (A), p. 406, 413; 1936, № III (A), p. 75, 119, 459.
44. Рытов С. М.— Изв. АН СССР. Физ., 1937, № 2, с. 222.
45. Мустель Е. Р., Парыгин В. И. Методы модуляции и сканирования света.— М.: Наука, 1970.
46. Ребрин Ю. К. Управление оптическим лучом в пространстве.— М.: Советское радио, 1977.
47. Uchida N., Niezcki N.— Proc. IEEE, 1973, v. 61, № 8, p. 1073.
48. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики.— М.: Наука, 1971.
49. Warner A. W., White D. L., Bonner W. A.— J. Appl. Phys., 1972, v. 43, № 11, p. 4489.
50. Chang C.— IEEE Trans.: Sonics and Ultrasonics, 1976, v. SU-23, № 1, p. 2.
51. Мазухин В. М., Сапожников В. К., Сербуленко М. Г. и др.— Автометрия, 1975, № 3, с. 47.
52. Джеррард А., Бёрч Д. М. Введение в матричную оптику: Пер. с англ./Под ред. В. В. Коробкина.— М.: Мир, 1978.
53. Аззам Р., Башара Р. Эллипсометрия и поляризованный свет: Пер. с англ./Под ред. А. В. Ржапова и К. К. Саяташева.— М.: Мир, 1981.
54. Belousov P. Ya., Dubnitshev Yu. N., Stolporiski A. A.— Opt. a. Laser Technol., 1977, v. 9, № 1, p. 31.
55. Кулеш В. П., Назаев А. И., Орлов А. А. и др.— Тр./Центр. аэрогидродинам.-т, 1976, вып. 1750, с. 270.
56. Приезжев А. В., Тихомиров А. Г., Яковлев В. А.— Вестник Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астроном., 1979, т. 20, № 6, с. 93.
57. Аменцкий А. Н., Кирсанов М. А., Ринкевичус Б. С.— Теплофиз. выс. температур., 1974, т. 12, № 1, с. 227.
58. Doppler Ch. Abhanglügen — Leipzig: Verlag von W. Endelmann. 1907.
59. Yeh Y., Cummins H. Z.— Appl. Phys. Lett., 1964, v. 4, № 4, p. 176.
60. Ринкевичус Б. С., Толкачев А. В.— Ж. прикл. спектр., 1968, т. 9, № 5, с. 748.

61. Ринкевичюс Б. С.— УФН, 1973, т. 111, № 2, с. 305.
62. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Коронкевич В. П. и др. Лазерные доплеровские измерители скорости/Под ред. Ю. Е. Нестерихина.— Новосибирск: Наука, 1975.
63. Ринкевичюс Б. С. Лазерная анемометрия.— М.: Энергия, 1978.
64. The accuracy of Flow Measurements by Laser Doppler Methods: Proc. LDA-Symposium.— Copenhagen: Technical University of Denmark, 1975.
65. Wiatrasiewicz B. M., Rudd M. J. Laser Doppler Measurements.— London: Butterworths, 1976.
66. Тр./Центр. аэрогидродин. ин-т. Лазерное доплеровское измерение скорости газовых потоков/Под ред. Г. Л. Гродзовского, 1976, вып. 1750.
67. Durst F., Melling A., Whitelaw J. H. Principles and Practice of Laser-Doppler anemometry.— London: Academic Press, 1976.
68. Джурани Т., Грейтуд К. Лазерные системы в гидродинамических измерениях: Пер. с англ./Под ред. А. И. Божкова.— М.: Энергия, 1980.
69. Спектроскопия оптического смещения и корреляция фотонов/Под ред. Г. Камминса и Э. Пайка: Пер. с англ./Под ред. Ф. В. Бункина.— М.: Мир, 1978.
70. Крылов К. И., Прокопенко В. Т., Митрофанов А. С. Применение лазеров в машиностроении и приборостроении.— Л.: Машиностроение, 1978.
71. Лазерные измерительные системы/Под ред. Д. П. Лукьянова.— М.: Радио и связь, 1981.
72. Евдокимов М. В., Приезжев А. В., Романовский Ю. М.— Квант. электрон., 1981, т. 8, № 12, с. 2592.
73. Rudd M. J.— J. Fluid Mech., 1972, v. 51, № 4, p. 673.
74. Орлов А. А.— Тр./Центр. аэрогидродин. ин-т. 1976, вып. 1750, с. 144.
75. Кривошеев Г. В., Ступак М. Ф.— В кн.: Лазерная доплеровская анемометрия и ее применения.— Новосибирск: Ин-т автомат. и электромтр. СО АН СССР, 1980, с. 8.
76. Дубнищев Ю. Н., Попов Т. Я.— Письма в ЖТФ, 1978, т. 4, с. 526; Опт. и спектр., 1978, т. 44, с. 815.
77. Stevenson W. H., Santos R., Mottler S. C.— Appl. Phys. Lett., 1975, v. 27, № 7, p. 395.

К главе II

1. Foreman J. W., George E. W., Lewis R. D.— Appl. Phys. Lett., 1965, v. 7, № 4, p. 77.
2. Goldstein R. J., Kreid D. K.— Trans. ASME, J. Appl. Mech., 1967, v. 34, № 4, p. 813.
3. Mayo W. T.— J. Phys. E, 1970, v. 3, p. 235.
4. Дубнищев Ю. Н., Коронкевич В. П., Соболев В. С. и др.— Автометрия, 1969, № 6, с. 115.
5. Vasilenko Yu. G., Dubnistchev Yu. N., Koronkevitch V. P. et al.— Opt. a. Laser Technol., 1972, v. 4, № 6, p. 270.
6. Дубнищев Ю. Н., Коронкевич В. П., Соболев В. С.— Автометрия, 1971, № 1, с. 43.
7. Ринкевичюс Б. С.— Радиотехн. и электрон., 1969, т. 14, № 10, с. 1903.
8. Ринкевичюс Б. С. Применение ОКГ для измерения скоростей потоков жидкостей и газа: Автореферат канд. дисс.— М.: МЭИ, 1969, с. 18.
9. Lehman B.— Wiss. Ber. AEG — Telefunken, 1968, Bd 41, № 3, S. 141.
10. Rudd M. J.— J. Phys. E, 1969, v. 2, № 2, p. 55.
11. Дубнищев Ю. Н., Ковшов Ю. М.— Автометрия, 1971, № 3, с. 87.
12. Mazumder M. K., Wankum D. L.— Appl. Opt., 1970, v. 9, № 3, p. 633.
13. Wang C. P.— Appl. Phys. Lett., 1971, v. 18, № 11, p. 522.
14. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н.— Автометрия, 1972, № 5, с. 51.
15. Drain L. E.— J. Phys. D, 1972, v. 5, № 3, p. 481.

16. Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И., Фабрикант В. А.— Опт. и спектр., 1976, т. 40, № 5, с. 885.
17. Скваорцов В. В.— Тр./Центр. аэрогидродин. ин-т, 1976, вып. 1750, с. 148.
18. Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И.— В кн.: Голографические методы обработки информации.— М.: МИРЭА, 1978, с. 93.
19. She C. Y., Wall L. S.— J. Opt. Soc. Amer., 1975, v. 65, № 1, p. 69.
20. Abbis J. B., Chubb T. W., Pike E. R.— Opt. a. Laser Technol., 1974, v. 6, p. 249.
21. Дерезанко Н. Ф., Латышев В. М., Трохан А. М.— Ж. прикл. мех. и техн. физ., 1968, № 5, с. 106.
22. Ballik E. A., Chan J. H. C.— Appl. Opt., 1973, v. 12, № 11, p. 2607.
23. Bossel H. H., Hiller W. J., Meier G. E.— J. Phys. E, 1972, v. 5, № 9, p. 893.
24. Дубнищев Ю. Н., Василенко Ю. Г., Уткин Е. Н.— Опт. и спектр., 1973, т. 35, № 2, с. 366.
25. Дубнищев Ю. Н.— Авт. св. СССР № 401221, БИ, 1974, № 25.
26. Дубнищев Ю. Н., Василенко Ю. Г.— Авт. св. СССР № 413892, БИ, 1974, № 33.
27. Дубнищев Ю. Н., Вагтрушкин А. И., Попова Т. Я.— Опт. и спектр., 1974, т. 36, № 6, с. 1184.
28. Dubnistchev Yu. N., Vasilenko Yu. G.— Opt. a. Laser Technol., 1974, v. 6, № 5, p. 225; Автометрия, 1973, № 6, с. 46.
29. Dubnistchev Yu. N., Koronkevitch V. P., Vasilenko Yu. G. et al.— IEEE J. Quant. Electron., 1973, v. QE-9, № 6, p. 658.
30. Koronkevitch V. P., Dubnistchev Yu. N., Arnautov G. P. et al.— In: Optical information processing. V. 2.— N. Y.: Plenum Press, 1977, p. 125.
31. Mazumder M. K.— Appl. Phys. Lett., 1970, v. 16, № 11, p. 462.
32. Oldengarm J., Krieken A. N., Raterink H. J.— Opt. a. Laser Technol., 1973, v. 5, № 6, p. 249.
33. Denison E. B., Stevenson W. H.— Rev. Sci. Instrum., 1970, v. 41, № 10, p. 1475.
34. Durao D. F., Whitelaw J. H.— J. Phys. E, 1975, v. 8, p. 776.
35. Buchave P.— Opt. a. Laser Technol., 1975, v. 7, № 4, p. 11.
36. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Соболев В. С. и др.— Автометрия, 1974, № 6, с. 83.
37. Коалычев А. М., Ринкевичюс Б. С., Чудов В. Л.— Радиотехн. и электрон., 1975, т. 20, № 10, с. 2215.
38. Ohtsuka Y., Tanaka K.— Appl. Opt., 1975, v. 13, № 2, p. 194.
39. Drain L. E., Moos B. S.— Opto-electron., 1972, v. 4, № 4, p. 429.
40. Adrian R. J.— Proc. IEEE, 1970, v. 58, № 9, p. 1391.
41. Dahlquist J. A., Peterson D. C., Gulshaw W.— Appl. Phys. Lett., 1966, v. 9, № 5, p. 181.
42. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н.— Опт. и спектр., 1978, т. 45, № 5, с. 958.
43. Orloff K. L., Logan S. E.— Appl. Opt., 1973, v. 12, № 10, p. 2477.
44. Blake K. A.— Opto-electron., 1973, v. 5, p. 27.
45. Adrian R. J.— J. Phys. E, 1975, v. 8, p. 723.
46. Grant G. R., Orloff K. L.— Appl. Opt., 1973, v. 12, № 12, p. 2913.
47. Кулябин В. М.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1975, вып. 222, с. 80.
48. Farmer W. M., Hornkohl J. O.— Appl. Opt., 1973, v. 12, № 11, p. 92.
49. Dubnistchev Yu. N., Koronkevich V. P., Sobolev V. S. et al.— Proc. DISA Conference on Fluid and Dynamic measurements, 1972, Leicester, v. 1, p. 73.
50. Ohtsuka Y.— Japan. J. Appl. Phys., 1973, v. 12, № 11, p. 1766.
51. Васильев А. В., Ринкевичюс Б. С.— Квант. электрон., 1980, т. 7, № 11, с. 2506.
52. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н.— Опт. и спектр., 1976, т. 41, № 4, с. 132.
53. Huffaker R. M.— Appl. Opt., 1976, v. 9, № 5, p. 1026.

К главе III

1. Ринкевичюс Б. С. Основы лазерной диагностики потоков: Автореферат докт. дисс.— М.: Физ. ин-т АН СССР, 1979, с. 38.
2. Ринкевичюс Б. С., Соколов А. Л.— Опт. и спектр., 1980, т. 49, № 2, с. 347.
3. Ринкевичюс Б. С., Фабрикант В. А.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1979, вып. 422, с. 3.
4. Li M. C.— J. Opt. Soc. Amer., 1975, v. 65, No. 5, p. 586.
5. Jones A. R.— J. Phys. D, 1973, v. 6, № 4, p. 417; 1974, v. 7, № 10, p. 1369.
6. Ринкевичюс Б. С., Фабрикант В. А.— В кн.: Достижения спектроскопии: Сб. докл. на XVIII съезде по спектроск., июнь 1977, Горький.— М.: АН СССР, 1978, с. 365.
7. Adrian R. J., Earley W. L.— In: Proc Minnesota Symposium on Laser Anemometry.— Bloomington: 1975, p. 426.
8. Ринкевичюс Б. С., Соколов А. Л.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1980, вып. 465, с. 12.
9. Рылов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1.— М.: Наука, 1976.
10. Бояринцев В. И., Гуменник Е. В., Кулыбин В. М. и др.— Ин-т пробл. мех. АН СССР. Препр. 1980, № 144.
11. Ринкевичюс Б. С.— В кн.: Методы лазерной доплеровской диагностики в гидроаэродинамике.— Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1978, с. 34.
12. Ринкевичюс Б. С.— В кн.: Лазерная доплеровская анометрия и ее применения.— Новосибирск: Ин-т автомат. и электромтр. СО АН СССР, 1980, с. 3.
13. Щербина Ю. А. Многочастичные доплеровские измерители скорости и концентрации/Под ред. В. М. Иевлева.— Долгопрудный: МФТИ, 1978.
14. Соболев В. С.— Автометрия, 1974, № 6, с. 111.
15. Вискобойников Ю. Е., Томсонс Я. Я.— Автометрия, 1973, № 4, с. 27; 1975, № 4, с. 10.
16. Безуглов В. А. Локальные оптические методы измерений турбулентных пульсаций: Автореферат канд. дисс.— Долгопрудный: МФТИ, 1975, с. 22.
17. Смирнов В. И. Анализ рассеянного турбулентным потоком излучения в приложении к задачам лазерной анометрии: Автореферат канд. дисс.— М.: ВНИИОФИ, 1976, с. 22.
18. Кросиньяни Б., Ди Порто П., Бертолотти М. Статистические свойства рассеянного света: Пер. с англ./Под ред. П. Л. Фабелинского.— М.: Наука, 1980.
19. Eliasson B., Dändliker R.— Opt. Acta, 1974, v. 21, № 2, p. 119.
20. Barill G. A., Dubnisterchev Yu. N., Koronkevich V. P. et al.— In: Acta IMEKO VI Measurement and instrumentation. V. 2.— Budapest — Dresden: 1973, p. 106.
21. Скворцов В. В.— Тр./Центр. аэрогидродин. ин-т, 1976, вып. 1750, с. 32.
22. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике: Пер. с англ./Под ред. И. Г. Абрамовича.— М.: Наука, 1968.
23. Ринкевичюс Б. С., Янина Г. М.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1971, вып. 94, с. 78.
24. Ринкевичюс Б. С., Янина Г. М.— Радиотехн. и электрон., 1973, т. 18, № 7, с. 1353.
25. Farmer W. M.— Appl. Opt., 1972, v. 11, № 11, p. 2603.
26. Vasilenko Yu. G., Dubnitshev Yu. N., Koronkevich V. P. et al.— Opto-electron., 1973, № 5, p. 153.
27. Dursi F., Eliasson B.— In: Proc. LDA-75 Symposium.— Copenhagen: Technical University of Denmark, 1975.
28. Ринкевичюс Б. С., Терехова Д. С., Толкачев А. В.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1978, вып. 350, с. 82.

29. Кулыбин В. М., Ринкевичюс Б. С.—Теплофиз. выс. температур., 1973, т. 11, № 3, с. 653.
30. Forstman J. W.—Appl. Opt., 1967, v. 6, № 5, p. 821.
31. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Журавель Ф. А.—Опт. и спектр., 1976, т. 11, с. 293.
32. Кулеш В. П.—Тр./Центр. аэрогидродин. ин-т, 1976, вып. 1750, с. 70.
33. Скворцов В. В.—Опт. и спектр., 1979, т. 47, № 4, с. 752.
34. Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И., Соколова Е. Л.—Тр./Моск. энерг. ин-т, 1980, вып. 465, с. 3.
35. Ринкевичюс Б. С.—Тр./Моск. энерг. ин-т, 1972, вып. 144, с. 48.
36. Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И.—Тр./Моск. энерг. ин-т, 1975, вып. 222, с. 58.
37. Ринкевичюс Б. С., Янина Г. М.—В кн.: Турбулентные двухфазные течения.—Таллин: Ин-т термо- и электрофиз. АН ЭССР, 1976, с. 162.
38. Кащеева Г. А., Соболев В. С.—Радиотехн. и электрон., 1981, т. 26, № 7, с. 1564.
39. Соболев В. С., Шмойлов Н. Ф.—В кн.: Методы лазерной доплеровской диагностики в гидроаэродинамике.—Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1978, с. 73.
40. Goldstein R. J., Adrian R. J.—Rev. Sci. Instrum., 1971, v. 42, № 9, p. 1317.
41. Edwards R. V., Angus J. C., French M. J., Dunning J. W.—J. Appl. Phys., 1971, v. 42, № 2, p. 837.
42. Ринкевичюс Б. С., Янина Г. М.—Изв. вузов. Физ., 1974, № 5, с. 119.
43. Бенедек Дж.—УФН, 1972, т. 106, № 3, с. 481.
44. Pecora R.—J. Chem. Phys., 1964, v. 40, № 6, p. 1604.
45. Арефьев Н. М., Еськов А. П., Харитonenков И. Г. и др.—Вопр. вирусологии, 1976, № 6, с. 668.
46. Приежжев А. В., Романовский Ю. М.—Квант. электрон., 1978, т. 5, № 10, с. 2237.
47. Иванов А. П., Хайруллина А. Я., Чайковский А. П.—Ин-т физ. АН БССР, Препр., 1980, № 203.
48. Goldstein R. J., Hagen W. F.—Phys. Fluids, 1967, v. 10, № 6, p. 1349.
49. Pike E. R., Jackson D. A., Bourke P. J. et al.—J. Phys. E, 1968, v. 1, № 7, p. 727.
50. Adrian R. J.—J. Phys. E, 1972, v. 5, № 1, p. 91.
51. Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И.—В кн.: Квантовая электроника/Под ред. Н. Г. Басова.—М.: Советское радио, 1973, № 2, с. 86.
52. George W. K., Lumley J. L.—J. Fluid Mech., 1973, v. 60, № 2, p. 321.
53. Edwards R. V., Angus J. C., Dunning J. W.—J. Appl. Phys., 1973, v. 44, № 4, p. 1694.
54. Wang C. P.—Appl. Phys. Lett., 1973, v. 22, № 4, p. 154.
55. George W. K.—J. Fluid Mech., 1974, v. 66, № 1, p. 11.
56. Buchhave P., George W. K., Lumley J. L.—Ann. Rev. Fluid Mech., 1979, v. 11, p. 443.
57. Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И.—Теплофиз. выс. температур., 1975, т. 13, № 3, с. 591.
58. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2.—М.: Наука, 1967.
59. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач.—М.: Наука, 1979.
60. Преображенский П. Г., Пикалова В. В.—В кн.: Лебедева В. В. Техника оптической спектроскопии/Под ред. Ф. А. Королева.—М.: МГУ, 1977, с. 343.
61. Крайнева Н. В., Смирнов В. И.—Тр./Моск. энерг. ин-т, 1980, вып. 465, с. 34.
62. Гродзовский Г. Л.—Тр./Центр. аэрогидродин. ин-т, 1976, вып. 1750, с. 5.
63. Дубнищев Ю. Н., Сенин А. Г., Соболев В. С.—Автометрия, 1972, № 5, с. 47.
64. Oliver C. J.—J. Phys. D, 1980, v. 13, p. 1145.

65. Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И., Соколова Е. Л.— В кн.: Лазерная доплеровская анемометрия и ее применения.— Новосибирск: Ин-т автомат. и электромтр. СО АН СССР, 1980, с. 4.

К главе IV

1. Кольер Р., Беркзарт К., Лип Л. Оптическая голография: Пер. с англ./Под ред. Ю. И. Островского.— М.: Мир, 1973.
2. Оптическая обработка информации: Применения./Под ред. Д. Кейсесента; Пер. с англ./Под ред. С. Б. Гуревича.— М.: Мир, 1980.
3. Lading L.— Opt.-Electron., 1972, v. 4, № 4, p. 385.
4. Бапила Г. А., Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н. и др.— Автометрия, 1973, № 5, с. 41.
5. Dubnitschev Yu. N., Vasilenko Yu. G., Koronkevich V. P. et al.— Appl. Opt., 1975, v. 14, № 1, p. 180.
6. Василенко Ю. Г. Разработка оптических схем в двухчастотной лазерной доплеровской анемометрии: Автореферат канд. дисс.— Новосибирск: Ин-т автомат. и электромтр. СО АН СССР, 1980, с. 18.
7. Kreid D. K.— Appl. Opt., 1974, v. 13, № 8, p. 1872.
8. Brayton D. B.— Appl. Opt., 1974, v. 13, № 10, p. 2346.
9. Miller C. M.— Opt.-electron., 1972, v. 4, p. 367.
10. Тухонов В. И. Статистическая радиотехника.— М.: Советское радио, 1970.
11. Дубнищев Ю. Н., Павлов В. А., Скурлатов А. И. и др.— Автометрия, 1976, № 3, с. 53.
12. Mishina H., Asakura T.— Opt.-electron., 1973, v. 5, p. 517.
13. She C. Y.— Appl. Opt., 1973, v. 12, № 10, p. 2415.
14. Дубнищев Ю. Н., Журавель Ф. А., Павлов В. А.— В кн.: Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности.— Новосибирск: Ин-т теплофиз. СО АН СССР, 1981, с. 106.
15. Дубнищев Ю. Н.— В кн.: Методы лазерной доплеровской диагностики в гидроаэродинамике.— Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1978, с. 164.
16. Kotljar P. E., Nezhenko E. S., Spektor B. I. et al.— In: Optical Information Processing. V. 2.— N. Y.: Plenum Press, 1977, p. 155.
17. Lee S. H.— In: Optical Information processing. V. 2.— N. Y.: Plenum Press, 1977, p. 171.
18. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. Ч. I. М.: Советское радио, 1966.
19. Гуськов Н. А.— Радиотехн. и электрон., 1970, т. 15, № 5, с. 1109.
20. Belousov P. Ya., Dubnitschev Yu. N.— Opt. a. Laser Technol., 1977, № 5, p. 229.
21. Cones P.— Rev. Opt., 1956, v. 35, p. 37.
22. Hercher M.— Appl. Opt., 1968, v. 7, № 5, p. 951.
23. Paul D. M., Jackson D. A.— J. Phys. E, 1971, v. 4, № 3, p. 170.
24. Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н., Пальчикова И. Г.— В кн.: Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности.— Новосибирск: Ин-т теплофиз. СО АН СССР, 1981, с. 103.
25. Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н.— Авт. свид. № 567141, БИ, 1977, № 28.

К главе V

1. Лебедев И. В., Ринкевичюс Б. С., Ястребова Е. В.— Ж. прикл. мех. и техн. физ., 1969, № 5, с. 125.
2. Алексичкий А. Н., Ринкевичюс Б. С., Фабрикант В. А.— Теплофиз. выс. температур., 1969, т. 7, № 5, с. 1039.
3. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Коронкевич В. П. и др.— В кн.: Когерентно-оптические доплеровские устройства в гидроаэродинамическом эксперименте.— Новосибирск: Ин-т автомат. и электромтр. СО АН СССР, 1974, с. 187.

4. Дубнищев Ю. Н., Коронкевич В. П., Соболев В. С. и др.— Авт. свид. № 413893, БИ, 1974, № 33.
5. Ринкевичюс Б. С., Янина Г. М.— В кн.: Турбулентные двухфазные течения.— Таллин: АИ ЭССР, 1976, с. 162.
6. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Титков В. Н. и др.— Авт. свид. СССР № 529660, БИ, 1979, № 41.
7. Зеленукина Е. В., Zubov B. A., Ринкевичюс Б. С.— Физ. ин-т АН СССР. Препр., 1980, № 119.
8. Zubov B. A., Моргунова Е. В., Ринкевичюс Б. С.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1975, вып. 222, с. 76.
9. Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В., Суторшин В. Н. и др.— Радиотехн. и электрон., 1979, т. 24, № 3, с. 594.
10. Mishina H., Asakura T., Koyama T.— Appl. Opt., 1975, v. 14, № 10, p. 2326.
11. Дубнищев Ю. Н., Жилевский А. Н., Павлов В. А. и др.— В кн.: Лазерная доплеровская анемометрия и ее применения.— Новосибирск: Ин-т автомат. и электрометр. СО АН СССР, 1980, с. 99.
12. Dubnitschev Yu. N., Feistauer N., Sobolev V. S. et al.— Jenaer Rundschau, 1978, № 5, p. 222.
13. Dubnitschev Yu. N., Vasilenko Yu. G.— Opt. a. Laser Technol., 1976, v. 8, № 3, p. 129.
14. Laser Anemometer systems from Thermo-Systems, inc. Catalog.— Minnesota: TSI, 1976.
15. Laser Doppler Anemometer equipment. Catalog DISA.— Copenhagen: 1975.
16. Дубнищев Ю. Н., Соболев В. С., Файстауэр Н. и др.— В кн.: Лазерная доплеровская анемометрия и ее применения.— Новосибирск: Ин-т автомат. и электрометр. СО АН СССР, 1980, с. 61.
17. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Скурлатов А. И.— Письма в ЖТФ, 1977, т. 3, № 19, с. 995.
18. Dubnitschev Yu. N., Pavlov V. A., Sobolev V. S. et al.— In: Proc. IMEKO YII.— London: 1976, p. 44.
19. Малышев В. И. Введение в экспериментальную спектроскопию.— М.: Наука, 1979.
20. Алексеев В. А., Зельдович Б. Я., Соболевман И. И.— Квант. электрон., 1975, т. 2, № 5, с. 1007.
21. James R. N., Babcock W. R., Seifert N. S.— AIAA J., 1968, v. 6, p. 160.
22. Avidor J. M.— Appl. Opt., 1974, v. 13, № 2, p. 280.
23. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Коронкевич В. П.— Опт. и спектр., 1972, т. 33, № 1, с. 170.
24. Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В., Харченко В. Н.— Ученые записки ЦАГИ, 1973, т. 4, № 1, с. 25.
25. Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В.— Квант. электрон., 1974, т. 1, № 9, 1917.
26. Алхимов А. П., Арбузов В. А., Папырин А. И. и др.— Физ. горения и взрыва, 1973, № 4, с. 585.
27. Клишкин В. Ф., Папырин А. И., Солоухин Р. И. Оптические методы регистрации быстропотекающих процессов/Под ред. И. Г. Преображенского.— Новосибирск: Наука, 1980.
28. Toraldo di Francia G.— J. Opt. Soc. Amer., 1955, № 45, p. 497.
29. Василенко Г. И. Теория восстановления сигналов.— М.: Советское радио, 1979.
30. Михеев С. Г., Ринкевичюс Б. С., Суторшин В. Н., Толкачев А. В.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1975, вып. 222, с. 66.
31. Zubarev E. I., Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В. и др.— В кн.: Материалы Всесоюзного симпозиума по методам аэрофизических исследований.— Новосибирск: Ин-т теор. и прикл. мех. СО АН СССР, 1976, с. 51.
32. Döbele A. M., Massig J. H.— Appl. Opt., 1976, v. 15, p. 69.
33. Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н., Павлов В. А.— Опт. и спектр., 1977, т. 43, № 4, с. 775.
34. Zubarev E. I.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1978, вып. 350, с. 76.

35. Белоусов П. Я., Волков Е. Г., Дубнищев Ю. Н. и др.—Автометрия, 1981, № 3, с. 100.
36. Белоусов П. Я.—В кн.: Лазерная доплеровская анемометрия и ее применения.—Новосибирск: Ин-т автомат. и электромтр. СО АН СССР, 1980, с. 11.
37. Бакрунов А. О., Ефганова О. И., Лепешинский И. Д. и др.—Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, 1980, № 1, с. 182.
38. Хабахнашева Е. М.—В кн.: Пристенная турбулентность.—Новосибирск: 1968, с. 142.
39. Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н., Пальчикова Н. Г.—В кн.: Лазерная доплеровская анемометрия и ее применения.—Новосибирск: Ин-т автомат. и электромтр. СО АН СССР, 1980, с. 7.
40. Müller A.—Appl. Opt., 1976, v. 9, № 10, p. 2393.
41. Васильев А. В. Разработка и исследование многоканальных лазерных доплеровских анемометров: Автореферат канд. дисс.—М.: ВНИИОФИ, 1982, с. 18.
42. Белоусов П. Я., Евсеев А. Р.—В кн.: Исследования по управлению пограничных систем.—Новосибирск: Ин-т теплофиз. СО АН СССР, 1976.
43. Ринкевичюс Б. С., Васильев А. В.—Тр./Моск. энерг. ин-т, 1978, вып. 350, с. 79.
44. Васильев А. В.—Тр./Моск. энерг. ин-т, 1980, вып. 465, с. 43, 46.

К главе VI

1. Ринкевичюс Б. С.—Теплофиз. выс. температур., 1970, т. 8, № 5, с. 1073.
2. Лебедев И. В., Ринкевичюс Б. С., Ястребова Е. В.—Ж. прикл. мех. и техн. физ., 1974, № 1, с. 150.
3. Лебедев И. В., Ринкевичюс Б. С., Ястребова Е. В.—В кн.: Приборы и устройства струйной техники. Ч. 2.—Л.: ЛДНТИ, 1970, с. 36.
4. Лебедев И. В., Левин В. С., Ринкевичюс Б. С. и др.—В кн.: Труды IV Международного симпозиума по струйной технике.—Варна: 1971, с. 15.
5. Богрянец В. И., Волчков Э. П., Терехов В. И. и др.—Ин-т теплофиз. СО АН СССР. Препр., 1980, № 55—80.
6. Шевелевич М. А., Рыскин М. Я., Бочаров В. А. и др.—Цветные металлы, 1981, № 10, с. 403.
7. Богатырев В. Я., Дубнищев Ю. Н., Мухин В. А. и др.—Ж. прикл. мех. и техн. физ., 1976, № 2, с. 647.
8. Можасов В. М., Поляков П. В., Василенко Ю. Г. и др.—Цветные металлы, 1978, № 9, с. 43.
9. Василенико Ю. Г., Кузнецов Б. А., Львов В. С. и др.—Ж. прикл. мех. и техн. физ., 1980, № 2, с. 58.
10. Львов В. С., Нестерихин Ю. Е.—Вестник АН СССР, 1980, № 10, с. 25.
11. Нестерихин Ю. Е., Гинабург А. Н., Золотухин Ю. Н. и др.—Автометрия, 1974, № 4, с. 3.
12. Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н., Евсеев А. Р.—В кн.: Лазерная доплеровская анемометрия и ее применения.—Новосибирск: Ин-т автомат. и электромтр. СО АН СССР, 1981, с. 82.
13. Пастин Е. Д., Ринкевичюс Б. С.—Мех. полимеров, 1976, № 4, с. 724.
14. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Соболев В. С. и др.—Автометрия, 1974, № 1, с. 71.
15. Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И.—Ж. прикл. мех. и техн. физ., 1972, № 4, с. 182.
16. Смирнов В. И.—В кн.: Методы лазерной доплеровской диагностики в гидродинамике.—Милек: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1978, с. 121.
17. Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И.—В кн.: Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности: Тезисы докладов.—Новосибирск: Ин-т теплофиз. СО АН СССР, 1981, с. 98.
18. Greated C. A.—J. Phys. E, 1970, v. 3, p. 753.

19. Гиневский А. С. Теория турбулентных струй и следов.— М.: Машиностроение, 1969.
20. Власов С. А., Калашников В. Н., Мульченко Б. Ф. и др.— В кн.: Тепло-массоперенос. Т. 3.— Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1972, с. 82.
21. Власов С. А., Калашников В. Н.— Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, 1969, № 3, с. 150.
22. Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1979, вып. 422, с. 9.
23. Bourke P. J., Butterworth J., Drain L. E. et al.— J. Phys. A, 1970, v. 3, p. 216.
24. MacIntyre F.— Appl. Phys. Lett., 1972, v. 21, № 9, p. 430.
25. Смирнов В. И., Тимофеев А. С.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1981, вып. 519, с. 41.
26. Иванов В. П. Экспериментальное исследование пограничного слоя при возникновении турбулентности с помощью лазерного анемометра: Автореферат канд. дисс.— Киев: Ин-т гидромех. АН УССР, 1981, с. 21.
27. Аристов Е. М., Павловский Б. А., Смотрицкий Ф. А. и др. Измерение скоростей потоков с помощью оптических квантовых генераторов.— Л.: ЛДНТИ, 1970.
28. Зуев В. Е., Кабанов М. В. Перенос оптических сигналов в земной атмосфере: В условиях помех.— М.: Советское радио, 1977.
29. Хауф В., Григуль У. Оптические методы в теплопередаче: Пер. с англ./Под ред. В. Я. Лихущина.— М.: Мир, 1973.
30. Аменицкий А. Н., Евтихьева О. А., Ринкевичюс Б. С.— Теплофиз. выс. температур., 1974, т. 12, № 4, с. 902.
31. Бажинов В. А., Евтихьева О. А., Ринкевичюс Б. С. и др.— Приборы и техн. эксперимента, 1979, № 2, с. 280.
32. Евтихьева О. А. Многоканальный лазерный рефрактометр для измерения нестационарных градиентов показателя преломления: Автореферат канд. дисс.— М.: МИГАНК, 1980, с. 19.
33. Кулыбин В. М. Применение газовых лазеров для измерения скоростей самосветящихся потоков доплеровским методом: Автореферат канд. дисс.— М.: Моск. энерг. ин-т, 1975, с. 24.
34. Кулыбин В. М.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1979, вып. 422, с. 17.
35. Durso D. F. G., Whitelaw J. H.— In: Experimental Diagnostics in Gas Phase Combustion Systems.— N. Y.: 1977, p. 357.
36. Кулыбин В. М., Петров Е. В., Пушкарёв В. Б.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1981, вып. 519, с. 47.
37. Аменицкий А. Н., Ринкевичюс Б. С., Соловьев Г. М.— ДАН СССР, 1972, т. 207, № 3, с. 569.
38. Аменицкий А. Н., Пушкарёв В. Б., Ринкевичюс Б. С.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1974, вып. 94, с. 83.
39. Иванов В. П., Поляков А. Ф., Ринкевичюс Б. С.— Теплофиз. выс. температур., 1978, т. 15, № 1, с. 217.
40. Гордов А. Н. Основы пирометрии.— М.: Металлургия, 1971.
41. Ринкевичюс Б. С., Салтанов Г. А.— В кн.: Парожидкостные потоки.— Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1977, с. 176.
42. Головин В. А., Коняева Н. П., Ринкевичюс Б. С. и др.— Теплофиз. выс. температур., 1971, т. 9, № 3, с. 606.
43. Дубнищев Ю. Н., Евсеев А. Р., Соболев В. С. и др.— Ж. прикл. мех. и техн. физ., 1975, № 1, с. 147.
44. Ринкевичюс Б. С., Фабрикант В. А., Толкачев А. В.— Докл. научно-техн. конф. МЭИ (секция физики).— М.: МЭИ, 1969, с. 53.
45. Eipav S., Lee S. L.— Rev. Sci. Instrum., 1973, v. 44, № 10, p. 1478.
46. Ринкевичюс Б. С., Янина Г. М.— В кн.: Парожидкостные потоки.— Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1977, с. 194.
47. Иванов А. П., Хайруллина А. Я., Чайковский А. П.— ЖТФ, 1974, т. 14, № 2, с. 429.

48. Хайруллина А. Я., Чайковский А. П.— ЖТФ, 1975, т. 15, № 3, с. 689.
49. Абрамов Л. П., Гаркуша В. П., Жогов В. А. и др.— Тр./Центр. аэрогидродин. ин-т, 1976, вып. 1755, с. 77.
50. Yule A. J., Chigier N. A., Ataken S. et al.— J. Energy, 1977, v. 1, p. 220.
51. Белых В. А., Зеленикина Е. В., Клепиков К. Е.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1980, вып. 465, с. 70.
52. Алхимов А. П. Экспериментальное исследование сверхзвуковых двухфазных потоков методами лазерной диагностики: Автореферат канд. дисс.— Новосибирск: Ин-т теор. и прикл. мех. СО АН СССР, 1978, с. 20.
53. Розенштейн А. З., Самуэль К. Р.— Изв. АН ЭССР, физ.-матем., 1974, т. 23, № 1, с. 58.
54. Евдокимов М. В., Приежжев А. В.— Вестник Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астроном., 1981, т. 22, № 3, с. 88.
55. Приежжев А. В., Романовский Ю. М. и др.— Биофизика, 1978, т. 23, № 3, с. 541.
56. Кулибин В. М., Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В. и др.— Тр./Моск. энерг. ин-т, 1972, вып. 144, с. 65.
57. Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В., Харченко В. Н.— Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, 1974, № 4, с. 69.
58. Гродзовский Г. Л.— Ученые записки ЦАГИ, 1974, т. 5, № 2, с. 80.
59. Толкачев А. В. Применение газовых лазеров в технике измерения скоростей аэродинамических потоков: Автореферат канд. дисс.— М.: Моск. энерг. ин-т, 1975, с. 21.
60. Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В., Харченко В. Н.— В кн.: Пристенное турбулентное течение.— Новосибирск: Ин-т теплофиз. СО АН СССР, 1975, с. 111.
61. Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В., Харченко В. Н.— Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, 1976, № 2, с. 175.
62. Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В., Харченко В. Н.— Тр./Центр. аэрогидродин. ин-т, 1976, вып. 1755, с. 155.
63. Гродзовский Г. Л.— Ученые записки ЦАГИ, 1976, т. 7, № 5, с. 32; № 6, с. 50.
64. Гродзовский Г. Л.— Ученые записки ЦАГИ, 1977, т. 8, № 3, с. 74.
65. Volkov S. A., Reznikov V. I., Smirnov V. I. et al.— J. Chrom., 1978, v. 156, p. 225.
66. Резников В. Н., Смирнов В. И., Волков С. А. и др.— В кн.: Лазерная доплеровская анемометрия и ее применения.— Новосибирск: Ин-т автомат. и электромтр. СО АН СССР, 1980, с. 76.
67. Струминский В. В., Павлюхина М. А.— В кн.: Аэродинамика в технологических процессах.— М.: Наука, 1981, с. 63.
68. Vazhenova T. V., Vasilyeva I. A., Rinkевичюс B. S. et al.— In: 14 International congress on high speed photography and photonics: Preprints.— М., 1980, p. 125.

Юрий Николаевич Дубнищев
Бронис Симонович Ринкевичюс

Методы лазерной доплеровской анемометрии

Редакторы *Н. П. Хорс, Л. А. Панюшкина*

Техн. редактор *И. Ш. Аксельрод*

Корректоры *О. А. Вутусова, Т. С. Вайсберг*

ИБ № 11817

Сдано в набор 09.04.82. Подписано к печати
26.10.82. Т-19000. Формат 60×90^{1/16}. Бумага
тип. № 1. Обыкновенная гарнитура. Высокая
печать. Условн. печ. л. 19. Уч.-изд. л. 20.34.
Тираж 2900 экз. Заказ № 147. Цена 3 р. 30 к.

Издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической
литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

4-я типография издательства «Наука»
630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25