DOI: 10.17122/ntj-oil-2017-4-9-25
УДК 622.276

М.Г. Волков (ООО «РН-Уфанипнефть», г. Уфа, Российская Федерация)

ТОРМОЖЕНИЕ ДИСПЕРСНО-ПУЗЫРЬКОВОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ГАЗОЖИДКОСТНОГО ТЕЧЕНИЯ В УДАРНОЙ ВОЛНЕ

M.G. Volkov (RN-UfaNIPneft LLC, Ufa, Russian Federation)

PLUGGING OF DISPERSED-BUBBLE SUPERSONIC GAS-LIQUID FLOW IN THE SHOCK WAVE

Введение

Динамические модели дисперсной газожидкостной структуры течения в рамках концепции создания «интеллектуальной нефтедобывающей скважины» могут быть использованы для прогноза гидродинамической устойчивости течения добываемой скважинной продукции при регулировании её подачи. Обеспечивая противодействие путём установки дросселирующих устройств или создавая местные сопротивления на пути распространения ударной волны в проточном канале там, где осуществляется сверхзвуковое течение дисперсно-пузырьковой газожидкостной структуры, скачок уплотнения можно зафиксировать на локальном градиенте давления. Физическое явление торможения сверхзвукового дисперсно-пузырькового течения в ударной волне может быть использовано для создания перспективных диспергирующих устройств.

Цели и задачи

Целью работы является разработка гидродинамической модели дисперсной газожидкостной структуры течения. В комплексе решаемых задач главная - выведение основных математических соотношений для определения гидродинамических разрывов в дисперсно-пузырьковой структуре течения жидкости.

Background

Dynamic models of gas-liquid flow structure within the concept of creating a «smart oil producing well» can be used to make predictions of hydrodynamic stability of well production flow when it is under control. Providing for backpressure by installing constricting devices or creating local resistances on the way of the shock wave propagation in the fluid channel in places where supersonic flow of dispersed-bubble gas-liquid flow takes place, a shock wave can be recorded on the local pressure gradient. The physical phenomenon of plugging the supersonic dispersed-bubble flow in the shock wave can be used to create advanced dispersive devices.

Aims and Objectives

The objective of this work is to develop a hydrodynamic model of dispersed gas-liquid flow. One of the main problems to solve is to derive main mathematical relations to identify hydrodynamic ruptures in the dispersed-bubble flow structure.

Результаты

На основании данных анализа известных соотношений для расчёта скорости звука в дисперсно-пузырьковой газожидкостной смеси показано, что, несмотря на внешнее разнообразие корреляций, большинство из них получено на основе уравнения Лапласа для газа.

Расхождение полученных расчётных данных с экспериментальными замерами не превышает 5 %.

Сравнение расчётных зависимостей отношения давлений на ударной волне, полученных различными методами, показало хорошее совпадение относительных давлений в диапазоне объёмного газосодержания 0,7-1,0. Наличие отрицательных значений при объёмном газосодержании $< 0,3$ и заниженных значений относительного давления в диапазоне объёмного газосодержания $< 0,7$, полученных по известным методикам, объясняется несовершенством метода расчёта, например тем, что показатель адиабаты газожидкостной смеси принимался постоянным и равным 1,4.

Results

Based upon data analysis of known relations for calculation of sound speed in dispersed-bubble gas-liquid mixture, it is shown that despite formal diversity of correlations the majority of them were obtained using Laplace's equation for gas.

The discrepancy between obtained calculated data and experimental measurements does not exceed 5 %.

The comparison of calculated dependencies of pressure relations on the shock wave obtained using different methods showed a well compliance of relative pressures in the range of volumetric gas content 0.7-1.0. Negative values at volumetric gas content of < 0.3 and underestimated value of relative pressure in the range of volumetric gas content of < 0.7 obtained using popular methods is explained by shortcomings of the calculation method, for instance, adiabatic index of the gas-liquid mixture was assumed constant and equal 1.4.

Ключевые слова: динамическая модель, газожидкостная структура, дисперсно-пузырьковая структура течения, ударная волна, гидродинамический разрыв

Key words: dynamic model, gas-liquid structure, dispersive-bubble flow structure, shock wave, hydrodynamic discontinuity

Статья посвящена разработке динамической модели для дисперсной газожидкостной структуры течения, которая в рамках концепции создания «интеллектуальной нефтедобывающей скважины» может быть использована для прогноза гидродинамической устойчивости течения добываемой скважинной продукции при регулировании её подачи. Обеспечивая противодействие в канале путём установки дросселирующих устройств на пути распространения ударной волны там, где осуществляется сверхзвуковое течение дисперсно-пузырьковой газожидкостной структуры, можно её зафиксировать перед создаваемым ею локальным градиентом давления. Физическое явление

The article is devoted to the development of a dynamic model for the dispersed gas-liquid flow structure, which, within the framework of the concept of creating an «intelligent oil producing well», can be used to predict the hydrodynamic stability of the flow of produced well production while regulating its supply. Providing back pressure in the channel by installing throttling devices in the path of propagation of the shock wave where supersonic flow of the dispersive bubble gas-liquid structure occurs, it can be fixed before the local pressure gradient created by it. The physical phenomenon of inhi-

торможения сверхзвукового дисперсно-пузырькового течения в ударной волне может быть использовано при создании перспективных диспергирующих устройств.

Для прикладных расчётов параметров торможения газожидкостных потоков в трубопроводах может быть использована упрощённая одномерная стационарная схема. Ниже приведены основные математические соотношения для определения гидродинамических разрывов в пузырьковой структуре течения жидкости.

*Основные соотношения
для гидродинамических разрывов
в пузырьковой структуре течения
газожидкостных потоков*

Для многих прикладных расчётов параметров торможения газожидкостных потоков в трубопроводах можно довольствоваться упрощённой одномерной стационарной схемой. Примем вектор скорости в расчётном сечении трубопровода направленным вдоль оси, а величины скорости U_m , давления P , плотности ρ_m и температуры T газожидкостной смеси постоянными по сечению. Изменение данных параметров фиксировали от одного расчётного сечения к другому. Для решения существенно неравномерных задач одномерную стационарную схему расчёта можно расширить - включить в одномерное рассмотрение неравномерные типы течений, считая их кусочно-равномерными. Если поперечный профиль параметров в каждом сечении может быть разделён на две или более частей, и каждая часть может быть заменена соответствующей областью равномерного течения, то параметры течения, характеризующие каждую часть, будут зависеть лишь от осевой координаты.

На рисунке 1 приведены фотографии внешнего вида ударной волны, образованной при обтекании сверхзвукового потока газожидкостной смеси (ГЖС) с высоким газовым содержанием цилиндрической поверхности.

hibition of supersonic dispersion-bubble flow in a shock wave can be used to create perspective dispersing devices.

For applied calculations of the braking parameters of gas-liquid flows in pipelines, a simplified one-dimensional stationary scheme can be used. Below are the main mathematical relationships for determining the hydrodynamic discontinuities in the bubble structure of the fluid flow.

*The main relations
for hydrodynamic discontinuities
in the bubble structure of the flow
of liquid-liquid flows*

For many applied calculations, the parameters of braking of gas-liquid flows in pipelines can be satisfied with a simplified one-dimensional stationary scheme. We take the velocity vector in the calculated section of the pipeline directed along the axis, and the values U_m of the velocity, pressure P , density ρ_m , and temperature T of the gas-liquid mixture are constant along the cross section. The change in these parameters was fixed from one calculated section to the next. To solve essentially uneven problems, a one-dimensional stationary calculation scheme can be extended to include non-uniform types of flows into one-dimensional analysis, considering them to be piecewise uniform. If the transverse profile of the parameters in each section can be divided into two or more parts and each part can be replaced by a corresponding region of uniform flow, the flow parameters characterizing each part will depend only on the axial coordinate.

Figure 1 shows photographs of the appearance of a shock wave formed in the flow of a supersonic gas-liquid mixture (GLM) with a high gas content of cylindrical surface.

Рисунок 1. Фотографии ударной волны при обтекании цилиндра газожидкостной (пузырьковой) смесью со скоростью 30 м/с при газосодержании 0,7 (верхние фотографии - съёмка на скоростную камеру, скорость съёмки 0,22 мс; нижние фотографии получены теневым методом [1])

Figure 1. Photographs of a shock wave in the flow around a cylinder gas-liquid (bubble) mixture at a speed of 30 m/s at a gas content of 0.7 (upper photos - shooting on a high-speed camera, shooting speed 0.22 m; the lower photographs were obtained by the shadow method [1])

Л. Крокко [2] предложил следующий подход для расчёта необходимых термодинамических параметров: рассматривать пузырьковую газожидкостную смесь как сжимаемую среду, имеющую удельные теплоёмкости смеси в виде функции, учитывающей свойства составляющих фаз и их относительную концентрацию:

$$C_{pm} = f(\bar{G}_g, C_{pg}, C_L); \quad (1)$$

$$C_{vm} = f(\bar{G}_g, C_{vg}, C_L), \quad (2)$$

где C_{pm} - удельная теплоёмкость газожидкостной смеси при постоянном давлении;

C_{vm} - удельная теплоёмкость газожидкостной смеси при постоянном давлении;

L. Crocco [2] proposed the following approach for calculating the necessary thermodynamic parameters: consider a bubble gas-liquid mixture as a compressible medium having the specific heat of the mixture as a function that takes into account the properties of the constituent phases and their relative concentration:

where C_{pm} is the specific heat of the gas-liquid mixture at constant pressure;

C_{vm} is the specific heat of the gas-liquid mixture at constant pressure;

$$\bar{G} = \frac{G_g}{G_L} - \text{отношение массы газа к массе}$$

жидкости в смеси;

C_L - удельная теплоёмкость жидкости;

C_{vg} - удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме;

C_{pg} - удельная теплоёмкость газа при постоянном давлении, а также считать, что газожидкостная смесь обладает основными свойствами идеального газа.

В общем случае нельзя записать простые термодинамические соотношения для вещества, состоящего из неоднородной смеси двух однородных фаз. Простые соотношения можно записать лишь для каждой фазы, но в общем случае поток массы и тепла между этими двумя фазами зависит от скорости, с которой происходит данный конкретный процесс, вид же этой зависимости не может быть определён только на основании чисто термодинамических соображений [2].

Однако термодинамическое рассмотрение двухфазных газожидкостных течений оказывается возможным, если принять следующие допущения.

1. Скорость преобразования фаз мала, поэтому можно считать, что газожидкостное течение находится в термодинамическом равновесии, не происходит массообмена между фазами, так что можно считать состав смеси неизменным.

2. Пузырьки газа имеют малый диаметр, что позволяет им находиться в тепловом равновесии с жидкостью.

3. Жидкость несжимаемая, а газ совершенный, с газовой постоянной

$$R_g = \frac{P}{\rho_g T},$$

где P - давление;

T - температура;

ρ_g - плотность газа.

4. Жидкость с мелкими пузырьками газа имеет постоянные значения удельной теплоёмкости жидкости C_L и газа C_{pg}, C_{vg} и

$$\bar{G} = \frac{G_g}{G_L} - \text{the ratio of the mass of the gas}$$

to the mass of the liquid in the mixture;

C_L is the specific heat of the liquid;

C_{vg} is the specific heat of gas at a constant volume;

C_{pg} is the specific heat of the gas at constant pressure,

and also assume that the gas-liquid mixture has the basic properties of an ideal gas.

In the general case, one can not write down simple thermodynamic relationships for a substance consisting of an inhomogeneous mixture of two homogeneous phases. Simple relationships can be written down only for each phase, but in general the flow of mass and heat between these two phases depends on the speed with which this particular process takes place, but the form of this relationship can not be determined only on the basis of pure thermodynamic considerations [2].

However, the thermodynamic examination of two-phase gas-liquid flows turns out to be possible if the following assumptions are made.

1. The phase conversion rate is small, so we can assume that the gas-liquid flow is in a thermodynamic equilibrium, there is no mass exchange between the phases, so that the composition of the mixture can be considered unchanged.

2. Gas bubbles have a small diameter, which allows them to be in thermal equilibrium with the liquid.

3. The fluid is incompressible, and the gas is perfect, with a gas constant

$$R_g = \frac{P}{\rho_g T},$$

where P is the pressure;

T is the temperature;

ρ_g - the density of the gas.

4. A liquid with small gas bubbles has constant values of specific heat of a liquid C_L and gas C_{pg}, C_{vg} and obeys the same thermo-

подчиняется тем же термодинамическим законам, что и идеальный газ. Уравнение состояния газожидкостной смеси в этом случае имеет вид:

$$P\rho_g = R_g T \Leftrightarrow P \left[\frac{1}{\rho_m} - \frac{1}{\rho_L(I + \bar{G}_g)} \right] = \frac{\bar{G}_g R_g}{I + \bar{G}_g} T = R_m T, \quad (3)$$

где $R_m = C_{pm} - C_{vm}$ - основная термодинамическая формула смеси; $C_{pm} = \frac{C_L + \bar{G}_g C_{pg}}{I + \bar{G}_g}$ -

удельная теплоёмкость смеси при постоянном давлении;

$C_{vm} = \frac{C_L + \bar{G}_g C_{vg}}{I + \bar{G}_g}$ - удельная теплоёмкость

смеси при постоянном объёме;

ρ_m - плотность газожидкостной смеси; ρ_L - плотность жидкости.

Принималось, что жидкость и пузырьки газа движутся без проскальзывания с одинаковой скоростью $V_m = V_g$.

Используя принятые допущения, связь между внутренней энергией E и энтальпией h имеет вид:

○ для газа:

$$E_g = C_{vg} = C_{pg} - R_g T = h - \frac{P}{\rho_g}; \quad (4)$$

○ для газожидкостной смеси:

$$E_m = C_{vm} = C_{pm} - R_m T = h - P \left[\frac{1}{\rho_m} - \frac{1}{\rho_L(I + \bar{G}_g)} \right]. \quad (5)$$

По аналогии с политропическими газами, для жидкости с пузырьками газа можно записать уравнение для теплосодержания в соответствующих эквивалентных формах:

dynamic laws as an ideal gas. The equation of state of the gas-liquid mixture in this case has the form:

where $R_m = C_{pm} - C_{vm}$ is the basic thermodynamic formula of the mixture; $C_{pm} = \frac{C_L + \bar{G}_g C_{pg}}{I + \bar{G}_g}$ -

specific heat of the mixture at constant pressure;

$C_{vm} = \frac{C_L + \bar{G}_g C_{vg}}{I + \bar{G}_g}$ - specific heat of the mixture

at constant volume;

ρ_m - density of the gas-liquid mixture; ρ_L is the density of the liquid.

It was assumed that the liquid and gas bubbles move without slipping at the same speed $V_m = V_g$.

Using the accepted assumptions, the relationship between internal energy E and enthalpy h has the form:

○ for gas:

○ for the gas-liquid mixture:

By analogy with polytropic gases, for a liquid with gas bubbles it is possible to write the equation for the heat content in the corresponding equivalent forms:

$$C_{pm} T + \frac{V_m^2}{2} = C_{pm} T^0 = \frac{R_m k_m T}{k_m - 1} = \frac{V_{max}^2}{2} = \frac{a_m^2 \left[1 - \frac{\rho_m}{(I + \bar{G}_g) \rho_L} \right]^2}{k_m - 1} + \frac{V_m^2}{2} = \frac{a_m^{*2}}{2} \left\{ \frac{2}{k_m - 1} \left[1 - \frac{\rho_m}{(I + \bar{G}_g) \rho_L} \right]^I + I \right\}, \quad (6)$$

где a_m^* - критическая скорость при $V_m = a_m$ (число Маха смеси $M_m = 1$);

V_m - скорость смеси; T^0 - температура торможения;

$$k_m = \frac{C_{pm}}{C_{vm}} = \frac{C_L + \bar{G}C_{pg}}{C_L + \bar{G}C_{vg}} - \text{средний показате-}$$

тель адиабаты для смеси, выраженный через теплоёмкости жидкости C_L и газа C_{pg}, C_{vg} ;

a_m - скорость звука в газожидкостной смеси;

V_{max} - максимальная скорость движения смеси.

Используя для расчёта скорости звука газожидкостной смеси уравнение Крокко, можно получить соотношение между температурой торможения T^0 и статической температурой T в виде выражения:

$$\begin{aligned} \frac{T^0}{T} &= 1 + \frac{V_m^2}{2C_{pm}T} = 1 + \frac{V_m^2(k_m - 1)}{2R_m k_m T} = 1 + \frac{V_m^2(k_m - 1)}{2a_m^2 \left[1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g)\rho_L} \right]^2} = \\ &= 1 + \frac{k_m - 1}{2} \frac{M_m^2}{\left[1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g)\rho_L} \right]^2} = \frac{1}{1 - W_m^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

где W_m - число Крокко смеси; M_m - число Маха смеси.

С учётом принятых допущений были получены соотношения для дисперсно-пузырьковых газожидкостных смесей. Величины относительной скорости в данных соотношениях выражены в виде чисел Маха M_m и Крокко W_m , уместных для прикладных расчётов.

Скорость движения газожидкостной смеси определяется выражением:

where a_m^* is the critical velocity for $V_m = a_m$ (Mach number of the mixture $M_m = 1$);

V_m is the speed of the mix;

T^0 - temperature of braking;

$$k_m = \frac{C_{pm}}{C_{vm}} = \frac{C_L + \bar{G}C_{pg}}{C_L + \bar{G}C_{vg}} - \text{the average ad-}$$

iabatic index for the mixture, expressed in terms of the heat capacity of the liquid C_L and gas C_{pg}, C_{vg} ;

a_m is the speed of sound in the gas-liquid mixture;

V_{max} is the maximum speed of the mixture.

Using the Crocco equation to calculate the sound velocity of the gas-liquid mixture, one can obtain a relationship between the stopping temperature T^0 and the static temperature T in the form of the expression:

where W_m is the number of Crocco mixture; M_m is the Mach number of the mixture.

Taking into account the assumed assumptions, the relations for dispersion-bubble gas-liquid mixtures were obtained. The values of the relative velocity in these ratios are expressed in the form of Mach number M_m and Crocco number W_m relevant for applied calculations.

The velocity of the gas-liquid mixture is given by:

$$V_m = \frac{M_m \sqrt{k_m R_m T}}{\left[1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L}\right]} = \frac{M_m \sqrt{k_m R_m T^0}}{\left[1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L}\right]} \sqrt{\frac{T}{T^0}} = \frac{M_m \sqrt{k_m R_m T^0}}{\sqrt{\frac{k_m - 1}{2} M^2 + \left[1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L}\right]^2}} =$$

$$= \sqrt{R_m T^0} \sqrt{\frac{2k_m}{k_m - 1} W_m} \quad . \quad (8)$$

Считая, что $V_m = V_g$, выражение для расчёта массового расхода газожидкостной смеси примет вид:

Assuming that $V_m = V_g$, the expression for calculating the mass flow of the gas-liquid mixture takes the form:

$$m = \rho_g V_g A = \frac{PA}{R_g T} V_m = \frac{\bar{G}_g}{(1 + \bar{G}_g)} \frac{PA}{R_m T^0} \sqrt{\frac{2k_m}{k_m - 1} W_m} \sqrt{\frac{T^0}{T}} =$$

$$= \frac{\bar{G}_g}{(1 + \bar{G}_g)} \frac{PA}{R_m T^0} \sqrt{\frac{2k_m}{k_m - 1} \frac{W_m}{1 - W_m^2}} \quad , \quad (9)$$

где V_g - скорость газа; A - площадь проходного сечения канала.

where V_g is the gas velocity; A is the area of the channel cross-section.

Обобщённая импульсная функция J , согласно представлениям Л. Крокко, для газожидкостной смеси будет иметь вид:

The generalized impulse function J , according to the ideas of L. Crocco, for the gas-liquid mixture will have the form:

$$J = m V_g + PA = m \sqrt{R_m T^0} \sqrt{\frac{2k_m}{k_m - 1}} \left[W_m + \frac{(1 + \bar{G}_g)}{\frac{2k_m}{k_m - 1} \frac{W_m}{1 - W_m^2}} \right] =$$

$$= PA \left[\frac{\bar{G}_g}{1 + \bar{G}_g} \frac{2k_m}{k_m - 1} \frac{W_m^2}{1 - W_m^2} + 1 \right] \quad , \quad (10)$$

где

where

$$W_m = \frac{\sqrt{\frac{k_m - 1}{2}} M_m}{\sqrt{\frac{k_m - 1}{2} M_m^2 + \left[1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L}\right]^2}} \quad -$$

число Крокко для газожидкостной смеси в зависимости от функции числа Маха.

the Crocco number for the gas-liquid mixture, depending on the Mach number function.

Ниже рассмотрен случай сверхзвукового течения газожидкостной смеси в канале

Below we consider the case of a supersonic flow of a gas-liquid mixture in a pipeline

трубопровода. Для упрощения решаемой задачи полагали, что площадь поперечного канала постоянная $A = const$, влиянием вязкости пренебрегали. При отсутствии подвода массы и тепла для сечений за (в последующих формулах индекс параметров 2) и перед (в последующих формулах индекс 1) фронтом ударной волны, можно записать следующие уравнения сохранения массы и температуры торможения смеси:

$$m_2 = m_1; T_2^0 = T_1^0. \quad (11)$$

Воспользовавшись уравнением Крокко для скорости звука, формулой Прандтля $W_{1m} W_{2m} = W_m^{*2}$ и уравнением приведённой скорости звука газожидкостной смеси

channel. To simplify the problem being solved, it was assumed that the area of the transverse channel was constant $A = const$, the influence of viscosity was neglected. If there is no mass and heat input for the cross sections after (in the subsequent formulas the index of parameters 2) and before (in subsequent formulas index 1) by the front of the shock wave, we can write the following equations for the conservation of mass and the temperature of inhibition of the mixture:

Using the Crocco equation for the speed of sound, the Prandtl formula $W_{1m} W_{2m} = W_m^{*2}$ and the equation for the reduced sound velocity of the gas-liquid mixture

$$W_m^* = \frac{a_m^*}{V_{max}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{k_m - 1} \left[1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right]^2 + 1}}$$

и тем фактом, что $A_2 = A_1$, можно получить следующие уравнения:

- отношение плотностей газожидкостной смеси $\frac{\rho_{m1}}{\rho_{m2}}$ и чисел Крокко $\frac{W_{m2}}{W_{m1}}$ до и после фронта ударной волны:

and the fact that $A_2 = A_1$, you can get the following equations:

- the ratio of the densities of the gas-liquid mixture $\frac{\rho_{m1}}{\rho_{m2}}$ and the Crocco numbers $\frac{W_{m2}}{W_{m1}}$ before and after the front of the shock wave:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{m1}}{\rho_{m2}} = \frac{W_{m2}}{W_{m1}} = \frac{W_m^{*2}}{W_{m1}^2} &= \frac{1}{W_{m1}^2 \left[\frac{2}{k_m - 1} \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2 + 1 \right]} = \\ &= \frac{1 + \frac{2}{k_m - 1} \frac{1}{M_{m1}^2} \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2}{1 + \frac{2}{k_m - 1} \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2}; \end{aligned} \quad (12)$$

- отношение давлений $\frac{P_2}{P_1}$ до и после фронта ударной волны:

- the ratio of pressures $\frac{P_2}{P_1}$ before and after the front of the shock wave:

$$\begin{aligned}
 \frac{P_2}{P_1} &= \frac{W_{m1}^2 / W_m^{*2} - W_m^{*2}}{1 - W_{m1}^2} = \frac{W_{m1}^2 \left[\frac{2}{k_m - 1} \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2 + 1 \right] - \left[\frac{2}{k_m - 1} \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2 + 1 \right]^{-1}}{1 - W_{m1}^2} = \\
 &= \frac{\left(\frac{k_m - 1}{2} \right) M_{m1}^2 \left[\frac{2}{k_m - 1} \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2 + 1 \right] - 1}{\left(\frac{k_m - 1}{2} \right) M_{m1}^2 + \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2 \left[\frac{2}{k_m - 1} \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2 + 1 \right]} ; \quad (13) \\
 &= \frac{1 - \frac{\left(\frac{k_m - 1}{2} \right) M_{m1}^2}{\left(\frac{k_m - 1}{2} \right) M_{m1}^2 + \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2}}{1 - \frac{\left(\frac{k_m - 1}{2} \right) M_{m1}^2}{\left(\frac{k_m - 1}{2} \right) M_{m1}^2 + \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2}}
 \end{aligned}$$

- о отношение температур $\frac{T_2}{T_1}$ до и после фронты ударной волны: о the ratio of temperatures $\frac{T_2}{T_1}$ before and after the front of the shock wave:

$$\begin{aligned}
 \frac{T_2}{T_1} &= \frac{1 - W_m^{*4} / W_1^2}{1 - W_1^2} = \frac{1 - \left\{ \left[\frac{2}{k_m - 1} \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2 + 1 \right] W_{m1}^2 \right\}^{-1}}{1 - W_{m1}^2} = \\
 &= \frac{1 - \left\{ \frac{\left[\frac{2}{k_m - 1} \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2 + 1 \right] \frac{k_m - 1}{2} M_{m1}^2}{\frac{k_m - 1}{2} M_{m1}^2 + \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2} \right\}^{-1}}{\frac{k_m - 1}{2} M_{m1}^2} . \quad (14) \\
 &= \frac{1 - \frac{\frac{k_m - 1}{2} M_{m1}^2}{\frac{k_m - 1}{2} M_{m1}^2 + \left(1 - \frac{\rho_m}{(1 + \bar{G}_g) \rho_L} \right)^2}}{\frac{k_m - 1}{2} M_{m1}^2}
 \end{aligned}$$

Авторы работ [3, 4] предложили иную гипотезу для расчёта термодинамических параметров на ударной волне в ГЖС. Они считали, что при прохождении струйки газожидкостной смеси через поверхность ударной волны, скачкообразные изменения скорости, плотности, давления и температуры

The authors of [3, 4] proposed a different hypothesis for the calculation of thermodynamic parameters on a shock wave in a GLM. They believed that when a stream of a gas-liquid mixture passes through the surface of a shock wave, sudden changes in velocity, density, pressure, and temperature can be described us-

можно описать, используя соотношения на ударной волне типа Ренкина-Гюгонио. При этом удельная теплоёмкость смеси равна удельной теплоёмкости газа ($C_{pm} = C_{pg}$ и $C_{vm} = C_{vg}$), а скорость звука в ГЖС рассчитывается по уравнению Р.И. Нигматулина. Расчётные исследования показали, что выражения типа Ренкина-Гюгонио справедливы для ГЖС в диапазоне $0,32 < \lambda_{g1} < 1,0$, где λ_{g1} - объёмное содержание газа перед фронтом ударной волны, и имеют вид:

- *перепад скорости смеси V_{m2}/V_{m1} и плотности смеси ρ_{m1}/ρ_{m2} :*

$$\frac{V_{m2}}{V_{m1}} = \frac{\rho_{m1}}{\rho_{m2}} = \frac{1/\xi^2 + (1 - \lambda_{g1}) \left(\frac{2k\lambda_{g1}}{k-1} - 1 \right)}{\lambda_{g1} \left(\frac{2k}{k-1} - 1 \right)}, \quad (15)$$

где

where

$$\xi^2 = \frac{1}{1 + \frac{2k}{k-1} \frac{\lambda_{g1}^2}{nM_1^2}};$$

M_1 - число Маха перед ударной волной;

n - показатель политропы;

k - показатель адиабаты газа;

M_1 - the Mach number before the shock

wave;

n is the polytropic index;

k is the adiabatic index of the gas;

- *перепад давления смеси P_{m2}/P_{m1} :*

- *pressure drop of the mixture P_{m2}/P_{m1} :*

$$\frac{P_{m2}}{P_{m1}} = 1 + \frac{M_1^2 k}{\lambda_{g1}} \left(1 - \frac{V_{m2}}{V_{m1}} \right), \quad (16)$$

- *перепад температуры смеси T_{m2}/T_{m1} :*

- *temperature difference of the mixture T_{m2}/T_{m1} :*

$$\frac{T_{m2}}{T_{m1}} = \frac{P_{m2}}{P_{m1}} \frac{V_{m1}}{V_{m2}} \frac{\lambda_{g1}}{\lambda_{g2}}, \quad (17)$$

где

where

$$\lambda_{g2} = \frac{1 - \xi^2 (1 - \lambda_{g1})^2}{1 + \xi^2 (1 - \lambda_{g1}) \left(\frac{2k\lambda_{g1}}{k-1} - 1 \right)}$$

- объёмное содержание газа за ударной волной.

- volumetric gas content behind the shock wave.

Если записать уравнения (15) - (17) для газа (при $\lambda_{g1} = 1$), то получим известные соотношения параметров для прямого скачка уплотнения в газовой среде [5]:

- перепады скорости V_{g2}/V_{g1} и плотности ρ_{g1}/ρ_{g2} на газовом скачке уплотнения:

$$\frac{V_{g2}}{V_{g1}} = \frac{\rho_{g1}}{\rho_{g2}} = \frac{1 + \frac{2}{k-1} M_1^2}{\frac{k+1}{k-1}}; \quad (18)$$

- перепад давления P_{g2}/P_{g1} на газовом скачке уплотнения:

$$\frac{P_{g2}}{P_{g1}} = 1 + k M_1^2 \left(1 - \frac{V_{g2}}{V_{g1}} \right). \quad (19)$$

На рисунке 2 приведены результаты расчёта перепада давления P_2/P_1 (уравнение (13)) на ударной волне в газожидкостной смеси при различных значениях газосодержания λ_g .

If we write equations (15) - (17) for the gas (for $\lambda_{g1} = 1$), then we obtain the known relations of the parameters for a direct jump in the gas environment [5]:

- speed V_{g2}/V_{g1} and density ρ_{g1}/ρ_{g2} differences on the gas shock of the seal:

- pressure drop P_{g2}/P_{g1} across the gas shock of the seal:

Figure 2 shows the results of the calculation of the pressure drop P_2/P_1 (equation (13)) on the shock wave in a gas-liquid mixture for different gas contents λ_g .

Рисунок 2. Расчётная зависимость перепада давления P_2/P_1 на ударной волне в газожидкостной смеси

Figure 2. Calculated dependence of pressure drop P_2/P_1 on a shock wave in a gas-liquid mixture

На рисунке 3 показаны значения расчётного числа Маха M перед ударной волной в зависимости от газосодержания λ_g при принятых постоянных значениях средней скорости смеси на входе в канал $u_m = 51; 75,5$ и 100 м/с. На рисунке 3 также приведены результаты расчёта перепада давления P_{m2}/P_{m1} согласно уравнению (13) - (чёрными линиями) и (15) (красными линиями) на ударной волне в газожидкостной смеси при различных значениях газосодержания λ_g и M . Сравнение расчётных кривых P_{m2}/P_{m1} , полученных различными методами, показало хорошее совпадение относительных давлений в диапазоне $\lambda_g = 0,7-1,0$. Наличие отрицательных значений P_{m2}/P_{m1} при $\lambda_g < 0,3$ и заниженных значений относительного давления в диапазоне $\lambda_g < 0,7$, полученных по уравнению (16), объясняется несовершенством метода расчёта [6, 7], например тем, что показатель адиабаты газожидкостной смеси принимался постоянным и равным $k_m = k_g = 1,4$.

Figure 3 shows the values of the calculated Mach number M in front of the shock wave as a function of the gas content λ_g with the assumed constant values of the average velocity of the mixture at the inlet to channel $u_m = 51; 75.5$ and 100 m/s. Figure 3 also shows the results of the calculation of the pressure drop P_{m2}/P_{m1} according to the equation (13) - (black lines) and (15) (red lines) on the shock wave in the gas-liquid mixture at different gas contents λ_g and M . Comparison of the calculated curves P_{m2}/P_{m1} obtained by different methods showed good coincidence of relative pressures in the range of $\lambda_g = 0.7-1.0$. The presence of negative values P_{m2}/P_{m1} at < 0.3 and low values of the relative pressure in the range $\lambda_g < 0.7$ obtained by equation (16) is explained by the imperfection of the calculation method [6, 7], for example, in that the adiabatic exponent of the gas-liquid mixture was assumed constant and equal $k_m = k_g = 1.4$.

Рисунок 3. Сопоставление расчётных зависимостей перепада давления P_{m2}/P_{m1} на ударной волне в газожидкостной смеси, полученных по разным методикам

Figure 3. Comparison of calculated dependences of pressure drop P_{m2}/P_{m1} on a shock wave in a gas-liquid mixture obtained by different methods

*Толщина фронта ударной волны
в пузырьковой среде*

В газодинамике прямая ударная волна хорошо изучена и её рассматривают в виде поверхности, пересекая которую все струйки газа одновременно претерпевают скачкообразные изменения скорости, плотности, давления и температуры. По этой причине ударную волну называют скачком уплотнения [5].

Ниже рассмотрен случай возникновения ударной волны при обтекании препятствия, расположенного в поле сверхзвукового потока. Следует отметить существенное отличие характерных параметров толщины фронта ударной волны в жидкостях и газах от характерного параметра толщины фронта ударной волны в дисперсно-пузырьковом потоке при $0,3 < \lambda_{g1} < 1,0$.

В жидкостях и газах характерным параметром толщины фронта ударной волны является длина свободного пробега молекул или атомов [7, 8]. В дисперсно-пузырьковых потоках характерным размером, определяющим толщину фронта ударной волны, является средний диаметр пузырьков газа - d_b [6, 7, 9, 10]. Причём в выражение для толщины ударной волны в пузырьковой и дисперсно-пузырьковой смесях, кроме числа Маха M_1 набегающего потока, входит значение объёмного газосодержания λ_{g1} перед фронтом ударной волны, которое во многом определяет её толщину [11, 12]. Следует отметить, что при $\lambda_{g1} \sim 0,38$ толщина ударной волны может превышать характерный размер течения даже при больших числах Маха, в этом случае ударная волна вырождается в волну сжатия [12].

В работе [11] была разработана теория структуры сильной ударной волны при пузырьковом режиме течения и получено аналитическое решение задачи. Толщина ударной волны δ определяется из соотношения:

$$\delta = \frac{d_b}{\frac{|B|}{4}(1 - \lambda_{g1})}, \quad (20)$$

где d_b - средний диаметр пузырьков;

*Shock wave front thickness
in a bubbly medium*

In gas dynamics, a direct shock wave is well studied and it is viewed as a surface, intersecting which all jets of gas simultaneously undergo abrupt changes in velocity, density, pressure, and temperature. For this reason, the shock wave is called the shock compression [5].

Below we consider the case of the appearance of a shock wave in the flow around an obstacle located in a supersonic flow field. It should be noted that the characteristic parameters of the thickness of the front of the shock wave in liquids and gases differ significantly from the characteristic parameter of the thickness of the front of the shock wave in a dispersed-bubble flow at $0,3 < \lambda_{g1} < 1,0$.

In liquids and gases, the characteristic length of the front of a shock wave is the mean free path of molecules or atoms [7, 8]. In dispersed-bubble flows, the average diameter of the gas bubbles, d_b [6, 7, 9, 10], is the characteristic size determining the thickness of the front of the shock wave. Moreover, the expression for the thickness of the shock wave in the bubble and dispersion-bubble mixtures, in addition to the Mach number M_1 of the incoming flow, includes the value of the bulk gas content λ_{g1} ahead of the shock front, which largely determines its thickness [11, 12]. It should be noted that for $\lambda_{g1} \sim 0,38$ the thickness of the shock wave can exceed the characteristic flow dimension even for large Mach numbers, in this case the shock wave degenerates into a compression wave [12].

The theory of the structure of a strong shock wave under the bubble flow regime was developed in [11] and an analytical solution of the problem was obtained. The thickness of the shock wave δ is determined from the relation:

where d_b is the average diameter of the bubbles;

$$|B| = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{nM_1^2(1-\lambda_{g2})}{\lambda_{g1}^{5/3}(1-\lambda_{g1})^{4/3}} \Gamma_2 \frac{\left(1 - \frac{C_{m2}}{C_{m1}}\right)^3}{\frac{k-3}{2(k-1)} \left(\frac{\lambda_{g2}P_{m2}(1-\lambda_{g1})}{\lambda_{g1}P_{m1}(1-\lambda_{g2})} - 1\right)};$$

где $\Gamma_2 = 1,12$ - эмпирическая константа.

Согласно результатам расчёта по уравнению (20), было установлено, что при изменении объёмного газосодержания в пределах $\lambda_{g1} = 0,3-0,8$, толщина ударной волны δ может изменяться в пределах $3d_b \leq \delta \leq 10d_b$. Если учесть, что в экспериментах [13] средний диаметр пузырьков газа находился в интервале от 10 до 50 мкм, то толщина фронта ударной волны изменялась от 0,150 мм до 3 м. Причём при $\lambda_{g1} = 0,38$ величина толщины ударной волны находится в пределах $\delta \approx 10d_b - 10d_b$ ($\delta \approx 0,3 \div 3$ м) и несущественно зависит от числа Маха, что представлено на рисунке 4.

where $\Gamma_2 = 1.12$ is the empirical constant.

According to the results of the calculation using equation (20), it was found that when the volumetric gas content varies $\lambda_{g1} = 0.3-0.8$ the thickness of the shock wave δ can vary from $3d_b \leq \delta \leq 10d_b$. If we take into account that in the experiments of [13], the average diameter of gas bubbles was in the range from 10 to 50 μm , then the thickness of the front of the shock wave varied from 0.150 mm to 3 m. Moreover, at $\lambda_{g1} = 0.38$, the value of the thickness of the shock wave is in the range $\delta \approx 10d_b - 10d_b$ ($\delta \approx 0.3 \div 3$ m) and does not significantly depend on the Mach number, which is shown in Figure 4.

Рисунок 4. Зависимость толщины фронта ударной волны в дисперсно-пузырьковой газожидкостной смеси в зависимости от числа Маха M_1 и объёмного газосодержания λ_{g1}

Figure 4. Dependence of the thickness of the front of the shock wave in a dispersion-bubble gas-liquid mixture in dependence from the Mach number M_1 and the volume gas content λ_{g1}

В этом случае (при $\lambda_{gl} \approx 0,38$) изменяется само понятие ударной волны, и она вырождается в волну сжатия. Изменение толщины ударной волны при её распространении в газожидкостной среде в широких пределах позволило выявить условия для воздействия на пузырьковую среду, близкие к однородному сжатию в адиабатическом режиме без разрушения пузырьков.

Выводы

Анализ известных соотношений для расчёта скорости звука в дисперсно-пузырьковой газожидкостной смеси показал, что, несмотря на внешнее разнообразие корреляций, большинство из них получено на основе уравнения Лапласа для газа и расхождение с экспериментальными замерами не превышает 5 %.

Сравнение расчётных зависимостей отношения давлений на ударной волне, полученных различными методами, показало хорошее совпадение относительных давлений в диапазоне объёмного газосодержания $\lambda_g = 0,7-1,0$. Наличие отрицательных значений P_{m2}/P_{m1} при $\lambda_g < 0,3$ и заниженных значений относительного давления в диапазоне $\lambda_g < 0,7$, полученных по известным методам, объясняется несовершенством метода расчёта, например тем, что показатель адиабаты газожидкостной смеси принимался постоянным и равным $k_m = k_g = 1,4$.

Список литературы

1. Крокко Л. Одномерное рассмотрение газовой динамики установившихся течений // Основы газовой динамики: Пер. с англ. / Под ред. Г. Эммонса. М.: Изд-во литературы, 1963. С. 64-324.
2. Данилов И.М. Экспериментальные и теоретические исследования течений газожидкостных сред с высоким газосодержанием: автореф. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2010. 29 с.
3. Циклаури Г.В., Данилин В.С., Селезнев Л.И. Адиабатные двухфазные течения. М.: Атомиздат, 1973. 444 с.
4. Eddington R.B. Investigation of Supersonic Shock Phenomena in a Two-Phase (Liquid-Gas) Tunnel // Jet Propulsion Laboratory. California Institute of Technology. March 15, 1967. Technical Report 32. P. 1096.

In this case (at $\lambda_{gl} \approx 0.38$) the very concept of the shock wave changes, and it degenerates into a compression wave. The change in the thickness of the shock wave during its propagation in a gas-liquid medium over a wide range made it possible to reveal the conditions for the action on a bubble medium close to homogeneous compression in the adiabatic regime without destroying the bubbles.

Conclusions

An analysis of the known relationships for the calculation of the sound velocity in a dispersive bubble gas-liquid mixture showed that, despite the external diversity of correlations, most of them were obtained on the basis of the Laplace equation for gas and the difference with the experimental measurements does not exceed 5 %.

A comparison of the calculated dependences of the pressure ratio on a shock wave obtained by various methods showed a good coincidence of the relative pressures in the range of the volumetric gas content $\lambda_g = 0.7-1.0$. The presence of negative values P_{m2}/P_{m1} at $\lambda_g < 0.3$ and low values of the relative pressure in the range $\lambda_g < 0.7$, obtained by known methods, is explained by the imperfection of the calculation method, for example, in that the adiabatic exponent of the gas-liquid mixture was assumed to be constant and equal $k_m = k_g = 1.4$.

References

1. Krokko L. Odnomernoe rassmotrenie gazovoi dinamiki ustanovivshikhsya techenii. Osnovy gazovoi dinamiki: Per. s angl. [One-Dimensional Analysis of the Gas Dynamics of Steady Flows. Fundamentals of Gas Dynamics: Transl. from Engl.]. Under Edition of G. Emmons. Moscow, Izd-vo literatury, 1963, pp. 64-324. (in Russ.).
2. Danilov I.M. Eksperimental'nye i teoreticheskie issledovaniya techenii gazozhidkostnykh sred s vysokim gazosoderzhaniiem: avtoref. ... kand. fiz.-mat. Nauk [Experimental and Theoretical Studies of Gas-Liquid Flows with High Gas Content. / Cand. Fiz.-Mat. Sci. avtoref.]. Moscow, 2010, 29 p. (in Russ.).
3. Tsiklauri G.V., Danilin V.S., Seleznev L.I. Adibatnye dvukhfaznye techeniya [Adiabatic Two-Phase Flows]. Moscow, Atomizdat, 1973. 444 p. (in Russ.).

5. Nicklin D.J., Wilkes J.O., Davidson J.F. Two-Phase Flow in Vertical Tubes // *Trans. Inst. Chem. Eng.* 1962. No. 40. P. 61-68.

6. Marquez R. Downhole Natural Separation: Dissertation / The University of Tulsa. 2004. 187 p.

7. Davies R.M., Taylor G.I. The Mechanics of Large Bubbles Rising through Extended Liquids and through Liquid in Tubes // *Proc. R. Soc. London.* 1950. A 200. P. 375-390.

8. Goldsmith H.L., Mason S.G. The Movement of Single Large Bubbles in Closed Vertical Tubes // *J. Fluid Mech.* 1962. No. 14. P. 52-58.

9. Clift R., Grace J.R., Weber M.E. Bubbles, Drops and Particles. Academic Press, NY. 1978.

10. Benjamin T.B. Gravity Currents and Related Phenomena // *J. Fluid Mech.* 1968. No. 21. P. 209-248.

11. Viana F., Pardo R., Yanez R., Trallero J.L., Joseph D.D. Universal Correlation for the Rise Velocity of Long Gas Bubbles in Round Pipes // *J. Fluid Mech.* 2003. Vol. 494. P. 379-398.

12. Benjamin T.B. Gravity Currents and Related Phenomena // *J. Fluid Mech.* 1968. No. 21. P. 209-248.

13. White E.T., Beardmore R.H. The Velocity of Rise of Single Cylindrical Air Bubbles through Liquids Contained in Vertical Tubes // *Chem. Engng Sci.* 1962. No. 17. P. 351-361.

4. Eddington R.B. Investigation of Supersonic Shock Phenomena in a Two-Phase (Liquid-Gas) Tunnel. Jet Propulsion Laboratory. California Institute of Technology. March 15, 1967. Technical Report 32. P. 1096.

5. Nicklin D.J., Wilkes J.O., Davidson J.F. Two-Phase Flow in Vertical Tubes. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 1962, No. 40, pp. 61-68.

6. Marquez R. Down Hole Natural Separation: Dissertation. The University of Tulsa. 2004. 187 p.

7. Davies R.M., Taylor G.I. The Mechanics of Large Bubbles Rising through Extended Liquids and through Liquid in Tubes. *Proc. R. Soc. London.* 1950. A 200. R. 375-390.

8. Goldsmith H.L., Mason S.G. The Movement of Single Large Bubbles in Closed Vertical Tubes. *J. Fluid Mech.*, 1962, No. 14, pp. 52-58.

9. Clift R., Grace J.R., Weber M.E. Bubbles, Drops and Particles. Academic Press, NY. 1978.

10. Benjamin T.B. Gravity Currents and Related Phenomena. *J. Fluid Mech.*, 1968, No. 21, pp. 209-248.

11. Viana F., Pardo R., Yanez R., Trallero J.L., Joseph D.D. Universal Correlation for the Rise Velocity of Long Gas Bubbles in Round Pipes. *J. Fluid Mech.*, 2003, Vol. 494, pp. 379-398.

12. Benjamin T.B. Gravity Currents and Related Phenomena. *J. Fluid Mech.*, 1968, No. 21, pp. 209-248.

13. White E.T., Beardmore R.H. The Velocity of Rise of Single Cylindrical Air Bubbles through Liquids Contained in Vertical Tubes. *Chem. Engng Sci.*, 1962, No. 17, pp. 351-361.

Автор

• Волков Максим Григорьевич, канд. техн. наук
ООО «РН-УфаНИПИнефть»
Заместитель генерального директора
по технологиям и исследованиям
Российская Федерация, 450103, г. Уфа,
ул. Бехтерева, 3/1
тел. (347) 293-60-10
e-mail: m_volkov@ufanipi.ru

The Author

• Volkov Maksim G., Candidate of Technical
Sciences
RN-UfaNIPIneft LLC
Deputy General Director for Technology
and Research
3/1, Bekhtereva str., Ufa, 450103,
Russian Federation
tel: (347) 293-60-10
e-mail: m_volkov@ufanipi.ru