РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ НЕФТЯНОГО ПЛАСТА

OPTIMIZATION PROBLEMS OF OIL RESERVOIR OPERATIONAL PARAMETERS OPTIMAL CONTROL

С. С. Мирошниченко
Sergey S. Miroshnichenko

Ижевский государственный
технический университет
имени М.Т. Калашникова,
г. Ижевск, Российская Федерация

Kalashnikov Izhevsk State
Technical University,
Izhevsk, Russian Federation

К. А. Сидельников
Konstantin A. Sidelnikov

ЗАО «Ижевский нефтяной
научный центр»,
г. Ижевск, Российская Федерация

Izhevsk Petroleum Research
Center JSC,
Izhevsk, Russian Federation

В статье предлагается метод решения задач оптимального управления эксплуатационными параметрами нефтяного пласта: размещение нагнетательных и добывающих скважин, регулирование работы скважин в постановке нестационарной двухфазной фильтрации. В зависимости от горизонта планирования оптимизация режимов на основе предлагаемого метода дает прогнозирование увеличения добычи от 27 % при долгосрочном планировании до 60 % при краткосрочном планировании.

В работе выявлено, что для задач оптимального управления режимом использования нефтяного пласта вместо уравнений состояния в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений необходимо брать дифференциальные уравнения в частных производных. Затруднительность решения сильно возрастает с увеличением размерности задачи: двумерная стационарная, двумерная нестационарная, двумерная двухфазная нестационарная, трехмерная многофазная нестационарная постановки. Реальными для решения являются двумерные нестационарные многофазные модели фильтрации.

В работе получены результаты оптимизационных расчетов, которые обнаруживают, что определение проблемы рационального дислоцирования и корректирования работы скважин в постановке нестационарной двухфазной фильтрации значительно увеличивает эксплуатационные характеристики нефтяного пласта. Не представляет собой принципиальных трудностей определение других критериев оптимальности и дополнительных ограничений. Обнаружено, что достижимой является и проблема трехфазной фильтрации в двумерной и квазитрехмерной постановках.

В результате использованного на практике генетического алгоритма с объединенным кодированием операторов скрещивания и операторов доминирования для отбора представлен способ определения проблемы рационального управления эксплуатационными параметрами нефтяного пласта: дислоцирование нагнетательных и добывающих скважин, корректирование работы скважин в постановке нестационарной двухфазной фильтрации. В зависимости от того, какой задается срок планирования, оптимизация режимов дает прогнозирование увеличения добычи от 27 % до 60 %.

The article proposes a method for solving optimization problems of oil reservoir operational parameters optimal control: placement of injection and production wells; regulation of wells in the formulation of non-stationary two-phase filtration. Depending on the planning horizon, optimization of the regimes based on the proposed method provides a forecast of an increase in production from 27 % for long-term planning to 60 % for short-term planning.

Ключевые слова

оптимальное управление;
нефтяной пласт;
размещение скважин;
двухфазная фильтрация;
прогнозирование добычи нефти

Key words

optimal control; oil reservoir;
well placement; two-phase filtering;
forecasting oil production

It was found out that for optimal control problems for the modes of using the oil reservoir instead of the equations of state in the form of a system of ordinary differential equations, it is necessary to take partial differential equations. The complexity of the solution greatly increases with the dimension of the problem: a two-dimensional stationary, two-dimensional non-stationary, two-dimensional two-phase non-stationary, three-dimensional multi-phase non-stationary settings. Real for the solution are two-dimensional non-stationary multi-phase filtration models.

In the work, the results of optimization calculations were obtained, which reveal that the definition of the problem of rational deployment and correction of well operation in the formulation of non-stationary two-phase filtration significantly increases the performance of the oil reservoir. It is not a matter of principle to determine other criteria for optimality and additional constraints. It was found that the problem of three-phase filtering in two-dimensional and quasi-three-dimensional settings is achievable.

As a result of a genetic algorithm used in practice with combined coding of crossover operators and dominance operators for selection, a method for determining the problem of rational management of oil reservoir operational parameters is presented: deployment of injection and production wells; correction of well operation in the formulation of non-stationary two-phase filtration. Depending on the planning period, the optimization of the regimes gives a forecast of an increase in production from 27 % to 60 %.

Для задач оптимального управления режимами эксплуатации нефтяного пласта вместо уравнений состояния в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений необходимо брать дифференциальные уравнения в частных производных. Сложность решения резко увеличивается с увеличением размерности задачи: двухмерная стационарная, двухмерная нестационарная, двухмерная двухфазная нестационарная, трехмерная многофазная нестационарная постановки. Реальными для решения являются двухмерные нестационарные многофазные модели фильтрации. Будем рассматривать следующие дифференциальные операторы:

$$D_1(F) = \nabla(\Lambda(\nabla F - f)) + Q = 0 \quad (1)$$

— стационарная однофазная фильтрация;

$$D_2(F) = -a \frac{\partial F}{\partial t} + \nabla(\Lambda(\nabla F - f)) + Q = 0 \quad (2)$$

— нестационарная однофазная фильтрация;

$$D_3(F) = -A \frac{\partial F}{\partial t} + \nabla(\Lambda(\nabla F - f)) + Q = 0 \quad (3)$$

— нестационарная двухфазная фильтрация.

$$\text{Здесь } \mathbf{F} = \begin{pmatrix} P_w \\ P_o \\ S \end{pmatrix} \quad (4)$$

— вектор переменных: давление несмачивающей фазы; давление смачивающей фазы; водонасыщенность.

Для такого рода уравнений состояния единственным приемлемым способом является численное решение оптимизационных задач. Численные методы оптимального управления основаны на редукции к задаче нелинейного программирования [1]. В большинстве методов организуется последовательный процесс безусловной минимизации некоторой вспомогательной, изменяемой от шага к шагу функции многих переменных. В том случае, когда для решения задачи безусловной минимизации используются локальные методы, получаются локальные решения задач оптимального управления.

При построении численных методов решения задач оптимального управления от непрерывных систем (1) переходят к их дискретным аппроксимациям. Будем рассматривать дискретные аналоги дифференциальных операторов D_1, D_2, D_3 , которые обозначим $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ соответственно. Дискретный аналог Δ_1 основан на пятиточечном разностном шаблоне. Дискретные аналоги Δ_2, Δ_3 представляют собой неявную семиточечную разностную схему. Для них вводится разностная сетка:

$$\omega_{\Delta x \Delta y}^T = \{0 = t^0 < t^1 < \dots < t^n < \dots < t^N = T, \tau^n = t^{n+1} - t^n; x_i, i = \overline{1, n_x}; y_j, j = \overline{1, n_y}\}. \quad (5)$$

Разностное решение в узлах сетки обозначим вектором $\mathbf{Y} = (\mathbf{F}_{ij}^n)$. Управляющие воздействия $\mathbf{u}(t, \mathbf{r})$ также берутся в некоторых точках пространства $\mathbf{r}_k$ и времени t^l , не обязательно совпадающих с узлами разностной сетки (5).

Конечномерный вектор управлений обозначим $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_k^l) = (u_{1k}^l, \dots, u_{mk}^l)$. Целевой функционал представляет собой результат некоторых алгебраических действий над величинами $\mathbf{Y}, \mathbf{U}$. Таким образом, вместо бесконечномерной задачи имеем конечномерную задачу математического программирования с целевой функцией

$$Z(\mathbf{U}, \mathbf{Y}) \rightarrow \min_{\mathbf{U}} \quad (6)$$

и ограничениями, определяемыми решением дифференциальных операторов ($b=1$, или 2, или 3)

$$\Delta_b(\mathbf{F}, \mathbf{U}) = 0, \quad (7)$$

а также с дополнительными ограничениями на переменные и ограничения, связанными со спецификой оптимизируемого процесса:

$$\Psi_{neq}(\mathbf{F}, \mathbf{U}) \leq 0, \quad (8)$$

$$\Psi_{eq}(\mathbf{F}, \mathbf{U}) \leq 0. \quad (9)$$

При составлении дискретных аппроксимаций исходной системы можно вводить специальные гипотезы о характере изменения управления внутри интервала интегрирования, применяя различные операторы интерполирования. Как правило, достаточно линейной интерполяции.

Спецификой задачи (6)–(9) является невозможность дифференцирования в общем случае целевой функции и многоэкстремальность задачи. Поэтому основной проблемой является выбор соответствующего метода численного решения оптимизационной задачи. Будем рассматривать в качестве варианта для решения поставленной задачи генетические алгоритмы, справляющиеся с недифференцируемостью функций и многоэкстремальностью.

Далее будем рассматривать нестационарную задачу двухфазной фильтрации жидкостей вода — нефть в постановке [2]:

$$\begin{aligned} \nabla(h(\mathbf{r})\lambda_f(\mathbf{r})(\nabla P_f - \gamma_f \nabla Z(\mathbf{r}))) = \\ = h(\mathbf{r}) \frac{\partial(\varphi S_f / B_f)}{\partial t} - h(\mathbf{r}) Q_f(t, \mathbf{r}), \\ P_o - P_w = P_c, \quad S_w + S_o = 1, \end{aligned}$$

где $f = \{w, o\}$ — индексы для смачивающей и несмачивающей фаз; S_f — насыщенность порового объема f фазой; P_c — капиллярное давление. Считается, что между S_f и P_c имеется функциональная зависимость, $\lambda_f(\mathbf{r}) = \mathbf{k}_f(\mathbf{r}) / \mu_f$, $\gamma_f = \rho_f g$, $\mathbf{r} \in \Omega \subset \bar{\Omega}^3$; $P_f(\mathbf{r})$ — давление в точке $\mathbf{r} \in \Omega$; $\bar{\Omega}$ — область фильтрации с границей Γ ; $\mathbf{n}$ — вектор внеш-

ней нормали; $\mathbf{k}_f$ — диагональный тензор абсолютной проницаемости; h — мощность пласта; Z — глубина залегания; μ_f — вязкость жидкости; ρ_f — плотность жидкости; g — ускорение свободного падения; Q_f — мощность источников; $\varphi(\mathbf{r}) = \varphi^o(\mathbf{r})(1 + c_\varphi(P - P^o))$; $\varphi(\mathbf{r})$ — пористость; B_f — объемный коэффициент; P^o — характерное давление.

Критерием качества для задачи оптимального управления будет максимум добычи нефти за рассматриваемый период времени T . Управление осуществляется с помощью размещения добывающих и нагнетательных скважин, а также регулированием дебетов на обоих типах скважин. Оптимизируемый функционал имеет вид:

$$J(\mathbf{r}_w, \mathbf{r}_o, \mathbf{Q}) = \sum_{l=1}^{L_o} \int_0^T (1 - S(t, \mathbf{r}_o)) q(\mathbf{r}_o) dt \rightarrow \min_{\mathbf{r}_w, \mathbf{r}_o, \mathbf{Q}},$$

где $\mathbf{r}_w, \mathbf{r}_o$ — координаты водонапорных и нефтяных скважин соответственно; $\mathbf{Q} = (q_w, q_o)$ — производительность скважин; $S(t, \mathbf{r}_o)$ — водонасыщенность на нефтяных скважинах. Оптимизация проводится с соблюдением следующих режимно-технологических показателей: $P_l^{\min} \leq P_z(t) \leq P_l^{\max}$, $l = \overline{1, L_w + L_o}$, $q_l^{\min} \leq q_l(t) \leq q_l^{\max}$, $l = \overline{1, L_w + L_o}$ где $P_z(t)$ — динамическое забойное давление, связанное с расходом и давлением в расчетной ячейке модели Писмана [3].

Данная задача решается на сетке 256×256 . При такой размерности задачи непосредственное численное решение задачи является сильно затратным по времени. Поэтому здесь используется подход с аппроксимацией решения радиальными функциями. Корректирующий расчет, связанный с решением конечно-разностной задачи, проводился на сетке 32×32 многосеточным методом с тремя вложенными сетками. При таком подходе время решения задачи оптимизации становится вполне приемлемым (10–30 мин) для обычного компьютера.

Примеры приведены для прямоугольного пласта с размерами 2000×1000 м и средней толщиной 10 м. Конфигурация пласта, при возможности построения криволинейной сетки, не вносит принципиальной сложности в решение оптимизационной задачи.

Рассмотрим сравнительно краткосрочный плановый период $T = 1,6$ года. Будем рассматривать 5 добывающих и 8 водонапорных скважин для пласта. Сходимость итерационного процесса представлена на рисунке 1.

Здесь объем добываемой нефти отнесен к времени T . Достигнутая при оптимизации величина $J/T=219,8$ означает среднесуточную добычу в кубических метрах. По сравнению с первоначальным значением $J/T=137$ объем добычи увеличился более чем на 60 %. Найденное расположение скважин показано на рисунке 2.

Гидродинамика фильтрации несмачивающей жидкости (воды) показана на рисунке 3. Здесь стрелки показывают направление движения воды в пласте при работе нагнетательных скважин.

Рисунок 1. Сходимость итерационного процесса

Рисунок 2. Оптимальное расположение скважин

Рисунок 3. Поле течения несмачивающей жидкости

Рисунок 4. Распределение водонасыщенности в конечный момент времени $T=1,6$ года

Рисунок 5. Начальное расположение скважин

Для других периодов планирования получены другие координаты расположения источников и изменение их интенсивностей во времени. Зависимость показателя эффективности от горизонта планирования показана на рисунке 8.

На рисунке 8 представлены средние значения за полное время планирования. Для периода планирования $T=16$ падение среднесуточной добычи по годам приведено на рисунке 9.

Если использовать для определения характеристик эксплуатации пласта результаты расчетов, полученные для $T=1,6$ и представленные в таблице 2, то получим среднее значение $J/T=58,2$, ниже чем $J/T=95$. Приход нефти в этом случае снижается из-за преждевременного обводнения скважин.

Конечное распределение водонасыщенности представлено на рисунке 10, а на рисунке 11 показано течение воды в пласте.

Результаты оптимизационных расчетов показывают, что решение задачи оптимального

Таблица 1. Координаты скважин и интенсивности источников во времени

	l	x	y	T					
				0	3.2	6.4	9.6	12.8	16
w	1	437,5	250	0,004046	0,014797	0,025548	0,036299	0,04705	0,057802
	2	562,5	62,5	0,006339	0,011923	0,017506	0,02309	0,028673	0,034257
	3	1312,5	468,75	0,011417	0,014016	0,016615	0,019214	0,021813	0,024411
	4	1437,5	62,5	0,011417	0,017213	0,023009	0,028805	0,034601	0,040397
	5	312,5	562,5	0,00243	0,014373	0,026316	0,038259	0,050202	0,062145
	6	562,5	781,25	0,010797	0,018065	0,025333	0,032602	0,03987	0,047138
	7	1375	906,25	0,004228	0,014123	0,024018	0,033913	0,043808	0,053703
	8	1437,5	500	0,011417	0,019833	0,028249	0,036664	0,04508	0,053496
o	1	1500	562,5	-0,00512	-0,01946	-0,03379	-0,04813	-0,06246	-0,0768
	2	500	750	-0,00512	-0,01733	-0,02953	-0,04174	-0,05394	-0,06615
	3	1187,5	250	-0,04161	-0,04865	-0,05569	-0,06272	-0,06976	-0,0768
	4	500	406,25	-0,00512	-0,01946	-0,03379	-0,04813	-0,06246	-0,0768
	5	1500	312,5	-0,00512	-0,01946	-0,03379	-0,04813	-0,06246	-0,0768

Рисунок 6. Изменение показателя качества при итерациях

Рисунок 7. Оптимизированное размещение скважин

Рисунок 8. Зависимость показателя эффективности от горизонта планирования

Рисунок 9. Изменение среднесуточной добычи по годам

размещения и регулирования работы скважин в постановке нестационарной двухфазной фильтрации существенно повышает эксплуатационные характеристики нефтяного пласта. Не составляет принципиальных сложностей

задание других критериев оптимальности и дополнительных ограничений. Также реальной является и задача трехфазной фильтрации в двухмерной и квазитрехмерной постановках.

Рисунок 10. Распределение водонасыщенности в конечный момент времени $T=16$ лет

Рисунок 11. Течение воды в пласте ($T=16$ лет)

Выводы

На основе реализованного генетического алгоритма с комбинированным кодированием операторов скрещивания и операторами доминирования для селекции разработан метод решения задач оптимального управления эксплуатационными параметрами нефтяного пласта: размещение нагне-

тательных и добывающих скважин; регулирование работы скважин в постановке нестационарной двухфазной фильтрации. В зависимости от горизонта планирования оптимизация режимов дает прогнозирование увеличения добычи от 27 % (долгосрочное планирование на 16 лет) до 60 % (краткосрочное планирование на 1,6 года).

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Danilel N Riahi. *Mathematical Modeling and Simulation in Hydrodynamic Stability*. USA: World Scientific Publishing Co, 1996. 200 p.
2. Chanson H. *Applied Hydrodynamics: An Introduction to Ideal and Real Fluid Flows*. The Netherlands, Leiden: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009. 478 p.
3. Michael J. Economides, Kenneth G. Nolte. *Reservoir Stimulation*. USA: Wiley, 2000. 856 p.
4. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М.: Наука, 1982. 432 с.
5. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. *Подземная гидромеханика*. М.: Недра, 1993. 416 с.
6. Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. Ижевск: ИКК, 2003. 128 с.

REFERENCES

1. Danilel N Riahi. *Mathematical Modeling and Simulation in Hydrodynamic Stability*. USA, World Scientific Publishing Co, 1996, 200 p.
2. Chanson H. *Applied Hydrodynamics: An Introduction to Ideal and Real Fluid Flows*. The Netherlands, Leiden, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009. 478 p.
3. Michael J. Economides, Kenneth G. Nolte. *Reservoir Stimulation*. USA, Wiley, 2000. 856 p.
4. Yevtushenko Yu.G. *Metody resheniya ehkstre-mal'nyh zadach i ih primeneniye v sistemah optimizacii*. [Methods for Solving Extremal Problems and their Application in Optimization Systems]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 432 p. [in Russian].
5. Basniev K.S., Kochina I.N., Maksimov V.M. *Podzemnaya gidromekhanika* [Underground Hydrodynamics]. Moscow, Nedra Publ., 1993. 416 p. [in Russian].
6. Kanevskaya R.D. *Matematicheskoe modelirovaniye gidrodinamicheskikh processov razrabotki mestorozhdenij uglevodorodov* [Mathematical Modeling of Hydrodynamic Processes of Hydrocarbon Deposit Development]. Izhevsk, IKK Publ., 2003. 128 p. [in Russian].

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ
ABOUT THE AUTHORS

Мирошниченко Сергей Сергеевич, аспирант кафедры дистанционного обучения, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, г. Ижевск, Российская Федерация

Sergey S. Miroshnichenko, Post-graduate Student of Distance Learning Department, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation

e-mail: lurokpro@gmail.com

Сидельников Константин Анатольевич, главный специалист отдела контроля энергетического состояния пластов, ЗАО «Ижевский нефтяной научный центр», г. Ижевск, Российская Федерация

Konstantin A. Sidelnikov, Chief Specialist of Reservoirs Energy State Department, Izhevsk Petroleum Research Center JSC, Izhevsk, Russian Federation

e-mail: KASidelnikov@udmurtneft.ru