DOI: 10.17117/nv.2015.02.020

Поступила (Received): 16.04.2015

<http://ucom.ru/doc/nv.2015.02.020.pdf>prognoz@prognoz.ru

Перлов М.С., Киселев В.В.
**Использование моделей общего экономического
равновесия для неравновесных экономик**

Perlov M.S., Kiselev V.V.
**Using a general equilibrium model for
the non-equilibrium economy**

В статье рассмотрена проблема использования моделей общего экономического равновесия для экономических систем, характеризующихся неравновесным состоянием, вызванных использованием нерыночных механизмов ценообразования, монополизацией некоторых рынков. Показаны пути адаптации моделей данного класса к неравновесным экономикам. Решение обозначенной в статье проблемы представлено с двух сторон: с методологической стороны – определены изменения в наборе базовых переменных модели для неравновесного случая (в модель добавлены переменные, через которые моделируется дефицит/профицит на неравновесных рынках); со стороны численных методов решения одновременных систем нелинейных уравнений, возникающих в моделях общего равновесия (рассмотрен метод сведения системы уравнений к задаче условной оптимизации и применение генетических методов для решения полученной задачи оптимизации). Предложенные методы были апробированы в программном продукте P5-CGEM, который был использован в ряде коммерческих проектов для макроэкономического прогнозирования на базе теории общего экономического равновесия
Ключевые слова: численные методы, генетические алгоритмы

Перлов Максим Сергеевич

Кандидат экономических наук, доцент
ЗАО «ПРОГНОЗ»
г. Пермь, ул. Стахановская, 54 б

Киселев Валерий Васильевич

Кандидат технических наук
Пермский национальный исследовательский
политехнический университет
г. Пермь, Комсомольский пр., 29

The article considers the problem of the use of models of general economic equilibrium to non-equilibrium economic systems. The ways to adapt this model to non-equilibrium economies. Solution of the problems indicated in the article is presented in two ways: methodological side – determined changes in the set of basic variables in the model for the nonequilibrium case (in the model added variables, through which simulated deficit / surplus in the non-equilibrium markets); by numerical methods for solving systems of nonlinear simultaneous equations that arise in models of general equilibrium (considered a method of reducing the system of equations to the problem of constrained optimization and application of genetic methods to solve the resulting optimization problem). The proposed methods were tested in a software product P5-CGI, which has been used in a number of commercial projects for macroeconomic forecasting on the basis of the theory of general equilibrium.

Key words: numeric methods, genetic algorithms**Perlov Maksim Sergeevich**

Candidate of Economic Sciences, associate Professor
JSC «PROGNOZ»
Perm, Stakhanovskay st., 54 b

Kiselev Valeriy Vasilievich

Candidate of Technical Sciences
State National Research Polytechnic University
of Perm
Perm, Komsomolskiy ave., 29

Введение (Introduction)

Модели общего экономического равновесия (далее – МОЭР) получили широкое распространение в середине XX в. Хотя, несомненно, теоретический фундамент, обеспечивающий использование этих моделей, был заложен значительно раньше в XIX в. Леоном Вальрасом. Теория, предложенная Вальрасом, несмотря на все очевидные плюсы, имела и существенные недостатки, которые долгое время затрудняли ее использование в практических целях (отсутствие строгих математических алгоритмов поиска равновесия, нереалистичных предпосылки о совершенной конкуренции, рыночном ценообразовании, идеальном информировании всех участников рынка и др.).

Материалы и методы (Materials and Methods)

Одним из существенных ограничителей использования МОЭР в практических целях является неопределённость равновесного состояния. Возможно ли они? Стабильно ли это состояние? Подходят ли модели этого класса для описания неравновесных экономик с элементами нерыночного ценообразования? Вопросы достижимости и стабильности равновесного состояния рассмотрены в [1], [2] и остаются за рамками данной работы. А вот вопрос применимости МОЭР для описания неравновесных экономических систем хотелось бы рассмотреть подробнее.

Рассмотрим природу дисбалансов спроса и предложения, приводящих к неравновесному состоянию. Является ли нехватка предложения для удовлетворения спроса или наоборот, превышение предложения над спросом основанием для суждения о том, что рынок находится в неравновесном состоянии? Нет, не является. В случае свободного ценообразования на рынке рано или поздно будет сформирована цена, при которой будет найдена равновесная точка. Процесс «нащупывания» новой равновесной цены был описан еще Вальрасом [3]. В первом случае (дефицит) эта цена будет много выше равновесной, во втором (профицит) – много ниже равновесной. Но рынок при этом будет находиться в равновесном состоянии.

Но вот если цена на рынке является фиксированной и не может быть изменена рыночным механизмом аукциониста, описанного Вальрасом. В этом случае можно говорить о неравновесном состоянии. Значит ли это, что модели общего равновесия не применимы для моделирования таких рынков и экономических систем. Нет, не значит. Рассмотрим фрагмент системы уравнений, возникающей в МОЭР для того чтобы понять, как именно можно учесть неравновесные рынки в моделях данного класса.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots \\ F_S^j(X) = F_D^j(X) \\ F_S^j(X) = \sum_{i=1}^n F_{S_i}^j(X) \\ F_D^j(X) = \sum_{k=1}^m F_{D_k}^j(X) \\ \dots \\ f(x_l) = 0 \\ \dots \end{array} \right. \quad (1)$$

где $F_S^j(X)$ – функция предложения товара/услуги на j-ом рынке;

$F_D^j(X)$ – функция спроса на товар/услугу на j -ом рынке;

X – вектор параметров модели, подмножеством которого является вектор цен на товары, услуги и ресурсы;

$F_{S_i}^j$ – функция предложения товара/услуги на j -ом рынке i -ым экономическим агентом;

n – кол-во агентов, предлагающих товар/услугу на j -ом рынке;

$F_{D_k}^j$ – функция спроса на товар/услугу на j -ом рынке k -ым экономическим агентом;

m – кол-во агентов, предъявляющих спрос на товар/услугу на j -ом рынке;

$f(x_l)$ – некоторое уравнение для l -го параметра модели, принадлежащего вектору X .

Неизвестными в данной системе уравнений являются элементы вектора X , отражающие, в том числе цены на товары и услуги. Для учета возникающих на рынке вследствие фиксированной цены дисбалансов в систему уравнений должна быть введена балансирующая переменная $U^j(X)$.

$$\begin{cases} F_S^j(X) = F_D^j(X) + U^j(X) \\ F_S^j(X) = \sum_{i=1}^n F_{S_i}^j(X) \\ F_D^j(X) = \sum_{k=1}^m F_{D_k}^j(X) \\ f(x_l) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

где $U^j(X)$ – величина дефицита (профицита) на j – ом рынке

При этом следует отметить, что общее количество уравнений и неизвестных переменных не изменилось. Из списка неизвестных переменных исчезли цены, которые являются фиксированными на неравновесных рынках, а вместо них появились величины дефицита (профицита) на этих же рынках.

Далее рассмотрим другой аспект применения МОЭР. Решением системы уравнений, приведенной в (1) или (2), являются параметры, при которых экономическая система находится в равновесном состоянии. Для данной задачи могут быть использованы как традиционные численные методы решения систем нелинейных уравнений, так и специальные методы, разработанные с учетом специфики МОЭР.

Рассмотрим проблему применения моделей общего равновесия к неравновесным экономическим системам со стороны методов расчета данных моделей для формирования прогнозов. Как уже было сказано выше, на математическом уровне МОЭР сводится к системе нелинейных уравнений, которая может быть решена как классическими методами решения систем нелинейных уравнений (например, методом Ньютона) или узкоспециализированными методами для решения систем уравнений в классе МОЭР (например, алгоритм Скарфа или алгоритм Меррилла).

Независимо от выбранного метода решением данной системы является равновесная точка. Но как интерпретировать результат в том случае, если система уравнений оказалась неразрешимой? Конечно, в первую очередь стоит

проверить и скорректировать настройки численного метода: точность, максимальное количество итераций, начальные приближения. Но если и после этих модификаций система уравнений остается неразрешимой, то возможным выходом в данной ситуации является сведение системы нелинейной уравнений к задаче условной оптимизации.

В качестве целевой функции может выступать сумма квадратов отклонений спроса от предложения. При этом множество функций, участвующих в ограничениях, и множество функций, участвующих в целевой функции, могут пересекаться; а при необходимости добавляются ограничения на знак. В общем случае критерий оптимизационной задачи представлен в (3), а система ограничений в (4)

$$\sum_{j=1}^m (F_D^j(X) - F_S^j(X))^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

$$\begin{cases} F_S^j(X) = \sum_{i=1}^n F_{S_i}^j(X) \\ F_D^j(X) = \sum_{k=1}^m F_{D_k}^j(X) \\ f(x_l) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Очевидно, что решением будет не само равновесие, а лишь некоторая точка, близкая к нему, которая может быть использована в качестве начального приближения для решения равновесной системы уравнений, анализа достижимости равновесия. Таким образом, сведение модели общего равновесия к задаче условной оптимизации позволяет получить приближение к равновесному анализу и использовать полученные результаты для дальнейшего анализа.

Сформулированная в (3) и (4) задача условной оптимизации может быть решена классическими численными методами, а также может быть решена с использованием генетических методов, которые имеют ощутимое преимущество перед классическими методами, выраженное его независимости от свойств целевой функции (например, непрерывность, дифференцируемость и др.). Подробнее об использовании генетических методов применительно к задачам условной оптимизации, полученных в моделях общего равновесия рассказано в [4].

Отдельно следует отметить, что описанный метод сведения системы уравнений к задаче условной оптимизации реализован в программном продукте P5-CGEM [5] и был использован в ряде коммерческих проектов, в которых использовался программный продукт P5-CGEM.

Результаты (Results)

Предложенные в статье подходы моделирования неравновесных рынков были использованы в макроэкономической модели общего экономического равновесия Казахстана CGE-KZ-M [6], [7] для описания рынка труда. Данный рынок находится в неравновесном состоянии, поскольку заработная плата в госсекторе является фиксированной.

Проведенная на периоде с 2011 по 2013 гг. верификация модели CGE-KZ-M показала погрешность прогнозирования в пределах от 3 до 5 процентов для в

зависимости от показателей. Например, погрешность прогнозирования ВВП составила 2-3%. Что касается показателя, характеризующего безработицу, то погрешность его прогнозирования составила 3-4%.

Обсуждение и заключение (Discussion and Conclusion)

Таким образом, вышеизложенный материал позволяет с уверенностью утверждать, что слово «равновесие» в названии моделей общего экономического равновесия является скорее отражением истории данного подхода, а не ограничением к использованию для неравновесных экономик.

Список используемых источников:

1. Arrow K.J., Debreu G. Existence of an equilibrium for a competitive economy // *Econometrica*. Jule. 1954. №3. P. 265-290.
2. Debreu G. *The Theory of value: An Axiomatic analysis of economic equilibrium* / New Haven and London: Yale University Press, 1959. P. 115.
3. Вальрас Л. Элементы чистой политической экономии или теория общественного богатства. М: Изограв, 2000. 448 с.
4. Перлов М.С., Шульц Д.Н., Шульц М.Н. Вычислимые модели общего равновесия: программная реализация и численные методы // *European Social Science Journal*. 2012. №10(1). С. 428-436.
5. Шульц Д.Н., Перлов М.С., Моделирование общего экономического равновесия с использованием передовых информационных технологий. // *Материалы VII всероссийской научно-практической конференции с международным участием*. Томск: изд-во Томского университета. 2008. Ч. 1. С. 91-94.
6. Шульц Д.Н., Байзаков С.Б., Перлов М.С. Комплекс долгосрочных моделей Республики Казахстан // *Совершенствование стратегического управления корпоративными образованиями и региональная промышленная политика перехода к новой инновационной экономике*. Т. 2. Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2011.
7. Ощепков И.А., Шульц Д.Н., Перлов М.С. Сценарное прогнозирование социально-экономического развития Республики Казахстан с использованием модели общего экономического равновесия CGE-KZ-M. // *Управление экономическими системами*. 2014.

References:

1. Arrow K.J., Debreu G. Existence of an equilibrium for a competitive economy. *Econometrica*. Jule. 1954. №3. P. 265-290.
2. Debreu G. *The Theory of value: An Axiomatic analysis of economic equilibrium*. New Haven and London: Yale University Press, 1959. P. 115.
3. Walras L. *Elements of pure economics or the theory of social wealth*. M: Izograv, 2000. 448 p.
4. Perlov M.S. Perlov D.N., Schultz M.N. Computable general equilibrium model: software implementation and numerical methods // *European Social Science Journal*. 2012 – №10 (1). P. 428-436.
5. Schultz D., Perlov M. General equilibrium modeling using advanced information technologies. *Proceedings of the VII All-Russian scientific-practical conference with international participation*. Tomsk: Publishing House of Tomsk University. 2008 – Part. 1 p. 91-94.
6. Schultz D., Baizakov S., Perlov M. Complex long-term patterns of Kazakhstan. Improving the strategic management of corporate entities and regional industrial policy transition to the new innovation economy. Vol. 2. Perm: Perm State National Research University, 2011.
7. Oschepkov I.A., Schultz D.N., Perlov M.S. Scenario forecasting of social and economic development of the Republic of Kazakhstan using the model of general economic equilibrium CGE-KZ-M. *Management of economic systems*. 2014.