DOI: 10.17117/ns.2014.02.095

Поступило в редакцию: 02.12.2014

<http://ucom.ru/doc/ns.2014.02.095.pdf>

vka@mil.ru

Уланов А.В., Нечай А.А., Котиков П.Е. Повышение оперативности принятия решения в автоматизированных системах

Ulanov A.V., Nechay A.A., Kotikov P.E.
Increasing the efficiency of decision-making
in automated systems

Статья посвящена проблемам теории массового обслуживания. Представлен анализ нового направления системы массового обслуживания с «нетерпеливыми» заявками, уходящими из системы при превышении некоторого допустимого времени пребывания. Выполнен обстоятельный анализ литературы по вопросу. Показан механизм работы системы массового обслуживания с «нетерпеливыми» заявками

Ключевые слова: теория массового обслуживания, теория очередей, система массового обслуживания

The article is devoted to problems of the theory of mass service. Presents an analysis of the new direction of Queueing systems with impatient applications, going from the system when exceeding a permissible time. Performed a thorough analysis of the literature on the issue. Shows the mechanism of the system of mass obsluzhivaniya with "impatient" applications

Key words: queueing theory, queueing system

Уланов Александр Викторович

Старший научный сотрудник

Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского
г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13

Ulanov Aleksandr Viktorovich

Senior Researcher

Military Space Academy named A.F. Mozhaiskogo
St. Petersburg, Zhdanov st., 13

Нечай Александр Анатольевич

Преподаватель

Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского
г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13

Nechay Aleksandr Anatolyevich

Teacher

Military Space Academy named A.F. Mozhaiskogo
St. Petersburg, Zhdanov st., 13

Котиков Павел Егеньевич

Кандидат технических наук, доцент

Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского
г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13

Kotikov Pavel Egenievich

Candidate of Technical Sciences, associate Professor

Military Space Academy named A.F. Mozhaiskogo
St. Petersburg, Zhdanov st., 13

В теории очередей существует отдельный класс систем массового обслуживания (СМО) – с ограничением времени пребывания. По другому они называются СМО с «нетерпеливыми» заявками, уходящими из системы при превышении некоторого допустимого (в общем случае случайного) времени пребывания. Под заявкой в нашей задаче понимается требование спланировать удар по конкретному нестационарному объекту, под временем обслуживания – время планирования, под временем «терпения» – время нахождения объекта в заданном районе. В качестве показателя эффективности процесса принятия

решения можно использовать вероятность того, что заявка покинет систему необслуженной.

Анализ литературы [1-6] показал, что в настоящий момент имеются методы расчёта либо марковских многоканальных (через дефис указан тип распределения времени «терпения»), либо *одноканальных* немарковских GI/G/1-G систем. В первом случае требование марковости предполагает, что распределения интервалов между заявками входящего потока, времён обслуживания в каналах и уходов из системы по «нетерпению» показательные и, следовательно, обладают свойством марковости – отсутствием последствия (памяти). Выходом из сложившейся ситуации является применение *многоканальных немарковских* систем с произвольным распределением «терпения» (предельного времени пребывания в системе), однако работы по их анализу практически отсутствуют. Исключение составляет статья [8], посвященная анализу системы с гиперэкспоненциальным (H_2) распределением «терпения» $M/M/n-H_2$. Главная ценность упомянутой статьи состоит в общей идее, конкретный метод расчёта в ней не представлен. Применение H_2 -распределения позволяет анализировать СМО с произвольными распределениями обслуживания и «терпения» с достаточной точностью. Похожую задачу, только при показательном распределении «терпения», решали в [9].

Аналогии представленной в [8] диаграммы $M/M/n-H_2$ с хорошо исследованной системой $M/H_2/n$ позволили распространить подход к расчёту второй системы на первую. Ниже представлены результаты применения метода расчёта систем $M/H_2/n$ для анализа $M/H_2/n-H_2$

Модель $M/H_2/n-H_2$

Известно, что H_2 -распределение представляет собой две параллельные фазы с показательными распределениями пребывания в каждой, и заявка с вероятностью u попадает в первую фазу, а с вероятностью $\bar{u}$ – во вторую.

Рассмотрим систему $M/H_2/n-H_2$, когда имеются свободные каналы. Пусть H_2 -распределение «терпения» имеет параметры $\{u_i, \gamma_j\}$, а распределение обслуживания – $\{y_i, \mu_j\}$, $i, j = 1, 2$, где u_i, y_i – вероятности выбора фаз, γ_j, μ_j – параметры показательного распределения задержки в них. Для каждой вновь прибывшей заявки в систему необходимо зафиксировать её тип по времени «терпения» (с вероятностью u_1 она будет первого типа, с вероятностью u_2 – второго) и по времени обслуживания (аналогично с вероятностями y_1 и y_2). Зафиксировав количество заявок в каждой из фаз обслуживания (i, j) и «терпения» (l, m) , получим микросостояние системы, которые характеризуются четверкой (i, j, l, m) , $i+j+l+m=k$, где k – количество заявок в системе. Наглядно изобразить возможные микросостояния системы $M/H_2/n-H_2$ можно с помощью разбиения ярусов диаграммы, содержащих распределение заявок по фазам обслуживания, на слои, обозначающие расстановку по фазам «терпения» (рис. 1).

Номер яруса соответствует количеству заявок в системе, двузначные числа по горизонтали – расстановку по фазам обслуживания, по вертикали – по фазам «терпения». Начиная с яруса $j \geq n$ прибывшие заявки становятся в очередь и не влияют на обслуживание, соответственно диаграмма перестает расти «вширь», увеличивается лишь количество слоев каждого нижележащего яруса.

Рис. 1. Многослойное представление состояний системы $M/H_2/p-H_2$

Изобразить всевозможные переходы между микросостояниями на данной диаграмме с сохранением наглядности крайне затруднительно, поэтому рассмотрим переходы из одного микросостояния (i, j, l, m) в соседние.

На рис. 2 показаны упомянутые переходы в «недогруженной» системе, т. е. когда имеются свободные каналы обслуживания. Коэффициенты над стрелками, соединяющими микросостояния, последовательно перемножаются. При прибытии новой заявки выбирается ее тип терпения, затем тип обслуживания (очередность выбора в данном случае не принципиальна). При уходе по завершению обслуживания выбор следующего микросостояния пропорционален доле заявок соответствующего типа «терпения», при уходе по завершению «терпения» – доле заявок соответствующего типа обслуживания.

Когда все каналы заняты, вновь прибывшая заявка становится в очередь. При этом микросостояние обслуживания не меняется, но меняется расстановка по типам «терпения». Возможные при этом переходы представлены на рис. 3.

При уходе заявки по завершению обслуживания следующее микросостояние выбирается исходя из того, какого она была типа «терпения» (соответствующая вероятность пропорциональна числу заявок соответствующего типа), и какого типа по обслуживанию головная в очереди заявка (с вероятностью y_1 она первого типа, с вероятностью y_2 – второго). При уходе по исчерпанию «терпения» для начала устанавливается, из канала он произошел или из очереди (вероятность каждого события пропорциональна числу каналов и длине очереди соответственно). Если из очереди, то уменьшается количество заявок соответствующего типа «терпения». Если из канала – выбирается, какого типа по обслуживанию была ушедшая заявка, затем – какого типа по обслуживанию головная в очереди.

Рис. 2. Переходы в недогруженной системе $M/H_2/n-H_2$

Рис. 3. Переходы в загруженной системе $M/H_2/n-H_2$

Матрицы переходов и уравнения баланса

Обозначим через S_{ij} множество всех возможных микросостояний обслуживания на i -м слое j -го яруса системы. Номер слоя совпадает с количеством заявок второго типа «терпения». Из рис. 1 очевидно, что $i = \overline{0, j}$. Через σ_j обозначим количество микросостояний в S_{ij} . В случае H_2 -распределения $\sigma_j = \min(n, j) + 1$. Каждый «крайний» слой j -го яруса (нулевой и j -й) связан переходами по прибытию заявок лишь с одним крайним слоем (нулевым и $(j-1)$ -м соответственно) $(j-1)$ -го яруса. Остальные слои $i = \overline{1, j-1}$ связаны с двумя слоями вышележащего яруса. С нижележащим ярусом каждый слой j -го связан переходами с двумя слоями $(j+1)$ -го. В соответствии с диаграммой переходов и этим правилом формируются следующие матрицы интенсивностей инфинитезимальных переходов:

$A_{i,j}^m[\sigma_j \times \sigma_{j+1}]$, $m=0, 1$ – в $S_{i+m, j+1}$ (прибытие заявки), где $m=0$ соответствует первому типу «терпения» прибывшей заявки, $m=1$ – второму,

$B_{i,j}^m[\sigma_j \times \sigma_{j-1}]$ – в $S_{i-m, j-1}$ (уход заявки по обслуживанию или исчерпанию терпения), причем для слоев $i = \overline{1, j-1}$ возможен переход на два слоя вышележащего яруса, поэтому $m=0, 1$, а для крайних слоев при $i=0$ $m=0$, при $i=j$ $m=1$,

$D_{i,j}[\sigma_j \times \sigma_j]$ – ухода из состояний i -го слоя яруса j (в квадратных скобках здесь и далее указывается размер матриц).

Введем векторы-строки $\pi_{i,j} = \{\pi_{i,j,1}, \pi_{i,j,2}, \dots, \pi_{i,j,\sigma_j}\}$ нахождения СМО в состояниях i -го слоя j -го яруса. Ограничение числа заявок в системе числом R необходимо, поскольку диаграмма переходов не стабилизируется. Теперь можно записать векторно-матричные уравнения баланса переходов между состояниями слоев для ярусов $j = \overline{0, R-1}$

$$\begin{aligned} \pi_{0,0} D_{0,0} &= \sum_{m=0}^1 \pi_{m,1} B_{m,1}^m \\ \pi_{i,j} D_{i,j} &= \begin{cases} \pi_{0,j-1} A_{0,j-1}^0 + \sum_{m=0}^1 \pi_{i+m,j+1} B_{i+m,j+1}^m, & i=0 \\ \pi_{j-1,j-1} A_{j-1,j-1}^1 + \sum_{m=0}^1 \pi_{i+m,j+1} B_{i+m,j+1}^m, & i=j \\ \sum_{m=0}^1 (\pi_{i-m,j-1} A_{i-m,j-1}^m + \pi_{i+m,j+1} B_{i+m,j+1}^m), & i = \overline{1, j-1}, \quad j = \overline{1, R-1} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Для крайнего яруса

$$\pi_{i,R} D_{i,R} = \begin{cases} \pi_{0,R-1} A_{0,R-1}^0, & i=0 \\ \pi_{R-1,R-1} A_{R-1,R-1}^1, & i=R \\ \sum_{m=0}^1 (\pi_{i-m,j-1} A_{i-m,R-1}^m), & i = \overline{1, R-1} \end{cases} \quad (2)$$

Систему (1-2), дополненную условием нормировки, практически придется расписывать покомпонентно. Даже для моделей с ограниченной очередью она характеризуется чрезвычайно высокой размерностью, и стандартные методы решения систем линейных алгебраических уравнений применительно

к ней оказываются малоэффективными. Мы применили итерационный метод ее решения [10], впервые предложенный Такахаси и Таками [11].

Ниже представлены результаты расчёта системы $M/H_2/n-H_2$ с интерпретацией применительно к системам поддержки принятия решения на уничтожение целей системой ПВО.

Численные результаты

Будем считать, что поток целей является простейшим с параметром $\lambda=40$ час⁻¹, который находится как отношение среднего количества объектов, по которым требуется нанести удар, ко времени, в течение которого поступают цели. Время обслуживания – время планирования и нанесения удара по одному объекту равномерно распределено на со средним b_1 и дисперсией 0,577 час². Время нахождения цели в заданном районе равномерно распределено на интервале [2,0; 6,5] час. Если имеется несколько групп целей, для которых время планирования и время нахождения в районе различны, то, зная долю каждой группы целей в общем объеме задач и начальные моменты упомянутых времен, в качестве исходных данных для расчета необходимо вычислить средневзвешенные моменты. При дальнейшей аппроксимации времен обслуживания и «терпения» H_2 -распределением сохранятся три начальных момента, чего для инженерных задач необходимо и достаточно. Число каналов обслуживания $n=5$.

В табл. 1 представлены результаты расчета вероятности потери заявки (или вероятности не успеть нанести удар) при различном среднем времени обслуживания с сохранением дисперсии и типа распределения. Результаты расчетов верифицированы с помощью специально разработанных имитационных моделей.

Таблица 1. Вероятности потери заявки

b_1 , час	Имитация	Расчет
0,030	0,141	0,138
0,025	0,077	0,082
0,020	0,044	0,047
0,015	0,011	0,012

Хорошее согласие результатов имитации и численного расчёта позволяет сделать вывод о правильности расчётного метода в его идее и программной реализации.

Первоначальный вариант функционирования СППР при заданной интенсивности поступления требований приведет к потере 14% целей. При уменьшении среднего времени планирования и нанесения в два раза данный показатель уменьшается в 10 раз.

Вывод

Предложенная методика оценивания эффективности СППР позволяет выбрать наиболее оптимальную структуру и режим работы при заданном объеме поступающих требований для планирования и нанесения ударов по перемещающимся целям.

Список литературы:

1. Barrer D.Y. Queueing with Impatient Customers and Indifferent Clerks // *Operation Research*. 1957. № 5. P. 294-400.
2. Barrer D.Y. Queueing with Impatient Customers and Ordered Service // *Operation Research*. 1957. № 7. P. 385-389.
3. Гнеденко Б.В. Об одной задаче массового обслуживания. Доклады АН УССР, 1958. С. 477- 479.
4. Саати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и её приложения. М.: Сов. радио, 1965. 510 с.
5. Hoshi K., Iijima S., Takahashi Y., Komatsu N., Traffic Performance for a Time-Out Scheme Communication System // *International Conference on Ultra Modern Communications ICUMT'2009*.
6. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. М.: РУДН им. П. Лумумбы, 1995. 529 с.
7. Овчаров Л.А. Применение методов теории массового обслуживания при оценке эффективности боевых действий. М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1966. 192 с.
8. Roubos A., Jouini O. Call Centers with Hyperexponential Patience Modeling // *International Journal of Production Economics*. 2013. Vol. 141. Pp. 307-315.
9. Дудин С.А., Дудина О.С. Модель функционирования колл-центра как система MAP/PH/N/R-N с нетерпеливыми запросами // *Пробл. передачи информ.* 2011. № 47. С. 68-83.
10. Takahashi Y., Takami Y. A Numerical Method for the Steady-State Probabilities of a GI/G/c Queueing System in General Class // *J. of the Op. Res. Soc. of Japan*. 1976. Vol. 19, № 2. Pp. 147-155.
11. Рыжиков Ю. И. Компьютерное моделирование систем с очередями. СПб.: ВКА, 2007. 164 с.
12. Нечай А.А. Выявление недеklarированных возможностей аппаратно-программного обеспечения // *Экономика и социум*. 2014. № 1-2 (10). С. 457-460.
13. Лохвицкий В.А., Калиниченко С.В., Нечай А.А. Подход к построению системы автоматизированной интеграции информации в базу данных для её своевременной актуализации // *Мир современной науки*. 2014. №2 (24). С. 8-12.
14. Нечай А.А., Матвеев С.В., Сафонов В.М. Выбор и обоснование показателей эффективности решения задачи распределения объектов по средствам поражения // *Мир современной науки*. 2014. №2 (24). С. 13-16.

References:

1. Barrer D.Y. Queueing with Impatient Customers and Indifferent Clerks // *Operation Research*. Vol. 5. 1957. № 5. Pp. 294-400.
2. Barrer D.Y. Queueing with Impatient Customers and Ordered Service // *Operation Research*, Vol. 5. 1957. № 7. Pp. 385-389.
3. Gnedenko B.C. On a problem of mass service. Reports of the USSR Academy of Sciences, 1958. Pp. 477-479.
4. Sahati T.L. Elements of queueing theory and its applications. M.: Owls. radio, 1965. P. 510.
5. Hoshi K., Iijima S., Takahashi Y., Komatsu N. Traffic Performance for a Time-Out Scheme Communication System // *International Conference on Ultra Modern Communications ICUMT'2009*.
6. Bocharov P.P., Pechinkin A.C. the queueing Theory. M.: PFUR them. P. Lumumba, 1995. P. 529.
7. Ovcharov L. A. Application of methods of queueing theory in assessing the effectiveness of hostilities. M: VVIA, 1966. P. 192.
8. Roubos A., Jouini O. Call Centers with Hyperexponential Patience Modeling // *International Journal of Production Economics*. 2013. Vol. 141. Pp. 307-315.
9. Dudin S.A., Dudin O.S. Model of the functioning of the call center as a system of MAP/PH/N/R-N with impatient customers // *Probl. transfer info*. 2011. № 47. Pp. 68-83.
10. Takahashi Y., Takami Y. A Numerical Method for the Steady-State Probabilities of a GI/G/c Queueing System in General Class // *J. of the Op. Res. Soc. of Japan*. 1976. v. 19, № 2. Pp. 147-155.
11. Ryzhikov Y.I. Computer simulation of systems with queue-mi. SPb.: WKA, 2007. P. 164.
12. Nechay A.A. Detection of undeclared capabilities of the hardware-software // *Economy and society*. 2014. № 1-2 (10). Pp. 457-460.
13. Lokhvitski V.A., Kalinichenko S.C., Nechay A.A. Approach to the build system automated integration of data into a database for its timely update of // *the World of modern science*. 2014. № 2 (24). Pp. 8-12.
14. Nechay A.A., Matveev S.C., Safonov V.M. Selection and justification of performance indicators re-solving the problem of distribution of objects by means of destruction // *the World of modern science*. 2014. № 2 (24). Pp. 13-16.