DOI: 10.17117/na.2017.01.03.031

<http://ucom.ru/doc/na.2017.01.03.031.pdf>

Поступила (Received): 25.01.2017

Воржев В.Б., Рогов И.Е., Руденко Н.В., Зеленкин А.А. Аппроксимация характеристик сетевых трансформаторов

Vorzhev V.B., Rogov I.E., Rudenko N.V., Zelenkin A.A.
Approximation characteristics of network transformers

Данная статья посвящена разработке методики аппроксимации нелинейных статических характеристик сетевых трансформаторов на основе нелинейной регрессии. Показано, что с помощью современных программных средств указанные экспериментальные и справочные характеристики, заданные в виде графиков, могут быть аппроксимированы гладкими и непрерывными кривыми с необходимой точностью. При этом могут быть получены аналитические зависимости, описывающие эти кривые. Это позволяет автоматизировать расчёт сетевых трансформаторов и повысить точность

This article focuses on the development of methods of approximation of nonlinear static characteristics of network transformers on the basis of non-linear regression. It is shown that by using modern software and said pilot reference specifications, predetermined as curves can be approximated by smooth and continuous curves with the required accuracy. In this analytical relationships describing these curves can be obtained. This makes it possible to automate the calculation of network transformers and improve accuracy

Ключевые слова: сетевые трансформаторы, аппроксимация характеристик, нелинейная регрессия

Key words: network transformers, the approximation performance, non-linear regression

Воржев Владимир Борисович

Кандидат физико-математических наук, доцент
Донской государственной технической университет
г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

Vorzhev Vladimir Borisovich

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Don state technical university
Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1

Рогов Игорь Евгеньевич

Кандидат технических наук, доцент
Донской государственной технической университет
г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

Rogov Igor Evgenyevich

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Don state technical university
Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1

Руденко Николай Валерьевич

Кандидат технических наук, доцент
Донской государственной технической университет
г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

Rudenko Nikolay Valeryevich

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Don state technical university
Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1

Зеленкин Андрей Александрович

Студент
Донской государственной технической университет
г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

Zelenkin Andrey Aleksandrovich

Student
Don state technical university
Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1

Постановка задачи. Одной из актуальных задач электротехники является расчет сетевых трансформаторов источников вторичного электропитания с непрерывным регулированием выходного напряжения. Эти источники широко применяются для питания маломощных (примерно до 60 Вт) электронных устройств, которые требуют низкого уровня электромагнитных помех, либо могут создавать значительные кратковременные перегрузки [1-3]. Однако для их расчёта применяются графоаналитические методики, основанные на использовании графических зависимостей КПД (η), плотности токов обмоток (j), магнитной индукции магнитопровода (B), коэффициентов меди и стали (K_M , K_C), удельные активные (σ) и реактивные (q) потери в магнитопроводе от величины полной мощности трансформатора [3, 4]. Эти графические зависимости, полученные экспериментально, являются справочными и изображены на рисунках 1-6 сплошными линиями [4]. Использование графоаналитических методик расчёта приводит к следующим недостаткам [3, 4]:

- неточности определения требуемых величин из графиков,
- трудоемкости данного расчета, который является итерационным;
- невозможности алгоритмизировать и автоматизировать расчёт на основе современного программного и компьютерного обеспечения.

Таким образом, отыскание аналитических зависимостей для статических нелинейных характеристик трансформаторов позволило бы значительно упростить процедуру расчета, увеличить его точность и (возможно) отыскать другие, более наглядные алгоритмы поиска оптимального типа магнитопровода, к которому в значительной степени сводится расчет сетевого трансформатора. Целью данной статьи является разработка методики аппроксимация характеристик маломощных сетевых трансформаторов гладкими аналитическими кривыми для их применения в автоматизации расчетов источников вторичного электропитания.

Методы исследования. В качестве методов решения поставленной задачи выбраны методы нелинейного регрессионного анализа, которые являются мощным инструментом для аппроксимации различного рода характеристик электротехнических устройств с достаточной для инженерных расчетов точностью [5, 6].

Поиск функций сводится к выбору нелинейных уравнений регрессии, аппроксимирующих заданные графические функции с неизвестными коэффициентами ($a_1, a_2, \dots, a_n$) и к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно этих коэффициентов:

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial a_k} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\left(y_{\text{эксп } i} - y_{\text{рег } i}(a_1, a_2, \dots, a_n) \right) \cdot \left(-\frac{\partial y_{\text{рег } i}}{\partial a_k} \right) \right] \right\} = 0. \quad (1)$$

Эта система получена из условия минимума функционала $F(a_1, a_2, \dots, a_n)$, зависящего от коэффициентов искомой функции. Следует особо отметить, что регрессионные методы позволяют получать непрерывные и гладкие функции, которые могут быть использованы при решении прикладных задач электротехники и электроники [7-9]. Кроме того, изложенный формализм не имеет ограничений по выбору элементарных функций, в базисе которых будет происходить поиск требуемого решения.

Результаты. Для расчета кривой зависимости КПД от полной мощности трансформатора (рис. 1) $\eta(S)$ примем следующее уравнение регрессии:

$$\eta_{\text{перп}}(S) = a_0 + a_1 S + a_2 S^2 + a_3 S^3, \quad (2)$$

где a_0, a_1, a_2 – некие коэффициенты, подлежащие определению.

При этом система уравнений (1) для определения коэффициентов уравнения (2) примет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} n & \dots & \sum_{i=1}^n S_i^3 & \left| & \sum_{i=1}^n \eta_{\text{перп } i} \right. \\ \dots & \dots & \dots & \left| & \dots \right. \\ \sum_{i=1}^n S_i^3 & \dots & \sum_{i=1}^n S_i^6 & \left| & \sum_{i=1}^n [\eta_{\text{перп } i} \cdot S_i^3] \right. \end{pmatrix} \quad (3)$$

Решение этой и других СЛАУ получены известными методами с помощью программы MathCAD [5, 6, 10]. В результате решения системы (3) имеем искомую функцию $\eta(S)$:

$$\eta(S) = 0,605 + \frac{97980 \cdot S - 1449 \cdot S^2 + 8,63 \cdot S^3}{10^7} \quad (4)$$

График этой функции показан на рисунке 1 штрих-пунктирной линией.

Рис. 1. Зависимость КПД трансформатора от полной мощности

Для расчета кривой зависимости плотности тока от полной мощности трансформатора (рис. 2), с учетом характера зависимости $j(S)$, примем следующее уравнение регрессии:

$$j_{\text{перп}}(S) = \frac{1}{b_0 + b_1 S + b_2 S^2 + b_3 S^3} \quad (5)$$

Тогда

$$\frac{1}{j_{\text{перп}}(S)} = b_0 + b_1 S + b_2 S^2 + b_3 S^3.$$

Для определения коэффициентов уравнения (5) получим следующую СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} n & \dots & \sum_{i=1}^n S_i^3 & \left| \sum_{i=1}^n \frac{1}{j_{\text{перп } i}} \right. \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n S_i^3 & \dots & \sum_{i=1}^n S_i^6 & \left| \sum_{i=1}^n \frac{S_i^3}{j_{\text{перп } i}} \right| \end{pmatrix} \quad (6)$$

В результате решения системы (6) можем определить функции $j(S)$:

$$j(S) = \frac{10^7}{2,29 \cdot 10^6 + 4393 \cdot S + 693,2 \cdot S^2 - 8,948 \cdot S^3} \quad (7)$$

График этой функции показан на рисунке 2 штрихпунктирной линией.

Рис. 2. Зависимость плотности токов в обмотках трансформатора от полной мощности

Для расчета кривой зависимости магнитной индукции магнитопровода от полной мощности трансформатора (рис. 3) $B(S)$ примем следующее уравнение регрессии:

$$B_{\text{перп}}(S) = c_0 + c_1 \ln S + c_2 (\ln S)^2 + c_3 (\ln S)^3 \quad (8)$$

Получим следующую СЛАУ для определения коэффициентов уравнения (8):

$$\begin{pmatrix} n & \dots & \sum_{i=1}^n (\ln S_i)^3 & \left| \sum_{i=1}^n B_{\text{перп } i} \right. \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n (\ln S_i)^3 & \dots & \sum_{i=1}^n (\ln S_i)^6 & \left| \sum_{i=1}^n [B_{\text{перп } i} \cdot (\ln S_i)^3] \right| \end{pmatrix} \quad (9)$$

В результате решения системы (9) определим искомую функцию $B(S)$:

$$B(S) \cdot 10^3 = 507 + 508 \cdot \ln S - 99 \cdot (\ln S)^2 + 7,124 \cdot (\ln S)^3. \quad (10)$$

График этой функции показан на рисунке 3 штрихпунктирной линией.

Как видно из рис. 4, характер зависимости коэффициентов меди K_M и стали K_C от полной мощности такой же, как и для функции $B(S)$, поэтому здесь также применим уравнение регрессии вида (8). После решения СЛАУ, аналогичной системе (9), получим следующие функциональные зависимости:

$$K_M(S) \cdot 10^3 = 272 - 98 \cdot \ln S + 60 \cdot (\ln S)^2 - 6,879 \cdot (\ln S)^3; \quad (11)$$

$$K_C(S) \cdot 10^3 = 799 - 53 \cdot \ln S + 41 \cdot (\ln S)^2 - 4,984 \cdot (\ln S)^3 \quad (12)$$

Рис. 3. Зависимость магнитной индукции магнитопровода от полной мощности

Графики этих функций показаны на рисунке 4 штрихпунктирными линиями.

Рис. 4. Зависимости коэффициентов меди и стали от полной мощности

Наконец, для кривых зависимостей удельных (активных и реактивных) потерь в стали от величины магнитной индукции (рис. 5, 6), запишем следующие уравнения регрессии:

$$\sigma_{\text{перп}}(B) = d_0 + d_1 e^B + d_2 e^{2B} + d_3 e^{3B}; \quad (13)$$

$$q_{\text{перп}}(B) = g_0 + g_1 e^B + g_2 e^{2B} + g_3 e^{3B}. \quad (14)$$

Получим следующую СЛАУ для определения искомых коэффициентов уравнения (13):

$$\left(\begin{array}{ccc|c} n & \dots & \sum_{i=1}^n e^{3S_i} & \sum_{i=1}^n \sigma_{\text{перп } i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n e^{3S_i} & \dots & \sum_{i=1}^n e^{6S_i} & \sum_{i=1}^n [\sigma_{\text{перп } i} \cdot e^{3S_i}] \end{array} \right). \quad (15)$$

Для определения коэффициентов уравнения (14) составляем СЛАУ, аналогичную системе (15). В результате решения СЛАУ получим следующие функциональные зависимости:

$$\sigma(B) = 3,223 - 1,572 \cdot e^B + 0,173 \cdot e^{2B} + 0,065 \cdot e^{3B}; \quad (16)$$

$$q(B) = -36,065 + 66,031 \cdot e^B - 30,472 \cdot e^{2B} + 4,644 \cdot e^{3B}. \quad (17)$$

Графики этих функций показаны на рисунках 5 и 6 штрихпунктирными линиями.

Рис. 5. Зависимость удельных активных потерь в магнитопроводе от магнитной индукции

Рис. 6. Зависимость удельных реактивных потерь в сердечнике от магнитной индукции

Выводы:

1. Представленные на рис. 1 – 6 кривые показывают хорошее совпадение с экспериментом. Небольшое расхождение наблюдается лишь для кривой плотности тока $j(S)$ в виду трудности подбора аппроксимирующей функции. Однако подобные расхождения являются вполне допустимыми для типовых электротехнических расчетов и не оказывают влияния на полученный результат.

2. Предложенная методика аппроксимации нелинейных статических характеристик сетевых трансформаторов может быть использована при создании компьютерных моделей трансформаторов и дросселей с ферромагнитными магнитопроводами для включения их в программы-симуляторы электрических и электронных схем, а также для модернизации расчета источников вторичного электропитания на основе информационных технологий.

Список используемых источников:

1. Проектирование источников электропитания электронной аппаратуры: учебное пособие / О.К. Березин [и др.] М.: КНОРУС. 2010. 536 с.
2. Воробьев А.Ю. Электроснабжение компьютерных и телекоммуникационных систем. М.: ЭкоТрендз, 2002. 280 с.
3. Гейтенко Е.Н. Источники вторичного электропитания. Схемотехника и расчёт. Учебное пособие. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2008. 448 с.
4. Стародубцев Ю.Н. Теория и расчёт трансформаторов малой мощности. М.: РадиоСофт, 2005. 320 с.
5. Воскобойников Ю. Е. Построение регрессионных моделей в пакете MathCAD: учеб. пособие. Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2009. 220 с.
6. Ивановский Р.И. Теория вероятности и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде MathCAD. СПб. : БХВ-Петербург, 2015. 528 с.
7. Воржев В.Б., Калиенко И.В. Применение математической регрессии для определения параметров трехфазного асинхронного двигателя // Вестник ДГТУ. 2013. № 5/6 (74).
8. Воржев В.Б., Балдин О.В., Рогов И.Е. Аппроксимация вольтамперных характеристик полевых транзисторов экспоненциальными кривыми с полиномиальными показателями // Современные проблемы науки и образования: электрон. науч. журн. 2015. №2. URL: <http://www.science-education.ru/129-21621>.
9. Калиенко И.В. Аппроксимация вольтамперных характеристик полевых транзисторов на основе кубических сглаживающих сплайнов // Измерительная техника. Май, 2001. с. 60-63.
10. Дьяконов В.П. MathCAD 11/12/13 в математике. Справочник. М.: Горячая линия -Телеком. 2007. 958 с.

© 2017, Воржев В.Б., Рогов И.Е., Руденко Н.В.,
Зеленкин А.А.

Аппроксимация характеристик сетевых
трансформаторов

© 2017, Vorzhev V.B., Rogov I.E., Rudenko N.V.,
Zelenkin A.A.

Approximation characteristics of network
transformers