DOI: 10.17117/na.2016.11.02.332

Поступила (Received): 17.11.2016

<http://ucom.ru/doc/na.2016.11.02.332.pdf>

Харик С.А. Индуктивный метод для расчета прогиба плоской статически определимой фермы, загруженной в середине пролета

Kharik S.A.
Inductive method for calculating deflection of a statically
determinate flat truss, loaded at midspan

Усилия в стержнях фермы определяются методом
вырезания узлов. Для вычисления прогиба в
аналитической форме для произвольного числа
панелей применяется интеграл Максвелла-Мора.
Коэффициенты в искомой формуле получены
методом индукции в системе компьютерной
математики Maple

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула
Максвелла-Мора, Maple

The forces in the rods of the truss are determined
using cut nodes. To calculate the deflection in the
analytical form for arbitrary number of panels used
the integral of Maxwell-Mohr. The coefficients in the
desired formula is obtained by induction in the
system of computer mathematics Maple

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr'
formula, Maple

Харик Сергей Андреевич

Студент

Национальный исследовательский университет
«МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Kharik Sergey Andreevich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Рассмотрим конструкцию плоской фермы (рис. 1), состоящую из $n=2k-1$ ячеек периодичности, каждая из которых образуется четырьмя наклонными стержнями и стойкой, шарнирно соединенных "пучком" (аналог фермы Больмана [1, 2]). В основании каждой ячейки пять горизонтальных стержней, соседние ячейки имеют по три общих стержня. Выведем формулу для прогиба фермы под действием силы в середине пролета для произвольного числа ячеек, определяемого числом k . Ферма в общем случае содержит $m=8n+4$ стержня (включая три опорные) и $4n+2$ шарнира.

Рис. 1. Ферма при $k=2$, $n=2k-1=3$

Расчет усилий в стержнях произведем в системе компьютерной математики Maple по программе [2]. В программу вводятся координаты шарниров:

```
> for i to 3*n+2 do x[i]:=a*i-a: y[i]:=h: od:
> for i to n do
> x[i+3*n+2]:=3*a*i-a: y[i+3*n+2]:=0:
> od:
```

Геометрия решетки фермы задается специальными векторами $N[i]$, указывающими номера шарниров по концам стержней. Горизонтальные стержни оснований ячеек (горизонтальный пояс фермы) вводятся в цикле

```
> for i to 3*n+1 do
> N[i]:=[i,i+1];
> od:
```

Аналогично задаются и раскосы. Система уравнений равновесия узлов фермы дает усилия в стержнях. Прогиб определяем по формуле Максвелла –

Мора: $\Delta = P \sum_{i=1}^{m-3} S_i^2 l_i / (EF)$, где S_i – усилия в стержнях фермы от действия единичной внешней нагрузки, l_i – длины стержней, EF – их жесткость. Последовательный расчет ферм с 1,2, 3 ... 14 панелями показывает, что формула для прогиба имеет

всякий раз один и тот же вид $EF\Delta / P = (A_k a^3 + F_k f^3 + H_k h^3 + d^3 / 2) / (2h^2)$.

Методом индукции получаем коэффициенты искомой зависимости:

$$A_k = 5 + 36k^3 - 36k^2 + 3k, F_k = -5 + 6k^3 - 6k^2 + 5k, H_k = 66 + 71k^3 - 63k^2 + 34k.$$

На рисунке 2 даны кривые полученной зависимости при $a=5$ м.

Рис. 2. Зависимость прогиба от числа ячеек

Аналогичные решения (также полиномиального вида) были получены методом индукции в системе Maple для плоских [4-12] и пространственных ферм [13-18]. Обзоры некоторых работ, содержащих аналитические решения содержатся в [19-21].

Список используемых источников:

1. Васильченко Д.И. Формула для смещения опоры балочной фермы типа Больмана // Научный альманах. 2016. N 8-1(22). С. 261-263.
2. Савиных А.С. Формула для расчета смещения подвижной опоры плоской статически определимой фермы // Научный альманах. 2016. N 9-2(23). С. 46-49.
3. Кирсанов М. Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
4. Кирсанов М. Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. 2016. №5(39). С. 61-68.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3 (266). С. 16-19.
6. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35-44.
7. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. 5(268). С. 19-22.
8. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 58-65.
9. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка деформативности мачты // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2016. 10(889). С. 7-9.
10. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. № 1 (29). С. 84-105.
11. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 1. № 12. С. 19-24.
12. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type. Architecture and Engineering. 2016. No. 3. Vol. 1. Pp. 14-17.
13. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52-58.
14. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6. С. 28-34.
15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2-6.
16. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32-38.
17. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93-100.
18. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37-43.
19. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.
20. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
21. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66-73.

© 2016, Харик С.А.

Индуктивный метод для расчета прогиба плоской статически определимой фермы, загруженной в середине пролета

© 2016, Kharik S.A.

Inductive method for calculating deflection of a statically determinate flat truss, loaded at midspan