DOI: 10.17117/na.2016.11.02.305

<http://ucom.ru/doc/na.2016.11.02.305.pdf>

Поступила (Received): 23.11.2016

Воропай Р.А., Кирсанов М.Н. Формула для прогиба плоской фермы под действием сосредоточенной нагрузки

Voropai R.A., Kirsanov M.N.
The formula for deflection of flat truss under
the action of concentrated load

Получена аналитическая зависимость прогиба середины пролета статически определимой фермы под действием сосредоточенной силы от числа панелей и размеров. Усилия в стержнях найдены методом вырезания узлов, смещение – по формуле Максвелла-Мора. Использован метод индукции и система компьютерной математики Maple

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Воропай Руслан Александрович

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Кирсанов Михаил Николаевич

Доктор физико-математических наук, профессор
Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

The relationship of deflection mid-span statically determinate trusses under the action of concentrated forces on the number of panels and sizes is obtained. The forces in the rods was found using cut nodes, the deflection according to the formula of Maxwell-Mohr. Induction method and system of computer mathematics Maple are used

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Voropai Ruslan Alexandrovich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Kirsanov Mikhail Nikolaevich

Doctor of Physico-mathematical Sciences, Professor
National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Consider the truss beam type (Fig. 1) under the action of concentrated load. The formula for this deflection circuit of the truss for an arbitrary number of panels under the action of distributed load obtained in [1]. For the calculation of deflection we have the equation of Maxwell – Mohr

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-3} S_i N_i l_i / (EF),$$

where we have introduced the notation: S_i – the forces in the rods of the truss from the action of external loads, N_i – the forces in the rods from the action of a single load applied at the point of definition of the deflection (mid-lower zone), l_i – the length of rods, m is the number of rods, including three hinges.

Fig. 1. Truss, $n=3$

The forces in the rods can be found by the program [2] written in the language of the computer algebra system Maple. In the case when the truss has n panels, the number of elements (rods) is equal to $8n+8$ (along with three hinges), and the number of nodes (joints) $4n+4$. Is the ratio of the number of joints and number of members (2:1) provides a necessary condition for static definability of the structure.

Solutions will be sought in the symbolical form, generalizing the result by induction on an arbitrary number of rods. Similar calculations for plane statically determinate trusses are contained in [3–14], spatial [15–18]. Derivation of the equations of the lines of influence are presented in [19–22].

To obtain the dependence of the deflection of the number of panels that is the main problem, you must bring the formulas of the General member of the sequence of coefficients of equal powers of the size of the truss (a^3, h^3, c^3). The method of induction involving Maple operators **rgf_findrecur** and **rsolve** gives the formula:

$$\Delta = (a^3 A_n + h^3 H_n + c^3 C_n) / (8h^2),$$

$$\text{where } A_n = 4(2n^3 + 4n - 3 + 3(-1)^n) / 3, \quad H_n = (4n - 3 + 3(-1)^n) / 2,$$

$$C_n = (4n - 1 + (-1)^n) / 2.$$

Graphics found patterns for relative deflection $\Delta = \Delta_{EF} / P$ (height h in meters), $L = 2an = 60m$, show an increase in deflection with increasing number of panels, which is quite obvious as increasing n increases and the span of the truss (Fig. 2). The linear character of this growth reveals the limit: $\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta / n = h / 2$. An overview of the solutions obtained by the method of induction is given in [22–23].

Fig. 2

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет, предельный и сравнительный анализ плоской балочной фермы // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. 2015. №3(39). С. 86–93.
2. Кирсанов М. Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
Ponamareva M.A. The displacement of the support trusses with parallel belts under uniform load // Science Almanac. 2016. N 4-3(18). Pp. 257–259.
3. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33–41.
4. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. N 1 (29). Pp. 84–105.
5. Кирсанов М. Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. 2016. №5(39). С. 61–68.
6. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35–44.
7. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка деформативности мачты // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2016. 10(889). С. 7–9.
8. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type. Architecture and Engineering. 2016. No. 3. Vol. 1. Pp. 14–17.
9. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа "butterfly" // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4. С. 2–5.
10. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. №1. С. 19–24.
11. Кирсанов М.Н. Формула для расчета прогиба балочной фермы с произвольным числом панелей // Научный журнал. 2016. № 6 (7). С. 6 – 8.
12. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16–19.
13. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование прогиба плоской балочной фермы под действием равномерной нагрузки [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №3.
14. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой // Инженерно-строительный журнал. 2016. 4(64). С. 52–58.
15. Kirsanov M. N. Stress State and Deformation of a Rectangular Spatial Rod Cover // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. N 3 (31). Pp. 71–79.
16. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. 5(268). С. 19–22.
17. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. 2016. №1(41). С. 93–100.
18. Al-Shahrabi A.M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // Вестник научных конференций. 2016. № 2-1(6). С. 6–7.
19. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // Вестник научных конференций. 2016. № 1-4 (5). С. 6–7.
20. Jiang H., Kirsanov M. N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5(5). С. 10–11.
21. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21–28.
22. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
23. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247–254.