DOI: 10.17117/na.2016.10.03.368

<http://ucom.ru/doc/na.2016.10.03.368.pdf>

Поступила (Received): 02.10.2016

Ибрагимова Е.Р., Кирсанов М.Н. Формула для смещения опор двухпролетной неразрезной фермы, загруженной распределенной нагрузкой

Ibragimova E.R., Kirsanov M.N.
The formula for the displacement of the supports two-span
continuous truss under distributed load

Методом индукции с применением системы компьютерной математики Maple выведена формула для смещения подвижной опоры плоской балочной статически определимой фермы.

Треугольная решетка фермы, загруженной по верхнему поясу, не содержит вертикальных стоек

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

By the method of induction with application of system of computer mathematics Maple the formula for the displacement of the movable support of statically determinate flat beam truss is obtained.

Triangular grid truss that is loaded on the upper zone contains no vertical elements

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Ибрагимова Евгения Рустамовна

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Ibragimova Evgenia Rustamovna

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Кирсанов Михаил Николаевич

Доктор физико-математических наук, профессор

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Kirsanov Mikhail Nikolaevich

Doctor of Physico-mathematical Sciences, Professor

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Фермы балочного типа с промежуточной опорой в середине пролета как правило статически неопределимы. Дополнительная опора дает лишнюю неизвестную. Исключением является ферма с треугольной решеткой перекрестного вида на рисунке 1.

Пусть ферма содержит $2k-1$ стержней по длине нижнего пояса в половине пролета, число стержней фермы $m=16k-4$, а число узлов (шарниров) $8k+2$. Указанное соотношение числа шарниров и числа стержней обеспечивает необходимое условие статической определимости конструкции. Без средней опоры (или одной из боковых) ферма является механизмом. Смещение опоры под действием нагрузки можно получить по формуле Максвелла – Мора

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-4} S_i N_i l_i / (EF), \quad (1)$$

где введены обозначения: S_i – усилия в стержнях фермы от действия внешней нагрузки, N_i – усилия в стержнях от действия единичной горизонтальной силы, приложенной к левой подвижной опоре, l_i – длины стержней, m – число стержней вместе с четырьмя опорными (они не деформируются).

Рис. 1, $k=3$

Усилия в стержнях фермы найдем в аналитической форме по программе [1], записанной в системе компьютерной математики Maple [1, 2]. Для отыскания зависимости смещения от числа панелей используем метод индукции. Обзор некоторых работ по применению метода индукции в задачах о фермах содержится в [3–5]. Аналогичные расчеты для плоских механизмов проведены в [6], для плоских ферм в [7–13], пространственных – в [14–16].

Приведем фрагмент Maple-программы, задающей элементы матрицы системы уравнений равновесия узлов:

```
> for i to m do
> Lxy[1]:=x[N[i][2]]-x[N[i][1]]:
> Lxy[2]:=y[N[i][2]]-y[N[i][1]]:
> L[i]:=subs(a^2+h^2=c^2,sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2));
> for j to 2 do
> jj:=2*N[i][2]-2+j:
> if jj<=m then G[jj,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi;
> jj:=2*N[i][1]-2+j:
> if jj<=m then G[jj,i]:= Lxy[j]/L[i]:fi;
> od;
> od;
```

Оператор подстановки **subs** здесь применен для более компактной записи результатов, в которых помимо длины панели **a** в общем случае фигурирует и длина раскосов $c = \sqrt{a^2 + h^2}$. Однако в данной постановке, где под действием единичной горизонтальной силы усилия в раскосах равны нулю, эта величина в решение не входит. Решение принимает вид полинома

$$EF\Delta = 2P((2/3)k^3 - k^2 + (7/3)k - 1)a^2 / h.$$

Заметим, что в данной конструкции фермы найти реакции опор не просто. Составления стандартных уравнений равновесия фермы с опорами, замененными их реакциями не достаточно. Уравнений можно составить только три, в то время как неизвестных четыре. Эта задача решается составлением уравнений равновесия всех узлов фермы. В результате индуктивным обобщением решений для ферм с разными числами k получаем, что вертикальные реакции боковых опор равны Pk , а средней $(2k-1)P$. График зависимости относительного смещения $\Delta' = \Delta EF / (PL)$ от числа панелей приведен для разных высот h (в метрах) на рис. 2 при $L = ka = 10$ м.

Рис. 2. Смещение опоры

Кривые имеют характерные точки экстремума, дающие возможность оптимизировать ферму, уменьшая сдвиг опоры выбором необходимых размеров.

Список используемых источников:

1. Кирсанов М. Н. Maple и Maple. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Кирсанов М.Н., Кузнецова О.С. Алгебра и геометрия. Сборник задач и решений с применением системы Maple : учеб. пособие. М.: Инфра-М. 272 с.
3. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21–28.
4. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
5. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247–254.
6. Кирсанов М.Н., Цзян Х. Математическая модель и анализ колебаний ножничного механизма с произвольным числом элементов // Человек. Общество. Инклюзия. 2016. № 2-1(26). С. 175–182.
7. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. №1. С. 19–24.
8. Кирсанов М.Н. Формула для расчета прогиба балочной фермы с произвольным числом панелей // Научный журнал. 2016. № 6 (7). С. 6 – 8.
9. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа "butterfly" // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 2–5.
11. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. 5(268). С. 19–22.

12. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35–44.
13. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type. *Architecture and Engineering*. 2016. No. 3. Vol. 1. Pp. 14–17.
14. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка деформативности мачты// Монтажные и специальные работы в строительстве. 2016. №10(889). С. 7–9.
15. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой// Инженерно-строительный журнал. 2016. 4(64). С. 52–58.
16. Kirsanov M. N. Stress State and Deformation of a Rectangular Spatial Rod Cover// *Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture*. 2016. N 3 (31). Pp. 71–79.

© 2016, Ибрагимова Е.Р., Кирсанов М.Н.
 Формула для смещения опор двухпролетной
 неразрезной фермы, загруженной распределенной
 нагрузкой

© 2016, Ibragimova E.R., Kirsanov M.N.
 The formula for the displacement of the supports two-
 span continuous truss under distributed load