DOI: 10.17117/na.2016.10.03.365

Поступила (Received): 23.10.2016

<http://ucom.ru/doc/na.2016.10.03.365.pdf>

Зименков Н.А. Формула для прогиба плоской шпренгельной фермы

Zimenkov N.A.
The formula for the deflection of flat truss

Методами компьютерной математики Maple получено компактное аналитическое выражение для прогиба балочной фермы под действием сосредоточенной силы в зависимости от ее размеров и числа панелей. Построены кривые решения. Для получения общей формулы использован метод индукции

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

By the methods of computer mathematics Maple compact analytical expression for the deflection of a girder under the action of concentrated forces depending on its size and number of panels is obtained. The curves of the solution are given. To obtain a General formula we use the method of induction

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Зименков Николай Андреевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Zimenkov Nikolay Andreevich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Особенностью рассматриваемой фермы (рис. 1) являются ее опоры. В отличие от обычных балочных ферм, их не три, а четыре – два вертикальных стержня и два горизонтальных. Ставится задача получить точную формулу для прогиба среднего узла нижнего пояса под действием сосредоточенной силы, приложенной к середине верхнего пояса в зависимости от числа панелей. Обобщение решения для отдельных ферм с конкретным числом панелей на случай произвольного числа панелей представляет отдельную задачу, решить которую предлагается методом индукции, разработанным в [1–11] для плоских и в [12–17] для пространственных ферм.

Рис. 1. Ферма при $n=5$

Усилия в стержнях определяются в системе компьютерной математики Maple (*Waterloo Maple Inc*), на основе программы [18]. Для вычисления прогиба применяется формула Максвелла – Мора [19,20]:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-4} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF),$$

где $S_i^{(1)}$ – усилия в стержнях фермы от действия единичной нагрузки, $S_i^{(P)}$ – от внешней, l_i – длина стержня i , EF – жесткость, $m=10n+6$ – число всех стержней конструкции, включая четыре опорные. Приведем фрагмент программы, формирующей матрицу системы уравнений равновесия узлов

```
> for i to m do
> Lxy[1]:=x[N[i][2]]-x[N[i][1]]:
> Lxy[2]:=y[N[i][2]]-y[N[i][1]]:
> L[i]:=subs(a^2+h^2=c^2,sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2));
> for j to 2 do
> jj:=2*N[i][2]-2+j:
> if jj<=m then G[jj,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi;
> jj:=2*N[i][1]-2+j:
> if jj<=m then G[jj,i]:= Lxy[j]/L[i]:fi;
> od;
> od;
```

Пусть ферма содержит нечетное число панелей $n = 2k - 1$. Последовательный расчет ферм с 1,2, 3 ... 14 панелями показывает, что формула для прогиба имеет вид

$$EF\Delta = P \frac{[1 + (4/3)k^3 - 2k^2 - (4/3)k - (-1)^k]a^3 + h^3}{2h^2}.$$

График полученной зависимости при $L = 2(2k - 1)a = 20m$ (рис. 2) оказывается ломаным, что объясняется наличием слагаемых вида $(-1)^k$.

Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей

Обзоры аналитических решений для плоских ферм даны в работах [21-23].

Список используемых источников:

1. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type. *Architecture and Engineering*. 2016. No. 3. Vol. 1. Pp. 14–17.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // *Моделирование и механика конструкций*. 2015. № 2 (2). С. 5.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 6 (257). С. 2–6.
5. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
6. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // *Вестник машиностроения*. 2015. № 8. С. 48–51.
7. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // *Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture*. 2016. № 1 (29). С. 84–105.
8. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2016. Т. 1. № 12. С. 19–24.
9. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
10. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 4 (255). С. 9–13.
11. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // *Инженерно-строительный журнал*. 2012. № 5(31). С. 38–42.
12. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
13. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // *Инженерно-строительный журнал*. 2011. № 6. С. 28–34.
14. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
15. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 1 (53). С. 32–38.
16. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. 2016. № 1 (41). С. 93–100.
17. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // *Инженерно-строительный журнал*. 2014. №5(49). С. 37–43.
18. Кирсанов М. Н. *Marple и Marplet. Решения задач механики*. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
19. Потапов В. Д., Александров А. В., Косицын С. Б., Долотказин Д. Б. *Строительная механика. В 2 книгах. Книга 1. Статика упругих систем М.: Высшая школа, 2007. 511 с.*
20. Белоконь М.А. *Строительная механика. М.: Проспект, 2015. 166 с.*
21. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. №6. С. 21–28.
22. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. №5(57). С. 66–73.
23. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // *Научный вестник*. 2016. № 1 (7). С. 247–254.