DOI: 10.17117/na.2016.10.03.149

<http://ucom.ru/doc/na.2016.10.03.149.pdf>

Поступила (Received): 02.10.2016

Ермакова Е.Ю., Баженов Н.Г. Использование операторного преобразования Лапласа- Фурье при решении электротехнических задач

Ermakova E.Yu., Bazhenov N.G.
Using operational Laplace-Fourier transform
in solving electrical problems

В статье рассматривается технология решения дифференциальных уравнений высших порядков. Предлагается, для легкого расчета, использовать операторное преобразование Лапласа-Фурье.

Данное преобразование позволяет рассматривать систему в виде структурно-динамической схемы

Ключевые слова: профессиональные компетенции, дифференциальные уравнения, математический аппарат Лапласа-Фурье, структурно-динамическая схема

This article discusses the technology solutions of differential equations of higher orders. It is suggested for easy calculation, use the operator of Laplace-Fourier transform. This conversion makes it consider the system as a structural and dynamic circuit

Key words: professional competence, differential equations, mathematical Fourier-Laplace apparatus, structural-dynamic scheme

Ермакова Екатерина Юрьевна

Аспирант

Казанский государственный энергетический университет

г. Казань, ул. Красносельская, 51 А

Ermakova Ekaterina Yurievna

Graduate

Kazan state power engineering university

Kazan, Krasnoselskaya st., 51 A

Баженов Николай Георгиевич

Кандидат технических наук, доцент

Казанский государственный энергетический университет

г. Казань, ул. Красносельская, 51 А

Bazhenov Nikolay Georgievich

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor

Kazan state power engineering university

Kazan, Krasnoselskaya st., 51 A

В настоящее время при решении электротехнических задач в основном используется классическая (дифференциальная) форма представления уравнения. При усложнении задач, когда уравнения приобретают второй-четвертый порядок, то решения таких уравнений затруднено и порой просто невозможно решить. Студенты часто теряются в таких ситуациях и не всегда находят решение данной проблемы. В образовательном процессе одним из эффективным результатом обучения является применение знаний не только теоретически, но и практически [1]. Это влияет на качество формирования компетенций у студентов в соответствии с ФГОС. Обратившись ко стандарту направления подготовки 13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника» можно выделить основные

компетенции, которые привлекли наше внимание [2]: «Выпускник должен обладать готовностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и способностью привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат» (ПК-3) и «Выпускник должен обладать способностью демонстрировать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин и готовностью использовать основные законы в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования» (ПК-2).

При рассмотрении компетенций ПК-2 и ПК-3, можно сделать следующие выводы: обучающиеся должны знать все основные законы, обозначения, физические явления и уметь применять основные методы математического моделирования, и пользоваться физико-математическим аппаратом в практике. Также выпускник должен адекватно оценивать ситуацию, решать сложные задачи и предлагать инновационные решения при рассмотрении проблемной ситуации. При применении указанных выше инструментов у студентов формируются как необходимые личные качества, так и требуемые профессиональные компетенции.

Для примера, выбора наиболее эффективного решения сложных задач, в статье предлагается вниманию использование операторного преобразования Лапласа-Фурье, при решении сложных дифференциальных уравнений 2-ого-4-ого порядка. На примере однофазного трансформатора (рис. 1) показано как от дифференциальной формы осуществляется переход к операторной форме.

Операторное представление дифференциальных уравнений позволяет представлять систему – в математическом плане – в виде структурно-динамических схем (СДС).

СДС позволяют видеть не только влияние параметров, входящие в системы, на их качественные показатели, но и видеть связи между ними. В результате значительно упрощается подход к синтезу оптимальных соотношений параметров.

Рис. 1. Однофазный трансформатор

При рассмотрении классического однофазного трансформатора (Тр), изображённого в общем виде на рис. 1 [3], описание процессов, происходящих в нем, имеют вид:

$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 R + M \frac{di_2}{dt} \quad (1)$$

$$u_2(t) = -M \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 R_2 + i_2 R \quad (1,a)$$

где индекс (1) соответствует принадлежности к первичной обмотке; индекс (2) – ко вторичной обмотке; R – активное сопротивление нагрузки.

Полного решения системы уравнений (1) в технической литературе не обнаружено. Да его и получить в таком виде достаточно сложно. В основном искомые величины определяются, ориентируясь на коэффициент трансформации. Запишем систему уравнений (1), воспользовавшись теорией Лапласа, в алгебраической форме, при учете, что $R_1 = L_1 \omega$; а $R_2 + R = L_2 \omega$. Тогда уравнения (1) примут вид:

$$U_1(s) = I_1(s)[L_1 s + L_1 \omega] + M s I_2(s) \quad (2)$$

$$U_2(s) = -M s I_1(s) = I_2(s)[L_2 s + L_2 \omega] \quad (2,a)$$

где s – оператор Лапласа; $U_j(s)$, $I_j(s)$ – напряжения и токи в изображении по Лапласу.

Из уравнения (2) находим:

$$I_1(s) = \frac{U_1(s)}{L_1 \omega (T_1 s + 1)} - \frac{M s I_2(s)}{L_1 \omega (T_1 s + 1)} \quad (3)$$

$$I_1(s) = -I_2(s) \frac{L_2 \omega (T_2 s + 1)}{M s}; \quad I_2(s) = -I_1(s) \frac{M s}{L_2 \omega (T_2 s + 1)},$$

где $T_1 = T_2 = \frac{1}{\omega}$.

По уравнениям (3) легко построить структурно-динамическую схему трансформатора (рис. 2):

Рис. 2. Структурно-динамическая схема трансформатора

Согласно СДС (рис. 2) передаточные функции трансформатора определяются зависимостями:

$$\frac{I_1}{U_1} = \frac{L_2 \omega (T_2 s + 1)}{L_1 L_2 \omega^2 (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) - M^2 s^2} \quad (4)$$

$$\frac{I_2}{U_1} = \frac{M s}{L_1 L_2 \omega^2 (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) - M^2 s^2} \quad (4,a)$$

Согласно СДС (рис. 2), а также выражениям (4; 4,a), характеристический многочлен системы определяется зависимостью:

$$X(s) = L_1 L_2 \omega^2 (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) - M^2 s^2, \quad (5)$$

т.е., трансформатор относится к разряду систем автоматического управления с положительной обратной связью (с ПОС) [4].

В статье исследована и разработана технология решения сложных дифференциальных уравнений. Пример решения таких уравнений, помогает студенту повысить уровень самообразования развить способности разнообразно мыслить и адекватно оценивать свои знания.

Список используемых источников:

1. Результаты обучения и компетентностный подход (книга- приложение 1). М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2009. 536 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М.: Гардарики, 2011. 530 с.
3. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования. М., 2006. 416 с.

© 2016, Ермакова Е.Ю., Баженов Н.Г.

Использование операторного преобразования
Лапласа-Фурье при решении электротехнических
задач

© 2016, Ermakova E.Yu., Bazhenov N.G.

Using operational Laplace-Fourier transform in solving
electrical problems