DOI: 10.17117/na.2016.10.03.087

Поступила (Received): 03.10.2016

<http://ucom.ru/doc/na.2016.10.03.087.pdf>**Герасименко Е.М.****Определение потока минимальной стоимости
нечетком графе с учетом живучести****Gerasimenko E.M.****Minimum cost flow defining in the graph with vitality**

В данной статье представлена постановка задачи нахождения потока минимальной стоимости в нечетком графе с учетом заданной степени живучести и предложен метод ее решения на основе разработанного правила построения нечеткой остаточной сети. Описаны факторы, приводящие к нечеткой постановке задачи

Ключевые слова: нечеткий поток минимальной стоимости, степень живучести

This paper presents problem statement of the minimum cost flow determining in fuzzy graph with given vitality degree and method of its solving based on the proposed rule of the fuzzy residual network constructing. Factors, leading to the fuzzy problem statements are described

Key words: fuzzy flow of the minimum cost, vitality degree

Герасименко Евгения Михайловна

Кандидат технических наук, ассистент
Южный федеральный университет
г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44

Gerasimenko Evgeniya Michailovna

Candidate of Technical Sciences, Assistant
Southern federal university
Taganrog, Nekrasovskiy lane, 44

Работа поддержана РФФИ, проект 16-01-00090 а

Введение

Среди потоковых задач, возникающих в транспортных сетях, особое место занимает задача нахождения потока минимальной стоимости. Решение данной задачи позволяет находить оптимальные по стоимости маршруты перевозки заданного или максимального количества единиц потока. Данная задача рассматривалась авторами [1-2], предлагавшими различные методы решения данной задачи: от графовых до методов линейного программирования. Несмотря на многочисленные разработанные методы решения данной задачи, все они сводятся к способу нахождения цепи минимальной стоимости, не учитывая нечеткий характер параметров сети. Так, при вычислении пропускных способностей дорог не учитываются погодные условия, в частности, снегопады, гололеды и пр., возможные ремонтные работы, пробки на дорогах, приводящие к изменению пропускных способностей. Ввиду уникальности постановок задач некоторые статистические данные, необходимые для вычисления пропускных способностей могут отсутствовать, что может быть вызвано строительством

новых дорог, ремонтом существующих, что делает невозможным сбор данных о количествах машин.

Стоимости перевозок также не могут быть точно измерены, так как на них влияют пробки на дорогах, состояние дорог, количество используемого горючего и т.п. К тому же не всегда заранее можно точно рассчитать стоимости, требуемые на проезд или перевозку, в большинстве случаев эти стоимости можно только оценить.

Таким образом, несмотря на существующие методики оценки пропускных способностей дорог, мы не можем задать данный параметр, а также параметр стоимостей перевозок в четком виде в силу специфики транспортных сетей. Для корректной оценки пропускных способностей и стоимостей их целесообразно представлять в виде нечетких данных. Следовательно, мы приходим к постановке задачи нахождения потока минимальной стоимости в нечетком графе [3-5].

При решении потоковых задач важно учитывать также параметр живучести [6], приписанный дугам сети. Применительно к транспортным сетям живучесть – способность объектов сети и связей между ними противостоять воздействию погодных условий, транспортных инцидентов и их сочетаний, а при повреждениях сохранять и восстанавливать (полностью или частично) сами объекты и их связи, пропускные способности участков сети. В некоторых случаях параметры сети задаются качественно. Так, при рассмотрении сетей дорог используется понятие «степень живучести» как вероятность безаварийной эксплуатации участка дороги, а также как некоторая субъективная величина, такая как важность, надежность и пр. Степень живучести изменяется от 0 до 1 и задается экспертом в зависимости от критериев оценки, например, от срока эксплуатации железнодорожного участка и длина участка, типа станции и пр.

Так, мы приходим к постановке задачи определения потока минимальной стоимости в нечетком графе с заданной степенью живучести.

Постановка задачи

Необходимо найти минимальную стоимость перевозки заданного количества потока из источника s в сток t , так, чтобы степень живучести сети была не меньше заданной.

$$\sum_{(x_i, x_j) \in A} c_{ij} \xi_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{x_j \in \Gamma(x_i)} \xi_{ij} = \sum_{x_k \in \Gamma^{-1}(x_i)} \xi_{ki} = \begin{cases} \rho, x_i = s, \\ -\rho, x_i = t, \\ 0, x_i \neq s, t, \end{cases} \quad (2)$$

$$\xi_{ij} \leq u_{ij}, \forall (x_i, x_j) \in A. \quad (3)$$

$$v_{ij} \geq v_{req}, \forall (x_i, x_j) \in A. \quad (4)$$

В модели (1)-(4) c_{ij} – стоимость перевозки единицы потока по дуге (x_i, x_j) ;

ξ_{ij} – нечеткая величина потока, протекающего по дуге (x_i, x_j) , ρ – заданное не-

четкое значение потока, стоимость перевозки которого необходимо минимизировать; u_{ij} – максимальное количество потока, которое может протекать по дуге (x_i, x_j) (нечеткая пропускная способность), v_{ij} – нечеткая величина живучести, приписанная дуге (x_i, x_j) , v_{req} – нечеткая требуемая величина живучести.

Для решения задачи будем использовать модифицированный алгоритм N. Tomizawa [7], преобразующий отрицательные стоимости перевозок с помощью потенциалов вершин $\pi(x_i)$ в неотрицательные. Идея метода в том, что на каждом шаге построения нечеткой остаточной сети стоимости перевозок пересчитываются (будем называть такие стоимости приведенными), исходя из значений потенциалов, приписанных вершинам графа так, чтобы они были неотрицательными. В свою очередь, потенциалы вершин задаются с помощью нахождения длин кратчайших путей от источника к конкретной вершине.

Введем правило построения остаточной сети для решения поставленной задачи.

Правило 1 построения нечеткой остаточной сети для нахождения потока минимальной стоимости с нечеткими пропускными способностями, стоимостями и заданной степенью живучести

Строим нечеткую остаточную сеть $G^\mu = (X^\mu, A^\mu)$, где $X^\mu = X$ – множество вершин нечеткой остаточной сети, совпадающее с множеством вершин X сети G , а $A^\mu = \{ \langle u_{ij}^\mu / (x_i^\mu, x_j^\mu) \rangle \}$ – нечеткое множество ребер сети G^μ , по следующим

правилам: для всех дуг, если
$$\begin{cases} \xi_{ij} < u_{ij}, \\ v_{ij} \geq v_{req}, \end{cases}$$

то включаем соответствующую дугу в G^μ с пропускной способностью $u_{ij}^\mu = u_{ij} - \xi_{ij}$, приведенной стоимостью $c_{ij}^\pi = c_{ij}^\mu - \pi_i + \pi_j$, где $c_{ij}^\mu = c_{ij}$. Для всех дуг,

если
$$\begin{cases} \xi_{ij} > 0, \\ v_{ij} \geq v_{req}, \end{cases}$$

то включаем соответствующую дугу в G^μ с пропускной способностью $u_{ji}^\mu = \xi_{ij}$ и приведенной стоимостью $c_{ji}^\pi = c_{ji}^\mu + \pi_i - \pi_j$, где $c_{ji}^\mu = -c_{ij}$.

Таким образом, алгоритм сводится к последовательному нахождению цепей минимальной стоимости в нечеткой остаточной сети, построенной по правилу 1, до тех пор, пока не получим поток с заданным значением.

Заключение. В статье представлена постановка задачи нахождения потока минимальной стоимости в нечетком графе. Данная постановка позволяет учесть нечеткий характер параметров сети, а также обеспечить надежную перевозку благодаря учету живучести. Представлен метод решения данной задачи, в основе которого лежит правило построения остаточной сети.

Список используемых источников:

1. Ford L.R., Fulkerson D.R. *Flows in Networks*. Princeton University Press, Princeton, 1962.
2. Busacker R.G., Gowen P. *A procedure for determining a family of minimum-cost network flow patterns* // Technical Report 15, Operations Research Office, John Hopkins University, 1961.

3. Bozhenyuk A., Gerasimenko E., Rozenberg I. *The Task of Minimum Cost Flow Finding in Transportation Networks in Fuzzy Conditions* // *World Scientific Proc. Series on Computer Engineering and Information Science 7; Uncertainty Modeling in Knowledge Engineering and Decision Making – Proceedings of the 10th International FLINS Conference 2012*, p. 354-359.
4. Боженьюк А.В., Герасименко Е.М. Разработка Алгоритма Нахождения Максимального Потока Минимальной Стоимости в Нечеткой Динамической Транспортной Сети // *Инженерный вестник Дона*. 2013. Т. 24. № 1 (24). С. 104.
5. Bozhenyuk A., Gerasimenko E., Rozenberg I. *The Methods of Maximum Flow and Minimum Cost Flow Finding in Fuzzy Network* // *CEUR Proceedings of the 2nd International Workshop on Concept Discovery in Unstructured Data 2012, CDUD 2012 – In Conjunction with the 10th International Conference on Formal Concept Analysis, «ICFCA 2012» 2012*. P. 1-12.
6. Frank H., Frisch I. T. *Communication, Transmission, and Transportation Networks*, Addison Wesley, 1971.
7. Tomizawa N. *On some techniques useful for solution of transportation network problems* // *Networks*. 1971. Vol. 1. P. 173-194.

© 2016, Герасименко Е.М.

Определение потока минимальной стоимости
нечетком графе с учетом живучести

© 2016, Gerasimenko E.M.

Minimum cost flow defining in the graph with vitality