DOI: 10.17117/na.2016.09.02.038

<http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.038.pdf>

Поступила (Received): 27.09.2016

Мищенко А.В. Аналитическое выражение для прогиба балочной фермы с треугольной решёткой

Mishchenko A.V.
An analytical expression for the deflection
of a girder with a triangular lattice

Методами компьютерной математики Maple получено точное выражение для прогиба статически определимой фермы в зависимости от числа панелей. Ферма с параллельными поясами имеет две опоры и нагружена по верхнему поясу равномерной нагрузкой

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

By the methods of computer mathematics Maple obtained an exact expression for the deflection of statically determinate truss, depending on the number of panels. Truss has the parallel belts and two supports, loaded at the upper belt by the uniform load

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Мищенко Артем Валерьевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Mishchenko Artem Valerievich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Аналитическое решение для ферменных конструкций имеет не только теоретическое, но и практическое значение, как простой способ оценки работоспособности системы. Рассмотрим ферму с параллельными поясами под действием равномерно распределенной нагрузки (рис. 1). Для получения формулы прогиба по формуле Максвелла-Мора

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-3} S_i N_i l_i / (EF), \quad (1)$$

найдем усилия в стержнях фермы по программе [1], записанной для системы компьютерной математики Maple. В (1) использованы следующие обозначения: S_i – усилия в стержнях фермы от действия внешней нагрузки, N_i – усилия в стержнях от действия единичной силы, приложенной к середине пролета, l_i – длины стержней, m – число стержней вместе с тремя опорными стержнями. Три жесткие опорные стержня в сумму не входят. В случае, когда ферма

содержит n панелей в половине пролета (считаются по верхнему поясу), число стержней $m=8n+2$, а число узлов (шарниров) $4n+1$. Соотношение числа шарниров и числа стержней 1:2 соответствует необходимому условию статической определимости конструкции.

Разыскивая решения в символьной форме, обобщим результаты, полученные для ферм с различным числом панелей, методом индукции на произвольное число n . Расчеты в аналитической форме для плоских статически определенных решетчатых ферм выполнены в работах [2–6], плоских – в [7–11], пространственных – в [12–17]. Обзоры результатов по этой теме приведены в [18–20]. Фрагмент Maple-программы, реализующей метод вырезания узлов (заполнение матрицы направляющих косинусов метода вырезания узлов), применительно к поставленной задаче имеет вид:

```
> G:=Matrix(m,m):
> for i to m do
> Lxy[1]:=x[Nend[i]]-x[Nbeg[i]]:
> Lxy[2]:=y[Nend[i]]-y[Nbeg[i]]:
> L[i]:=sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2):
> for j to 2 do
> jj:=2*Nend[i]-2+j:
> if jj<=m then G[jj,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi;
> jj:=2*Nbeg[i]-2+j:
> if jj<=m then G[jj,i]:= Lxy[j]/L[i]:fi;
> od;
> od;
```

Рис. 1. Ферма при $n=3$

В результате имеем следующую формулу:

$$EF\Delta = P \frac{A_n a^3 + B_n c^3}{2b^2},$$

где $A_n = \frac{16}{3}n^3 - 8n^2 + \frac{14}{3}n - 1$, $B_n = 2n - 1$, $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Соответствующие

кривые относительного прогиба (при $P=1$), построенные для $L=10$ м, $a=L/n$ приведены на рис. 2 (высота b дана в метрах).

Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей, $L=10\text{м}$

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Решения задач по теоретической механике. М.: ИНФРА-М, 2015. 216 с.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2–6.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
5. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
6. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 48–51.
7. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. № 1 (29). С. 84–105.
8. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 1. № 12. С. 19–24.
9. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
10. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 4 (255). С. 9–13.
11. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 5(31). С. 38–42.
12. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
13. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6. С. 28–34.
14. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
15. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32–38.
16. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93–100.
17. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37–43.

18. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
19. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66-73.
20. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.

© 2016, Мищенко А.В.

Аналитическое выражение для прогиба балочной фермы с треугольной решёткой

© 2016, Mishchenko A.V.

An analytical expression for the deflection of a girder with a triangular lattice