DOI: 10.17117/na.2016.09.02.030

Поступила (Received): 25.09.2016

<http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.030.pdf>

Макарова Е.В.
Построение математической модели
в виде полинома второй степени

Makarova E.V.
The construction of the mathematical model in
the form of the second degree polynomial

Основное влияние на величину микронеровностей обрабатываемой поверхности при обработке деталей в свободных абразивных средах оказывают следующие факторы: время обработки; линейная скорость относительного перемещения уплотненного потока рабочей среды; угол атаки; зернистость абразива; твердость поверхностного слоя обрабатываемого материала. С целью оптимизации технологических параметров процесса в статье рассматривается построение математической модели объекта исследования

Ключевые слова: полином, математическая модель, полином второй степени, исследование

Макарова Елена Владимировна

Учитель

Средняя общеобразовательная школа № 12 с углубленным изучением отдельных предметов г. Старый Оскол, мкр. Лебединец, 28

The main influence on the value of the microroughnesses of the processed surface in machining in free abrasive environments have the following factors: the processing time; the linear velocity of the relative movement of the condensed working medium flow; angle of attack; grit abrasive; hardness of the surface layer of the processed material. To optimize the technological parameters of the process the article discusses the construction of a mathematical model of the object of study

Key words: polynomial, mathematical model, second degree polynomial, exploration

Makarova Elena Vladimirovna

Teacher

Secondary school № 12 with profound studying of separate subjects
 Stary Oskol, Lebedinetz microdist., 28

Основное влияние на величину микронеровностей обрабатываемой поверхности при обработке деталей в свободных абразивных средах оказывают следующие факторы: время обработки t , мин; линейная скорость относительного перемещения уплотненного потока рабочей среды V , м/с; угол атаки α , град; зернистость абразива d , мкм; твердость поверхностного слоя обрабатываемого материала HB [1-4].

С целью оптимизации технологических параметров процесса требуется построить математическую модель объекта исследования, в качестве которой принята величина параметра шероховатости Rz , мкм.

Характер зависимостей объекта исследования от технологических параметров процесса [1-4], показывает, что линейного приближения недостаточно для его математического описания с необходимой точностью, поэтому было

принято решение о построении математической модели процесса в виде полинома второй степени:

$$y = b_0 + \sum_{1 \leq i \leq k} b_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} b_{ij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i \leq k} b_{ii} x_i^2, \quad (1)$$

где k – число факторов ($k = 5$); i – номер фактора.

С этой целью был построен и реализован центральный композиционный план второго порядка с ядром плана 2^{5-1} и определяющим контрастом $1 = X_1 X_2 X_3 X_4 X_5$.

В выбранном плане 2^{5-1} , представляющем собой полуреплику от 2^5 выбрано генерирующее соотношение $X_5 = X_1 X_2 X_3 X_4$. Для построения матрицы планирования 2^{5-1} используем матрицу 2^4 , достраивая ее с помощью генерирующих соотношений соответствующими уровнями. К дробному факторному эксперименту 2^{5-1} добавляем шесть опытов в центре плана ($N_0 = 6$) и десять опытов в «звездных точках» ($N_3 = 10$).

Факторы кодировались следующим образом:

$$X_i = \frac{(x_i - x_{0i})}{\Delta x_i}, \quad (2)$$

где x_i – значение фактора, поддерживаемое в данном опыте; x_{0i} – основной уровень фактора; Δx_i – интервал варьирования фактора; i – номер фактора.

Кодированное значение «звездного фактора» $X_3 = \pm \alpha$, где α – «звездное плечо», определяемое выражением:

$$\alpha = 2^{\frac{(k-p)}{4}}, \quad (3)$$

где p – число линейных эффектов, приравненных к эффектам взаимодействия ($p = 1$). В данном случае $X_3 = \pm 2$.

Уровни и интервалы варьирования факторов, определенные по результатам предварительных исследований и с учетом технологических возможностей экспериментального оборудования, приведены в таблице 1.

Таблица 1. Интервалы и уровни варьирования факторов

Факторы	Уровни факторов					Интервал варьирования
	-2	-1	0	+1	+2	
$X_1 - \tau$, мин	0,5	3,0	5,5	8,0	10,5	2,5
$X_2 - V$, м/с	5,5	6,75	8,0	9,25	10,5	1,25
$X_3 - \alpha$, град	5	25	45	65	85	20
$X_4 - d$, мкм	400	630	800	1000	1250	200
$X_5 - HB$, кг/мм ²	230	330	430	530	630	100

Матрица планирования эксперимента, заданная указанными генерирующими соотношениями, исходные данные, результаты экспериментов, промежуточные и конечные результаты расчетов в статье не приводятся.

Расчет коэффициентов математических моделей производится по следующим формулам:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{2A}{N} \left(\lambda^2 (k+2) \sum_{u=1}^N y_u - \lambda C \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 y_u \right); \\ b_i &= \frac{C}{N} \sum_{u=1}^N X_{iu} y_u; \quad b_{ij} = \frac{C^2}{N\lambda} \sum_{u=1}^N X_{iu} X_{ju} y_u; \\ b_{ii} &= \frac{A}{N} \left(C^2 ((k+2)\lambda - k) \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 y_u + C^2 (1-\lambda) \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N X_{iu}^2 y_u - 2C\lambda \sum_{u=1}^N y_u \right), \end{aligned} \quad (4)$$

в которых

$$A = \frac{1}{2\lambda((k+2)\lambda - k)}; \quad C = \frac{N}{\sum_{u=1}^N X_{iu}^2}; \quad \lambda = \frac{k(N_0 + N_2 + N_3)}{(k+2)(N_2 + N_3)}, \quad (5)$$

где N – общее число опытов ($N = 32$); N_2 – число опытов дробного факторного эксперимента ($N_2 = 16$); u – порядковый номер опыта.

В результате расчетов, выполненных по формулам (4 – 5), получены следующие значения коэффициентов уравнений регрессии: $b_0 = 2,29$; $b_1 = -0,299$; $b_2 = 0,157$; $b_3 = 0,312$; $b_4 = 0,129$; $b_5 = -0,052$; $b_{12} = -0,005$; $b_{13} = 0,008$; $b_{14} = -0,001$; $b_{15} = 0,001$; $b_{23} = 0,018$; $b_{24} = -0,011$; $b_{25} = 0,014$; $b_{34} = 0,009$; $b_{35} = 0,004$; $b_{45} = 0,015$; $b_{11} = 0,263$; $b_{22} = -0,004$; $b_{33} = 0,025$; $b_{44} = 0,060$; $b_{55} = -0,080$.

Дисперсию воспроизводимости определяем по результатам опытов в центре плана:

$$S^2 = \frac{\sum_{u=1}^{N_0} (y_u - \bar{y})^2}{N_0 - 1}, \quad (6)$$

где $\bar{y}$ – среднее арифметическое значение функции отклика в центре плана.

$$S^2 = 0,00272.$$

Оценки дисперсий коэффициентов моделей определяются выражениями:

$$\begin{aligned} S^2(b_0) &= \frac{2A\lambda^2(k+2)}{N} S^2; \quad S^2(b_i) = \frac{C}{N} S^2; \quad S^2(b_{ij}) = \frac{C^2}{\lambda N} S^2; \\ S^2(b_{ii}) &= \frac{2AC^2((k+2)\lambda - (k-1))}{N} S^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Дисперсии коэффициентов уравнения регрессии, определенные по выражениям (7): $S^2(b_0) = 0,00045$; $S^2(b_i) = 0,00011$; $S^2(b_{ij}) = 0,00017$; $S^2(b_{ii}) = 0,00010$.

Доверительные интервалы коэффициентов уравнения при пятипроцентном уровне значимости и числе степеней свободы 5: $\Delta b_0 = \pm 0,055$; $\Delta b_i = \pm 0,027$; $\Delta b_{ij} = \pm 0,034$; $\Delta b_{ii} = \pm 0,025$.

Коэффициенты, значения которых по абсолютной величине оказались меньше доверительного интервала, были признаны статически незначимыми и исключены из уравнения регрессии:

$$\begin{aligned} y(R_z) &= 2,29 - 0,299X_1 + 0,157X_2 + 0,312X_3 + 0,129X_4 - 0,052X_5 + \\ &+ 0,263X_1^2 - 0,044X_2^2 + 0,025X_3^2 + 0,060X_4^2 - 0,080X_5^2; \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнение (8) позволяет рассчитать модельные значения шероховатости обрабатываемой поверхности для соответствующих комбинаций факторов.

Адекватность математической модели, то есть их соответствие реальным объектам исследования в пределах принятых статистических оценок была проверена по критерию Фишера. Расчеты показали, что с доверительной вероятностью 0,95 модель объекта можно считать адекватной, так как расчетное значение критерия Фишера $F_p = 3,1$ оказалось меньше табличного $F_T = 4,6$.

Путем подстановки в уравнение (8) кодированных значений факторов в соответствии с формулой (2) и последующих алгебраических преобразований, представим математическую модель объекта исследования в натуральных значениях факторов:

$$\begin{aligned} R_z = & 0,0266 - 0,58248\tau + 0,57616V + 0,00998\alpha - 0,00176d + \\ & + 0,00636HB + 0,042080\tau^2 - 0,028160V^2 + 0,000063\alpha^2 + \\ & + 0,000002d^2 - 0,000008HB^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнение (9) позволяет определить шероховатость обрабатываемой поверхности в зависимости от каждого из варьируемых параметров и оптимальные сочетания технологических факторов процесса.

В дальнейшем оптимизация объектов исследования производилась по методу Гаусса-Зейделя. Поиск оптимального состояния объекта осуществлялся поочередным варьированием каждого фактора при постоянстве остальных до достижения частного экстремума параметра оптимизации.

Список используемых источников:

1. Макаров А.В. Технология и оборудование для отделочно-зачистной обработки в свободных абразивных средах, уплотненных центробежными силами: дис. канд. техн. наук. Старый Оскол, 2001. 198 с.
2. Долгих А.С., Еременко А.Ю., Макаров А.В., Сергеев А.П., Секирин Р.Ю. Оптимизация технологических параметров отделочной обработки в абразивных средах // Вестник машиностроения. 2013. № 9. С. 51-55.
3. Сергеев А.П., Проскурин Д.А., Макаров А.В. К вопросу о волновой природе механизма съема металла при виброабразивной обработке // Вестник Череповецкого государственного университета. 2014. № 8(61). С. 12-15.
4. Макаров А.В., Сергеев А.П., Журавлев А.В., Макарова Е.В. Деформационное упрочнение поверхностного слоя металла при центробежной абразивной обработке // Современные наукоемкие технологии. 2014. № 11. С. 24-26.