DOI: 10.17117/na.2016.09.01.436

Поступила (Received): 01.09.2016

<http://ucom.ru/doc/na.2016.09.01.436.pdf>

Малышев Е.Н., Бысов С.А., Малышев И.Е
Математическое моделирование процесса
соединения деталей вдоль оси симметрии

Malyshev E.N., Bysov S.A., Malyshev I.E.
Mathematical modeling of assembly of parts
along the symmetry axis

Применение предлагаемой методики позволяет, используя систему координат станка и математическое описание образующей сопрягаемой поверхности вращения базовой детали, дать формализованное описание требований к ориентированному положению сопрягаемой поверхности базовой детали по завершению ее обработки с целью обеспечения возможности сопряжения по ней присоединяемой детали на том же станке без переустановки базовой детали

Ключевые слова: математическое моделирование, соединение деталей, геометрия охватывающих поверхностей

Малышев Евгений Николаевич

*Кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой
Калужский филиал Московского государственного
технического университета им. Н.Э. Баумана
г. Калуга, ул. Баженова, 2*

Бысов Сергей Александрович

*Кандидат технических наук, доцент
Калужский филиал Московского государственного
технического университета им. Н.Э. Баумана
г. Калуга, ул. Баженова, 2*

Малышев Илья Евгеньевич

*Студент
Калужский филиал Московского государственного
технического университета им. Н.Э. Баумана
г. Калуга, ул. Баженова, 2*

The proposed methodology allows using the coordinate system of the machine and the mathematical description of forming the mating surface of the rotation base part, to give a formalized description of requirements oriented to position the mating surfaces of the base part upon completion of its processing with the purpose of providing the possibility of pairing it attachable parts on the same machine without reinstalling the base part

Key words: mathematical modeling, assembly of parts, the geometry of covering surfaces

Malyshev Evgeny Nikolaevich

*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Head of Department
Kaluga branch of Moscow state technical university
named N.E. Bauman
Kaluga, Bazenova st., 2*

Bysov Sergei Aleksandrovich

*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Kaluga branch of Moscow state technical university
named N.E. Bauman
Kaluga, Bazenova st., 2*

Malyshev Ilia Evgenyevich

*Student
Kaluga branch of Moscow state technical university
named N.E. Bauman
Kaluga, Bazenova st., 2*

Наиболее распространенными являются соединения деталей с прямыми цилиндрическими поверхностями сопряжения, образованными лежащей в их

основании направляющей окружности и перпендикулярными к ней прямыми – образующими цилиндра.

Автоматизация технологической подготовки производства требует формализации требований к геометрии деталей [1, 2], соединяемых вдоль оси симметрии.

Наиболее часто образующие сопрягаемых поверхностей состоят из отрезков прямых и/или дуг окружностей [3]. Крайне редко – из участков других кривых второго и более порядков.

Пример 1.

Рассмотрим некоторую образующую охватывающей поверхности базовой детали (рис. 1), состоящую из 5 участков:

1. Участок кривой 1-2.
2. Участок окружности 2-3.
3. Участок прямой перпендикулярной оси Z 3-4.
4. Участок наклонной прямой 4-5.
5. Участок прямой параллельной оси Z 5-6.

Функция $f(z)$ для $0 \leq z \leq 10$, описывающая образующую, задана в виде:

$$f(z) = \begin{cases} \sqrt{z} + \sqrt{8-z} & 0 \leq z \leq 4 \\ 6 - \sqrt{(6-z)(z-2)} & 4 \leq z \leq 6 \\ 0,5z + 3 & 6 \leq z \leq 8 \\ 8 & 8 \leq z \leq 10 \end{cases}$$

Нумерация точек начала и конца перечисленных участков при анализе контура выбирается в положительном направлении оси Z координатной системы станка.

Рис. 1. Пример формы образующей сопрягаемой поверхности обрабатываемой на станке базовой детали, которая обеспечивает возможность сопряжения по ней присоединяемой детали вдоль оси симметрии на том же станке без переустановки базовой детали

Результаты исследования функции, описывающей образующую, выполненные по общепринятой методике [4, 5] приведены в таблице 1.

Исследования показали неубывающий характер всех составляющих функций, описывающих участки образующей. Это значит, что охватывающая поверхность вращения, образующая которой состоит из участков, описываемых исследованной функцией, может быть сопряжена с равной с ней охватываемой поверхностью при перемещении охватываемой в направлении противоположном направлению оси Z.

Иными словами, если по окончании процесса обработки охватывающей поверхности базовой детали она окажется в положении, как показано на рис. 1, то по охватывающей поверхности может быть сопряжена охватываемая поверхность присоединяемой детали без переустановок и нарушения целостности материала соединяемых деталей.

Пример 2.

Рассмотрим образующую охватывающей поверхности базовой детали (рис. 2), состоящую из 5 участков:

1. Участок 1-2 прямой параллельной оси Z.
2. Участок 2-3 наклонной прямой.
3. Участок 3-4 прямой перпендикулярной оси Z.
4. Участок 4-5 окружности.
5. Участок 5-6 кривой.

Функция $f(z)$ для $0 \leq z \leq 10$, описывающая образующую, задана в виде:

$$f(z) = \begin{cases} 8 & 0 \leq z \leq 2 \\ 8 - 0,5z & 2 \leq z \leq 4 \\ 6 - \sqrt{(8-z)(z-4)} & 4 \leq z \leq 6 \\ \sqrt{z-2} + \sqrt{10-z} & 6 \leq z \leq 10 \end{cases}.$$

Нумерация точек начала и конца перечисленных участков при анализе контура выбирается в положительном направлении оси Z координатной системы станка.

Результаты исследования функций, описывающих образующую, выполненные по общепринятой методике [4, 5] приведены в таблице 2.

Исследования показали невозрастающий характер всех функций, описывающих образующую. Это значит, что охватывающая поверхность вращения, образующая которой состоит из участков, описываемых исследованными функциями, не может быть сопряжена с равной с ней охватываемой поверхностью при перемещении охватываемой в направлении вдоль оси симметрии противоположном направлению оси Z.

Иными словами, если по окончании процесса обработки охватывающей поверхности базовой детали последняя окажется в положении, как показано на рис. 2, то по охватывающей поверхности может быть сопряжена охватываемая поверхность присоединяемой детали без нарушения целостности материала соединяемых деталей лишь с переустановкой базовой детали в шпинделе станка.

Рис. 2. Пример формы образующей сопрягаемой поверхности базовой детали, которая обеспечивает возможность сопряжения по ней присоединяемой детали только с переустановкой базовой детали в шпинделе станка

Пример 3.

Рассмотрим образующую охватывающей поверхности базовой детали (рис. 3), состоящую из 3 участков:

1. Участок 1-2 прямой параллельной оси Z.

2. Участок 2-3 окружности.

3. Участок 3-4 прямой параллельной оси Z.

Функция $f(z)$ для $0 \leq z \leq 8$, описывающая образующую, задана в виде:

$$f(z) = \begin{cases} 4 & 0 \leq z \leq 2 \\ 4 + \sqrt{(6-z)(z-2)} & 2 \leq z \leq 6 \\ 4 & 6 \leq z \leq 8 \end{cases}$$

Нумерация точек начала и конца перечисленных участков при анализе контура выбирается в положительном направлении оси Z координатной системы станка.

Результаты исследования функций, описывающих образующую, выполненные по общепринятой методике [4, 5] приведены в таблице 3.

Исследования показали наличие и возрастающих и убывающих участков функций, описывающих образующую. Это значит, что охватывающая поверхность вращения, образующая которой состоит из участков, описываемых исследованными функциями, не может быть сопряжена с равной с ней охватываемой поверхностью, при перемещении охватываемой в направлении вдоль оси симметрии противоположном направлению оси Z без нарушения целостности материала соединяемых деталей в местах их контакта.

Рис. 3. Пример формы образующей сопрягаемой поверхности базовой детали, которая не обеспечивает возможность сопряжения по ней присоединяемой детали на том же станке, при условии сохранения целостности материала соединяемых деталей в местах их контакта

На основании рассмотренных примеров можно сформулировать нижеследующие требования к геометрии сопрягаемых поверхностей деталей вдоль оси симметрии, подлежащих обработке и соединению на станке.

Таблица. 1. Результаты исследования функции (Пример 1)

№ участка	Функция, описывающая участок	Точки, определяющие начало (<i>i</i>) и конец (<i>j</i>) участка				Производная от функции	Наличие экстремумов в области	Проверка условий			Характер участка поверхности
		Обозначение	Номера	Значения	Значения функции			1	2	3	
<i>n</i>	$f_n(z)$		<i>m</i>	z_m	$f(z_m)$	$f'_n(z)$	<i>min max</i>	$z_i \leq z_j$	$f(z_i) \leq f(z_j)$	$f'(z) \geq 0$	
1	$f_1(z) = \sqrt{z} + \sqrt{8-z}$	<i>i</i>	1	0	2,83	$f'_1(z) = \frac{\sqrt{8-z} - \sqrt{z}}{2\sqrt{z(8-z)}}$	нет	0 < 4	2,83 < 4	$z \in [0; 4]$	возраст.
		<i>j</i>	2	4	4						
2	$f_2(z) = 6 - \sqrt{(6-z)(z-2)}$	<i>i</i>	2	4	4	$f'_2(z) = \frac{z-4}{\sqrt{(6-z)(z-2)}}$	нет	4 < 6	4 < 6	$z \in [4; 6]$	возраст.
		<i>j</i>	3	6	6						
3		<i>i</i>	3	6		не существует	нет	6 = 6			разрыв
		<i>j</i>	4	6							
4	$f_4(z) = 0,5z + 3$	<i>i</i>	4	6	7	$f'_4(z) = 0,5$	нет	6 < 8	7 < 8	$z \in [6; 8]$	возраст.
		<i>j</i>	5	8	8						
5	$f_5(z) = 8$	<i>i</i>	5	8	8	$f'_5(z) = 0$	нет	8 < 10	8 = 8	$z \in [8; 10]$	const
		<i>j</i>	6	10	8						

Если по окончании обработки и перед началом сборки базовая деталь (обработанная на станке) расположена в рабочей зоне станка таким образом, что образующая охватывающей сопрягаемой поверхности базовой детали состоит

из участков, описываемых в системе координат станка только неубывающими функциями, то базовая и присоединяемая детали могут быть соединены на этой операции без переустановок и нарушения целостности материала соединяемых деталей. Образующая охватываемой сопрягаемой поверхности базовой детали должна состоять соответственно из участков, описываемых в системе координат станка только невозрастающими функциями. Наличие локальных экстремумов функции, или наличие и возрастающих и убывающих участков функций, описывающих образующую сопрягаемой поверхности базовой детали в системе координат станка, говорит о невозможности сопряжения по ней присоединяемой детали на том же станке, при условии сохранения целостности материала соединяемых деталей в местах их контакта.

Таблица 2. Результаты исследования функции (Пример 2)

№ участка	Функция, описывающая участок	Точки, определяющие начало (<i>i</i>) и конец (<i>j</i>) участка				Производная от функции	Наличие экстремумов в области определения	Проверка условий			Характер участка поверхности
		Обозначение	Номера точек	Значения аргумента	Значения функции			1	2	3	
<i>n</i>	<i>f_n(z)</i>		<i>m</i>	<i>z_m</i>	<i>f(z_m)</i>	<i>f_n'(z)</i>	<i>min max</i>	<i>z_i ≤ z_j</i>	<i>f(z_i) ≤ f(z_j)</i>	<i>f'(z) ≥ 0</i>	
1	<i>f₁(z) = 8</i>	<i>i</i>	1	0	8	<i>f₁'(z) = 0</i>	нет	0 < 2	8 = 8	<i>z ∈ [0; 2]</i>	const
		<i>j</i>	2	2	8						
2	<i>f₂(z) = 8 - 0,5z</i>	<i>i</i>	2	2	8	<i>f₂'(z) = -0,5</i>	нет	2 < 4	нет	<i>z ∈ [2; 4]</i>	убыв.
		<i>j</i>	3	4	7						
3		<i>i</i>	3	4		не существует	нет	4 = 4			разрыв
		<i>j</i>	4	4							
4	<i>f₄(z) = 6 - √(8-z)(z-4)</i>	<i>i</i>	4	4	6	<i>f₄'(z) = (z-6)/√(8-z)(z-4)</i>	нет	4 < 6	нет	<i>z ∈ [4; 6]</i>	убыв.
		<i>j</i>	5	6	4						
5	<i>f₅(z) = √z-2 + √10-z</i>	<i>i</i>	5	6	4	<i>f₅'(z) = (√10-z-√z-2)/(2√(z-2)(10-z))</i>	нет	6 < 10	нет	<i>z ∈ [6; 10]</i>	убыв.
		<i>j</i>	6	10	2,83						

Таблица 3. Результаты исследования функции (Пример 3)

№ участка	Функция, описывающая участок	Точки, определяющие начало (<i>i</i>) и конец (<i>j</i>) участка				Производная от функции	Наличие экстремумов в области определения	Проверка условий			Характер участка поверхности
		Обозначение	Номера точек	Значения аргумента	Значения функции			1	2	3	
<i>n</i>	<i>f_n(z)</i>		<i>m</i>	<i>z_m</i>	<i>f(z_m)</i>	<i>f_n'(z)</i>	<i>min max</i>	<i>z_i ≤ z_j</i>	<i>f(z_i) ≤ f(z_j)</i>	<i>f'(z) ≥ 0</i>	
1	<i>f₁(z) = 4</i>	<i>i</i>	1	0	4	<i>f₁'(z) = 0</i>	нет	0 < 2	4 = 4	<i>z ∈ [0; 2]</i>	const
		<i>j</i>	2	2	4						
2	<i>f₂(z) = 4 + √(6-z)(z-2)</i>	<i>i</i>	2	2	4	<i>f₂'(z) = (4-z)/√(6-z)(z-2)</i>	max	2 < 6	4 = 4	<i>z ∈ [2; 4]</i>	возр. и убыв.
		<i>j</i>	3	6	4						
3	<i>f₃(z) = 4</i>	<i>i</i>	3	6	4	<i>f₃'(z) = 0</i>	нет	6 < 8	4 = 4	<i>z ∈ [6; 8]</i>	Const
		<i>j</i>	4	8	4						

Список используемых источников:

1. Калмыков В.В., Малышев А.Н., Покровская М.Э. Анализ способов точного позиционирования рабочих органов станков с ЧПУ // Инженерный вестник. 2012. № 7. С. 1.
2. Калмыков В.В., Космынина Е.В., Сорокин П.С. Выбор методов оценки точности технологических процессов // Инженерный вестник. 2012. № 8. С. 4.
3. Мусохранов М.В., Калмыков В.В., Авраменко М.Ю. Технологические предпосылки повышения эксплуатационных характеристик направляющих элементов // Фундаментальные исследования. 2016. № 8-1. С. 55-58.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977. 640 с.
5. Зенкина И.А. Главный момент сил сопротивления в газодинамическом подшипнике со спиральными канавками // Инженерный вестник Дона. 2014. Т. 30. № 3. С. 88.

© 2016, Малышев Е.Н., Бысов С.А., Малышев И.Е
Математическое моделирование процесса
соединения деталей вдоль оси симметрии

© 2016, Malyshev E.N., Bysov S.A., Malyshev I.E.
Mathematical modeling of assembly of parts along
the symmetry axis