DOI: 10.17117/na.2016.06.02.315

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.315.pdf>

Поступила (Received): 23.06.2016

Трунов П.В.**Аналитический расчет прогиба симметричной арочной фермы, нагруженной по нижнему поясу, в зависимости от числа панелей и распределения площадей стержней****Trunov P.V.****Analytical calculation of the deflection of symmetrical arched truss loaded on the bottom flange, depending on the number of panels and the distribution of areas rods**

Известное решение автора о прогибе фермы распространено на случай разных площадей сечений стержней. Усилия определяются методом программным методом с помощью вырезания узлов при использовании системы компьютерной математики Maple. Обобщения решения на произвольное число панелей достигается методом индукции

Ключевые слова: ферма, деформация, индукция, Maple

A well-known author's decision on the deflection of the truss extended to the case of different section areas of the rods. The efforts are determined by a software method using cut-nodes and the computer algebra system Maple. Generalization of the solution for an arbitrary number of panels is achieved by induction

Key words: truss, deformation, induction, Maple

Трунов Павел Вячеславович

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Trunov Pavel Vyacheslavovich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Аналитическое выражение для прогиба статически определимой фермы (рис. 1) в зависимости от числа панелей получено в [1] для случая одинаковых продольных жесткостей стержней. Использован наиболее эффективный для получения таких решений метод индукции с применением системы Maple, апробированный и подтвержденный на ряде задач для плоских [1-7] и пространственных [8-11] конструкциях. В [12] методом индукции дана оценка жесткости торсионов твердотельного гироскопа, в [13-15] – построены линии влияния прогиба плоских ферм. Аналитический метод применим и для оценки прогиба ферм с учетом ползучести материала [16-18]. В [19-21] содержится обзор некоторых работ по аналитическим решениям для плоских ферм.

Рис. 1. Ферма при $n = 2n_0 = 6$

Для определения прогиба воспользуемся формулой Максвелла-Мора, записанной для случая разных поперечных сечений стержней:

$$\Delta = \left(\sum_{i=1}^{m_1} \frac{S_i N_i l_i}{EF_1} + \sum_{i=1}^{m_2} \frac{S_i N_i l_i}{EF_2} + \sum_{i=1}^{m_3} \frac{S_i N_i l_i}{EF_3} \right), \text{ где } EF_i - \text{ жесткости стержней, } S_i - \text{ усилия в}$$

стержнях от действия внешней нагрузки, N_i – усилия в стержнях от действия единичной вертикальной силы, приложенной к центральному узлу фермы, l_i – длины стержней. Сумма разделена на три, первая относится к горизонтальным стержням решетки, вторая – стоек, третья – раскосов и к стержням поясов длиной $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Здесь $m_1 + m_2 + m_3 = 8n - 5$ – общее число стержней фермы с n панелями без учета трех опорных стержней, принятых недеформируемыми (всего в ферме $8n - 2$ стержня и $4n - 1$ шарнирный узел, система статически определима). Площади сечений отдельных групп стержней выражены через некоторую величину F : $F_i = F / k_i, i=1,2,3$.

Рис. 2. Зависимость прогиба от n при $L = 2an_0 = 10 \text{ м}$, $b=1 \text{ м}$

Индуктивный анализ последовательности решений десяти ферм дал следующую формулу

$$EF \Delta = P \frac{A_n a^3 k_1 + B_n b^3 k_2 + C_n c^3 k_3}{2b^2}, \quad (1)$$

где $A_n = 8n_0^2(3n_0 - 2)$, $B_n = 4n_0^2$, $C_n = n_0(20n_0^3 - 32n_0^2 + 31n_0 - 7) / 6$. Для относительного прогиба $\Delta' = EF\Delta / P$ зависимость (1) представлена графически (рис. 2, размеры в метрах).

Заметно существенное влияние распределения площадей по сечениям стержней фермы.

Список используемых источников:

1. Трунов П.В. Аналитический расчет прогиба симметричной арочной фермы, нагруженной по нижнему поясу, в зависимости от числа панелей и распределения площадей стержней // Вестник научных конференций. 2015. №2-3(2). С. 118-119.
2. Кирсанов М.Н. Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4(56). С. 38-44.
3. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42-48.
4. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. №1. С. 19-24.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с увеличенным подферменным пространством // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 5 (262). С. 21-25.
6. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16-19.
7. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
8. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 11-15.
9. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5-8.
10. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37-43.
11. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014. 2014. С. 239-242.
12. Кирсанов М.Н. Жесткость торсионной подвески микромеханического волнового твердотельного гироскопа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2015. № 3. С. 18-22.
13. Al-Shahrabi A.M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // Вестник научных конференций. 2016. № 2-1(6). С. 6-7.
14. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // Вестник научных конференций. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
15. Jiang H., Kirsanov M. N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5(5). С.10-11.
16. Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 25-32.
17. Кирсанов М.Н. Оптимизация пространственной фермы с учетом ползучести материала // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2001. № 10. С. 11.
18. Кирсанов М.Н. Оптимальная высота балочной фермы с учетом линейной ползучести материала // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2000. № 5. С. 141.

19. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арокной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.
20. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
21. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66-73.

© 2016, Трунов П.В.

Аналитический расчет прогиба симметричной арокной фермы, нагруженной по нижнему поясу, в зависимости от числа панелей и распределения площадей стержней

© 2016, Trunov P. V.

Analytical calculation of the deflection of symmetrical arched truss loaded on the bottom flange, depending on the number of panels and the distribution of areas rods