DOI: 10.17117/na.2016.06.02.264

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.264.pdf>

Поступила (Received): 01.06.2016

Матросов С.М.

Формула для прогиба шпренгельной фермы под действием равномерной нагрузки

Matrosov S.M.

The formula of the truss deflection under the action of uniform load

Дается вывод формулы для прогиба статически определимой плоской симметричной фермы с тремя геометрическими параметрами. Усилия определяются методом вырезания узлов в системе компьютерной математики Maple. Для вычисления прогиба используется интеграл Мора. Решение обобщается на произвольное число панелей методом индукции

Ключевые слова: ферма, деформация, индукция, Maple, интеграл Мора

The formula for deflection of statically determinate planar symmetric truss with three geometric parameters is obtained. The forces in rods are determined by the cut nodes method in the system of computer mathematics Maple. For calculation of deflection is used the integral Maura. The solution is generalized to an arbitrary number of panels by the method of induction

Key words: truss, deformation, induction, Maple, Mohr' integral

Матросов Сергей Михайлович

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Matrosov Sergey Mikhailovich

Student

National research university "MPEI"
Moscow, Krasnokazarmennaya sr., 14

Основным результатом аналитического расчета фермы в большинстве работ на эту тему [1-8] является формула зависимости прогиба от числа панелей и размеров конструкции. Рассматриваемая ферма содержит три размерных параметра, что существенно усложняет расчет. Для расчета фермы, который начинается с нумерации стержней и шарниров (рис. 2), применяется метод индукции и система символьной математики Maple [9, 10]. Этим же методом рассчитывались и более сложные пространственные фермы [11-13] и некоторые другие регулярные системы [14-20].

Рис. 1. Ферма при $n=3$

Рис. 2. Нумерация узлов и стержней фермы при $n=2$

Воспользуемся интегралом Максвелла – Мора в форме $\Delta = \sum_{i=1}^m \frac{S_i N_i l_i}{EF}$, где EF – жесткость стержней, S_i – усилия в стержнях от действия внешней нагрузки, N_i – усилия в стержнях от действия единичной (безразмерной) вертикальной силы, приложенной к середине пролета, l_i – длины стержней. В результате обобщения последовательности решений десяти ферм имеем следующую формулу

$$\Delta' = \frac{Aa^3(b^2 + c^2) + Ba^3bc + Cb^5 + C_1b^4c + Eb^3c^2 + Gc^3b^2 + Hf^3b^2 + Vg^3b^2 + Ag^3c^2}{b^2(b+c)^2},$$

$$g = \sqrt{a^2 + b^2}, f = \sqrt{a^2 + c^2},$$

$$A_n = n^2(5n^2 - 2)/3, B_n = 2n^2(5n^2 - 2)/3,$$

$$C_n = n + 1/2, C_{1n} = 3/2 - 2n^2 + 3n,$$

$$E = -10n^2/3 + 3n + 3/2 + 10n^4/3,$$

$$G = 1/2 - 4n^2/3 + n + 10n^4/3, H = n^2(1 + 5n^2)/3, V = n^2.$$

Рис. 3. Зависимость прогиба от числа панелей n

Здесь для относительного прогиба введено обозначение $\Delta' = EF\Delta / P_{sum}$, $P = P_{sum} / (2n + 1)$. График найденной зависимости при $L = 2an = 40\text{м}$ дан на рис. 3.

Прогиб с увеличением числа панелей (при фиксированной нагрузке и длине пролета) растет. Характер этого роста – кубический. Это следует из предела $\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta' / n^3 = \frac{5c^2}{2(b+c)}$. Обзор некоторых работ по определению прогиба ферм

в аналитической форме дан в [21].

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4(56). С. 38–44.
2. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 58–65.
3. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42-48.
4. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 49-51.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
6. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. №1. С. 19-24.
7. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33–41.
8. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16-19.
9. Кирсанов М.Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
10. Голоскоков Д.П. Практический курс математической физики в системе Maple. СПб.: Изд-во ПаркКом, 2010. 644 с.
11. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования. Инженерно-строительный журнал. 2013. №5(40). С. 52–58.
12. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5-8.
13. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37–43.
14. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2013. Т. 1. № 3. С. 89-93.
15. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал. 2015. №3(55). С. 3–9.
16. Кирсанов М.Н. Жесткость торсионной подвески микромеханического волнового твердотельного гироскопа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2015. № 3. С. 18-22.
17. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // Вестник научных конференций. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
18. Jiang H., Kirsanov M. N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5(5). С.10-11.
19. Al-Shahrabi A. M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // Вестник научных конференций. 2016. № 2-1(6). С. 6-7
20. Кирсанов М.Н. Оптимизация пространственной фермы с учетом ползучести материала // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2001. № 10. С. 11.
21. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.