DOI: 10.17117/na.2016.06.02.221

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.221.pdf>

Поступила (Received): 17.06.2016

Ерзунов И.А.**Условие стабильности нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения в системе Maple****Erzunov I.A.****The condition of constancy of a nonlinear ordinary differential equation in system Maple**

В аналитической форме найдено условие, при котором связь между вариациями производных различных порядков, удовлетворяющих уравнению, вырождается. Методами системы компьютерной математики Maple с применением оператора *dsolve* получено численное решение начальной задачи

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, стабильность, начальная задача, Maple

In an analytical form the condition under which the correlation between the variations of the derivatives of different orders that satisfy the equation degenerates was found. By the methods of computer algebra system Maple using the *dsolve* operator the numerical solution of the initial problem is obtained

Key words: differential equation, initial value problem, theory of constancy, Maple

Ерзунов Илья Алексеевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Erzunov Ilya Alekseevich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Исследование условий стабильности дифференциальных уравнений [1-3] имеет практическое приложение во многих технологических задачах [4-6], в задаче о движении поршня пневматики [7], в задачах выпучивания реологических конструкций [8-14], а также в задаче о распределении напряжений в неоднородном упругом теле [15].

Рассмотрим дифференциальное уравнение некоторого динамического одномерного процесса

$$a\ddot{x} + b\dot{x} + \sqrt{x} = 0, \quad (1)$$

где a, b – произвольные вещественные константы. Определим условие не-стабильности порядка (0/3). Малые отклонения функции и ее производных от основного процесса удовлетворяют уравнению:

$$a\Delta\ddot{x} + b\Delta\dot{x} + \Delta x / (2\sqrt{x}) = 0. \quad (2)$$

Продифференцируем (2) по времени:

$$a\Delta\ddot{x} + b\Delta\dot{x} + \Delta\dot{x} / (2\sqrt{x}) - \Delta x\dot{x} / (4x\sqrt{x}) = 0. \quad (3)$$

В соответствии с определением порядка не-стабильности, величины Δx и $\Delta\ddot{x}$ задаются в начальных условиях возмущенного процесса, описываемого

уравнением (1). Для того, чтобы свести такую начальную задачу к задаче Коши, необходимо из системы (2), (3) выразить приращение производных $\Delta\dot{x}$, $\Delta\ddot{x}$ через заданные приращения. Запишем соответствующие уравнения в матричной форме

$$\begin{pmatrix} b & a \\ 1/(2\sqrt{x}) & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\dot{x} \\ \Delta\ddot{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}.$$

В правую часть системы отнесены заданные возмущения, зависящие от приращения функции и третьей производной (обозначены как α_1 , α_2). Равенство определителя нулю означает вырождение связи между производными и, следовательно, условию неустойчивости уравнения порядка (0/3): $a/(2\sqrt{x}) - b^2 = 0$. Откуда имеем значение функции: $x = a^2 / 4b^2$. На рисунке 1 построена кривая зависимости решения от параметра b при $a=4$

Рис. 1. Условие неустойчивости

Рис. 2. Численное решение (1). 1) $\dot{x}(0)=1$; 2) $\dot{x}(0)=2$; 3) $\dot{x}(0)=3$;

Уравнение (1) аналитического решения не имеет. Численное же решение (рис. 2) можно получить средствами Maple [16]. Приведем соответствующие операторы при $a=4$, $b=-3$:

```
s := diff(dx(t), t) = (3*dx(t)-x(t)^(1/2))*(1/4), diff(x(t), t) = dx(t);
f := {dx(t), x(t)};
inc1 := x(0) = 1, dx(0) = 1;
inc2 := x(0) = 1, dx(0) = 2;
inc3 := x(0) = 1, dx(0) = 3;
fn1 := dsolve({s, inc1}, f, numeric, output = listprocedure);
fn2 := dsolve({s, inc2}, f, numeric, output = listprocedure);
fn3 := dsolve({s, inc3}, f, numeric, output = listprocedure);
X1 := subs(fn1, x(t));
X2 := subs(fn2, x(t));
X3 := subs(fn3, x(t));
plot([X1, X2, X3], -1 .. 9, color = [red, blue, black], thickness = 2);
```

Аналитическое (приближенное) решение в рядах можно получить так:
`dsolve({s, inc1}, type=series, f) .`

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Определение и анализ стабильности движения с использованием Maple // Exponenta Pro. Математика в приложениях. 2004. № 3-4 (7-8). С. 134-137.
2. Кирсанов М.Н. Точки неустойчивости дифференциального уравнения // Вестник Чуваш. гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2010. № 2 (8). С. 191-197.
3. Кирсанов М.Н. Математические основы некоторых задач механики // Известия вузов. Строительство. 1996. №6. С. 39-44.
4. Ивахненко А.Г., Куц В.В., Еренков О.Ю., Олейник А.В., Сариллов М.Ю. Методология структурно-параметрического синтеза металлорежущих систем. Комсомольск-на-Амуре, 2015. 282 с.
5. Еренков О.Ю., Куц В.В., Сариллов М.Ю. Токарная обработка полимерных композиционных материалов. Комсомольск-на-Амуре, 2016. 278 с.
6. Еренков О.Ю. Комбинированные способы токарной обработки полимерных композиционных материалов. Хабаровск: Тихоокеанский государственный университет, 2015. 228 с.
7. Сафронов В.М., Кирсанов М.Н. Оценка возможности заклинивания поршня в пневмоприводах // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2006. №10. С. 37-40.
8. Kirsanov M. N. Initial transcritical behavior in a compressed rod under creep conditions. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. March 1993, Volume 34, Issue 2, pp 292-295.
9. Kirsanov M. N. Effect of the choice of the instability criterion in creep on the solution of the rod structure optimization problem // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. July 1992, Volume 33, Issue 4, pp 573-576.
10. Кирсанов М.Н. Стабильность элементов конструкций в условиях ползучести. Часть 1. Стержни: учебное пособие. М.: ИНФРА-М., 2015. 184 с.
11. Kirsanov M.N. Singular points of the creep deformation and buckling of a column // Int.J.Eng.Sci. 1997. Volume. 5. No.3. Pp. 221-227.
12. Kirsanov M. N. Buckling of a ductile column under rigid loading. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. July 1994, Volume 35, Issue 4, pp. 634-638.
13. Kirsanov M. N. Klyushnikov, V. D. Singular points of deformation process and creep buckling of a cylindrical shell. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. September 1994, Volume 35, Issue 5, pp. 761-769.
14. Kirsanov M. N., Sporykhin A. N. Instability of a spherical body under uniform loading. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. January 1979, Volume 20, Issue 1, pp. 123-126.
15. Кирсанов М.Н. Неустойчивость распределения напряжений в плоской задаче теории упругости неоднородного тела // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54. № 3 (319). С. 166-169.
16. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.