DOI: 10.17117/na.2016.06.02.214

Поступила (Received): 18.06.2016

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.214.pdf>

Доманов Е.В.

Аналитическая зависимость прогиба пространственной консоли треугольного профиля от числа панелей

Domanov E.V.

The analytical dependence of the deflection spatial console triangular profile of the number of panels

Решена задача о прогибе статически определимой упругой фермы под действием сосредоточенной силы. Вычисления производятся по формуле Максвелла-Мора. Обобщение частных решений на общее выполняется методом индукции с использованием системы компьютерной математики Maple. Найдено предельное свойство полученного решения

Ключевые слова: ферма, прогиб, индукция, точное решение

Доманов Евгений Викторович

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

The problem of the elastic deflection of statically determinate trusses under the action of concentrated forces is solved. Calculations are done using Maxwell-Mohr. The synthesis of particular solutions for the total runs by induction using the computer algebra system Maple. Found the limit property of the solution

Key words: truss, deflection, induction, the exact solution

Domanov Evgeny Viktorovich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Консольная ферма (рис. 1) состоит из трех одинаковых секций с крестообразной решеткой (рис. 2). Боковые секции имеют высоту f , нижняя – $2b$, длина панели в секциях – a . Ферма загружена сосредоточенной на конце консоли силой P .

Рис. 1. Ферма при $n=4$

Рис.2. Боковая секция

Ставится задача вывода формулы для прогиба консоли при произвольном числе панелей. Аналогичная задача решалась в [1-9] для плоских ферм и в [10-13] для пространственных. Использовался метод индукции и программа для расчета усилий в стержнях статически определимых ферм, написанная на языке символьной математики Maple [14]. В обзорах [15,16] даны приведены некоторые точные решения для плоских ферм, полученные этим методом, в [17-19] построены линии влияния. Решение начинается с задания математической модели конструкции. Вводятся координаты шарниров:

```
> for i to n+1 do
> x[i,1]:=a*(i-1): x[i,2]:=0: x[i,3]:=0:
> x[i+n+1,1]:=x[i,1]: x[i+n+1,2]:=b: x[i+n+1,3]:=h:
> x[i+2*n+2,1]:=x[i,1]: x[i+2*n+2,2]:=2*b:
> x[i+2*n+2,3]:=0:
> od:
```

В этом фрагменте программы первый индекс в **x** – номер точки, второй – номер оси (1 – x, 2 – y, 3 – z). Структура фермы вводится по аналогии с заданием графа, в данном случае это пространственный граф. Указывается порядок соединения шарниров и стержней. Например, запись **Nbeg[i]:=i; Nend[i]:=i+n+2;** означает, что стержень *i* соединен одним концом с шарниром *i*, другим – с шарниром *i+n+2*. Нумерация шарниров и стержней для ферма с *n*=3 приведена на рисунке 3.

Рис. 3. Стержни и узлы фермы при *n*=3

Расчет прогиба проводится по формуле Максвелла – Мора. Последовательный расчет десяти ферм позволил найти закономерность образования коэффициентов в решении. В результате чего была получена следующая формула:

$$EF\Delta = \frac{P}{8h^2} (A_n a^3 + B_n b^3 + C_n c^3 + D_n d^3 + F_n f^3),$$
 где $f = \sqrt{h^2 + b^2}$, $c = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$, $d = \sqrt{a^2 + 4b^2}$, а коэффициенты в формуле найдены как решения рекуррентных уравнений с помощью операторов Maple: $A_n = 5n + 4n^3$, $B_n = 4$, $C_n = 4n$, $D_n = n$,

$F_n = 2 + 2(-1)^n$. С увеличением числа панелей прогиб закономерно увеличивается. Но если зафиксировать длину консоли $L=na$, то зависимость оказывается сложнее. При неограниченном увеличении числа панелей имеется предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta = P \frac{(b^2 + h^2)^{3/2} + 2b^3}{2h^2 EF}.$$

Кривые зависимости прогиба от размера b при разных n и от числа панелей даны на рисунках 4 и 5.

Рис. 4. Зависимость от h

Рис. 5. Зависимость от n

Список используемых источников:

1. Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 25–32
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16-19.
3. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. N 1 (29). P. 84-105
4. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33–41.
5. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 49-51.
6. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 58–65.
7. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 3. С. 7-11.
8. Кирсанов М.Н. Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4(56). С. 38–44.
9. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42-48.
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5-8.
11. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 11-15.
12. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. 2016. №1(41). С. 93-100.

13. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования. *Инженерно-строительный журнал*. 2013. №5(40). С. 52–58.
14. Кирсанов М. Н. *Maple и Maplet. Решения задач механики*. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
15. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. №6. С. 21-28.
16. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // *Научный вестник*. 2016. № 1 (7). С. 247-254.
17. Al-Shahrabi A.M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // *Вестник научных конференций*. 2016. № 2-1(6). С. 6-7.
18. Jiang H., Kirsanov M. N. An analytical expression for the influence line of the truss // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-5(5). С.10-11.
19. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.

© 2016, Доманов Е.В.

Аналитическая зависимость прогиба
пространственной консоли треугольного профиля
от числа панелей

© 2016, Domanov E.V.

The analytical dependence of the deflection spatial
console triangular profile of the number of panels