DOI: 10.17117/na.2016.06.02.205

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.205.pdf>

Поступила (Received): 05.06.2016

Волостнов Д.К. Формула для прогиба фермы, загруженной по нижнему поясу в зависимости от распределения площадей сечений поясов

Volostnov D.K.
The formula for the deflection of the truss, loaded on the bottom
depending on the distribution of section areas of the belts

Найдено аналитическое выражение для прогиба статически определимой упругой фермы в зависимости от ее размеров, нагрузки, числа панелей и жесткостей сечений стержней. Усилия определяются методом вырезания узлов в системе компьютерной математики Maple. Для обобщения решения на произвольное число панелей применен метод индукции

Ключевые слова: ферма, деформация, индукция, Maple

Found an analytical expression for the elastic deflection of statically determinate truss, depending on its size, load, number of panels and the stiffness of the rod cross section. Forces in rods are determined by the cut nodes in the system of computer mathematics Maple. To generalize the solution for an arbitrary number of panels the method of induction is applied

Key words: truss, deformation, induction, Maple

Волостнов Дмитрий Кириллович

Студент

Национальный исследовательский университет
«МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Volostnov Dmitry Kirillovich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

В работе [1] автором была получена компактная формула для прогиба фермы (рис. 1) при условии, что все стержни имеют одинаковую жесткость (модуль упругости E и площадь поперечного сечения F). В настоящей работе ставится задача учета неравномерного распределения жесткости по стержням фермы. Выделяются три группы стержней, в которых площади поперечных сечений выражаются через некоторую фиксированную величину $F_i = F / k_i$: горизонтальные стержни длиной a , входящие в решетку и нижний пояс (поправочный коэффициент k_1), стойки длиной b (коэффициент k_2) и раскосы длиной $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, с поправочным коэффициентом равен k_3 . Как и в [1] решение ищем в аналитической форме, используя метод индукции и систему компьютерной математики Maple. Ранее в [2-9] метод индукции использовался для вывода расчетных формул для плоских ферм, в [10-14] – для пространственных. В общем случае метод применим для любых регулярных систем [15,16], в том числе и при

построении линий влияния прогиба в фермах [17-19]. За основу расчета усилий в стержнях примем достаточно универсальную программу [20], написанную на языке Maple и позволяющую получать аналитические выражения для усилий.

Рис. 1. Ферма тремя панелями в половине пролета ($n=3$)

Прогиб находим по формуле Максвелла – Мора: $\Delta = \sum_{i=1}^m S_i N_i l_i / (EF_i)$, где S_i – усилия в стержнях фермы от действия внешней нагрузки, N_i – усилия в стержнях от действия единичной вертикальной силы, приложенной к узлу в середине пролета, l_i – длины стержней, $m = 4(3n + 1)$ – число стержней вместе с тремя стержнями, моделирующими опоры (два – неподвижную левую и один – подвижную правую). Индукция по десяти фермам при $n=1, \dots, 10$, дает следующий результат: $EF \Delta = P(X_n a^3 k_1 + Y_n b^3 k_2 + Z_n c^3 k_3) / (12b^2)$, где коэффициенты, зависящие от числа панелей, имеют вид [1]:

$$X_n = (5n^2 + 10n - 6)(n + 1)^2 ; \quad Y_n = (5n^2 + 7n - 4)(n - 1)n ;$$

$$W_n = 6 + 4n - 11n^2 + 8n^3 + 5n^4.$$

Графики зависимости относительного прогиба $\Delta' = EF \Delta / P_{sum}$, $P = P_{sum} / (2n - 1)$ от числа панелей n при $L = an = 20$ м, $H = bn = 5$ м в зависимости от перераспределения площадей сечения по группам стержней приведены на рисунке 2. Наименьший прогиб соответствует равным сечениям ($k_1 = k_2 = k_3 = 1$).

Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей.
Размеры – в метрах

Список используемых источников:

1. Волостнов Д.К. Формула прогиба балочной фермы, загруженной по нижнему поясу // Вестник научных конференций. 2015. №2-2(2). С. 39–40.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16-19.
3. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. N 1 (29). P. 84-105.
4. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33–41.
5. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование прогиба плоской балочной фермы под действием равномерной нагрузки // Моделирование и механика конструкций. 2016. №3.
6. Тиньков Д.В. Анализ влияния условий закрепления на прогиб плоской балочной фермы с нисходящими раскосами // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М. 2015. Т. 1. С. 52-56.
7. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
8. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.
9. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42–48.
10. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. 2016. №1(41). С. 93-100.
11. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 11-15.
12. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5-8.
13. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37–43
14. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52-58.
15. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал. 2015. №3(55). С. 3–9.
16. Кирсанов М.Н., Ханьсян Ц. Математическая модель и анализ колебаний ножничного механизма с произвольным числом элементов // Человек. Общество. Инклюзия. 2016. № 2-часть 1 (26). С. 175-182.
17. Al-Shahrabi A. M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // Вестник научных конференций. 2016. № 2-1(6). С. 6-7
18. Jiang H., Kirsanov M. N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5(5). С.10-11.
19. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // Вестник научных конференций. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
20. Кирсанов М. Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.

© 2016, Волостнов Д.К.

Формула для прогиба фермы, загруженной по нижнему поясу в зависимости от распределения площадей сечений поясов

© 2016, Volostnov D.K.

The formula for the deflection of the truss, loaded on the bottom depending on the distribution of section areas of the belts