DOI: 10.17117/na.2016.06.02.198

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.198.pdf>

Поступила (Received): 30.06.2016

Бирбасов А.А. Аналитический расчет прогиба плоской арочной фермы, нагруженной по верхнему поясу

Birbasov A.A.
Analytical calculation of the deflection of flat
arched truss, loaded on the upper belt

Арочная ферма имеет две опоры, одна из которых подвижная, другая – неподвижная. Ферма загружена в узлах верхнего пояса. Методом индукции получено аналитическое решение для прогиба фермы при произвольном числе панелей. Использована система компьютерной математики Maple. Найдено асимптотическое свойство решения

Ключевые слова: ферма, прогиб, индукция, Maple

The arch truss has two supports, one of which is movable, the other stationary. Truss uploaded in the nodes of the upper belt. By induction we obtain analytical solutions for the deflection of the truss for any number of panels. Used system of computer mathematics Maple. One asymptotic property of the solution is obtained

Key words: truss, deflection, induction, Maple

Бирбасов Арсений Алексеевич

Студент

Национальный исследовательский университет
«МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Birbasov Arseniy Alekseevich

Student

National research university "MPEI"
Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Арочная ферма (рис. 1) под действием нагрузки получает прогиб, оценить который можно по вертикальному смещению среднего узла. Воспользуемся формулой Максвелла – Мора, которая в случае продольно деформируемых эле-

ментов имеет вид $\Delta = \sum_{i=1}^m \frac{S_i s_i l_i}{EF}$. Здесь EF – жесткость стержней, S_i – усилия в стержнях от действия внешней нагрузки, s_i – усилия в стержнях от действия единичной вертикальной силы, приложенной к середине пролета, l_i – длины стержней. Усилия находим в аналитической (символьной) форме по программе, разработанной для системы компьютерной математики Maple [1]. Расчет, произведенный для ферм с разным числом панелей, показывает, что результат всегда имеет вид $EF \Delta = P(A_n a^3 + B_n b^3 + C_n c^3) / b^2$, $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, отличаюсь только коэффициентами A_n , B_n и C_n . Если выписать последовательности этих коэффициентов, то можно заметить, что они удовлетворяют некоторым рекуррентным уравнениям, решения которых дает: $A_n = (3n - 2)(4n^2 - 2n + 1)$, $B_n = n(2n + 1)$,

$C_n = \frac{5}{3}n^4 - \frac{10}{3}n^3 + \frac{43}{12}n^2 - \frac{17}{12}n + \frac{1}{2}$. Фрагмент программы, для Maple решающей задачу поиска общего члена A_n имеет вид:

```
> A:=3,52,7/2*62,3/2*380,1183,2128,1/2*6954,1/2*10604,7675,14*762;
> with(genfunc): Seq1:=seq(A[i],i=1..nMax);#
> N:=nops([Seq1])/2;
> Zt:=rgf_findrecur(N,[Seq1],V,n);
> A1:=factor(simplify(rsolve({Zt,seq(V(i)=Seq1[i],i=1..N)},V)));
```

Таким образом получается общее решение, справедливое для произвольного числа панелей. Это значительно расширяет область применения полученной формулы. Прежде всего, аналитическая зависимость позволяет обойти "проклятие размерности", парализующее инженерные расчеты при больших значениях n , когда с одной стороны теряется точность (накопление ошибок) численных расчетов, с другой – неимоверно растет время преобразований, если расчет ведется в символьной форме. Описанный метод индукции применялся и раньше для расчета (вывода формул) плоских [2-13] и пространственных ферм [14-17]. Метод годится и для других регулярных систем, содержащих один [18-20] или два [21-23] натуральных числа, задающих число элементов. В обзорных работах [24,25] приведены решения, полученные методом индукции.

На рисунке 2 изображены кривые зависимости прогиба $\Delta' = \Delta EF / P$, от числа панелей при $L = an = 10$ м, $b_0 = bn$ (размеры в метрах).

Рис. 1. Ферма при $n=2$

Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей

Характер роста относительного прогиба – кубический. Это следует из предела (при поиске также используется Maple):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta' / n^3 = \frac{5(L^2 + b_0^2)^{3/2}}{3b_0^2}.$$

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Кирсанов М.Н. Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4(56). С. 38–44.
3. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 58–65.
4. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42–48.
5. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 49–51.
6. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
7. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33–41.
8. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. №1. С. 19–24.
9. Кирсанов М.Н. Формула для расчета прогиба балочной фермы с произвольным числом панелей // Научный журнал. 2016. № 6 (7). С. 6–8.
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16–19.
11. Ахмедова Е.Р. Аналитический расчет прогиба плоской фермы со шпренгельной решеткой // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М. 2015. Т. 1. С. 62–65.
12. Заборская Н. В. О горизонтальном смещении опоры плоской балочной фермы // Перспективы развития науки и образования. Тамбов, 2015. С. 58–60.
13. Тиньков Д.В. Анализ влияния условий закрепления на прогиб плоской балочной фермы с нисходящими раскосами // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М. 2015. Т. 1. С. 52–56.
14. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 11–15.
15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5–8.
16. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37–43.
17. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. №5(40). С. 52–58.
18. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2013. Т. 1. № 3. С. 89–93.
19. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал. 2015. №3(55). С. 3–9.
20. Кирсанов М.Н. Жесткость торсионной подвески микромеханического волнового твердотельного гироскопа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2015. № 3. С. 18–22.
21. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // Вестник научных конференций. 2016. № 1–4 (5). С. 6–7.
22. Al-Shahrabi A. M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // Вестник научных конференций. 2016. № 2–1(6). С. 6–7.
23. Jiang H., Kirsanov M. N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1–5(5). С. 10–11.

24. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
25. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1(7). С. 247-254.

© 2016, Бирбасов А.А.

Аналитический расчет прогиба плоской арочной фермы, нагруженной по верхнему поясу

© 2016, Birbasov A.A.

Analytical calculation of the deflection of flat arched truss, loaded on the upper belt